

# Вращение Земли и климат

*А. С. Монин*



# Вращение Земли и климат

*А. С. Монин*



Гидрометеиздат Ленинград • 1972

*Монин*

*Андрей Сергеевич*

**Вращение Земли и климат**

Редактор *В. И. Кузьменко*

Обложка *О. Н. Советниковой*

Техн. редактор *А. Г. Алексеев*

Корректор *В. И. Гинцбург*

Сдано в набор 18/IX 1971 г. Подписано  
к печати 3/I 1972 г. М-08002.

Бумага тип. № 1 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Печ. л. 7. Уч.-изд. л. 7,89. Бум. л. 3,5.

Тираж 2300 экз. Индекс МЛ-224.

Заказ № 563. Цена 84 коп.

Гидрометеорологическое издательство.  
Ленинград, В-53, 2-я линия, д. 23.

Ленинградская типография № 8  
Главполиграфпрома Комитета по печати  
при Совете Министров СССР. Ленинград.  
Прачечный пер., д. 6

## Предисловие

Проблема формирования и изменений климата принадлежит к числу глобальных проблем, требующих рассмотрения всей планеты в целом. Действительно, под климатом следует понимать *статистический режим короткопериодных (с периодами меньше десятков лет) колебаний метеорологических полей*. Если каждому периоду  $\tau$  приписывать пространственный масштаб  $L = U\tau$ , где  $U$  — типичная скорость ветра ( $U \sim 10$  м/сек.), то уже колебаниям с периодами больше нескольких недель будут отвечать глобальные масштабы. Таким образом, климат оказывается глобальным понятием, и его изменения (т. е. колебания метеорологических полей с периодами больше десятков лет) суть явления, разыгрывающиеся на всей планете в целом.

Глобальные явления определяются целым рядом факторов, характеризующих планету, — ее составом, структурой, вращением, положением и движением в солнечной системе и т. п. Они имеют общую основу, а потому может быть выгодным рассматривать многие глобальные проблемы вместе, в рамках некоей синтетической общей науки, которую можно назвать *геономией*.

Для рассмотрения проблем геономии желательно развивать методы, применимые не только к Земле, но и к другим планетам. Это будет полезным для изучения других планет «с земной точки зрения» и, с другой стороны, может очень помочь в понимании нашей собственной планеты. Действительно, чтобы разобраться во множестве факторов, могущих быть определяющими для того или иного глобального явления, было бы удобно изменять их и выяснять, как меняется из-за этого изучаемое явление. Мы не имеем возможности проделывать такие эксперименты над Землей, но зато можем воспользоваться «экспериментом, проделанным природой», предоставившей нам богатую коллекцию планет солнечной системы с различными расстояниями от Солнца, вращениями, массами, внутренними структурами, толщинами и составами атмосфер и т. д. Таким образом, геономию желательно развивать как часть *планетологии*.

Имея общую основу, глобальные явления оказываются взаимосвязанными — такова диалектика природы. Они сложны, и пока каждое из них рассматривается по отдельности, в рамках той или



иной из узких отраслей наук о Земле, зачастую оказывается, что знаний, накопленных в этой отрасли, недостаточно для решения данной глобальной проблемы. Так, например, сколь ни велик запас фактических данных классической геологии (характеризующий, правда, только самые верхние слои *континентальной коры*), он все же, по-видимому, недостаточен для решения проблемы глобальной тектоники Земли, и геологи-тектонисты вынуждены привлекать данные о внутреннем строении Земли, получаемые методами сейсмологии, использовать сведения из гравиметрии, геохимии, науки о земном магнетизме, механики и термодинамики внутренних недр Земли и т. п.

В то же время общая сумма знаний в науках о Земле весьма обширна, и при изучении того или иного глобального явления, представляющегося на первый взгляд объектом лишь некоторой определенной отрасли наук о Земле, в смежных отраслях подчас можно найти удивительные свидетельства об этом явлении, ценные для понимания его природы. Широко известным примером являются обнаруженные геологами, палеогеографами и палеоботаниками ледниковые периоды, свидетельствующие о резких колебаниях климата Земли в геологическом прошлом. Поэтому, например, современный климатолог должен быть не только метеорологом, но также океанологом, геологом, палеонтологом, геофизиком, геохимиком, астрономом и т. д.

Таким образом, наряду с дифференциацией и узкой специализацией отдельных отраслей науки, приводящей к углублению наших знаний, необходим и их синтез — такова диалектика науки. Может показаться, что разрешить такое противоречие — это значит объять необъятное. Но думается, что можно добиваться успеха, систематически задаваясь вопросом «Что здесь главное?», учась выделять главное и тем самым видеть науку в целом. Желательно, чтобы каждый научный работник стремился быть архитектором, умеющим за многочисленными деталями своих чертежей видеть стройные контуры будущего здания и функциональное назначение различных помещений в нем. Между тем немало научных работников ограничивает себя ролью снабженцев, добывающих кирпичи, доски, гвозди и другие строительные материалы, которые, может быть, пригодятся для какого-нибудь будущего здания; унылым оправданием их исследований оказывается лишь то, что исследуемые объекты существуют в природе. Для построения геонии такая методология безнадежна.

В настоящей работе мы хотим рассмотреть некоторые из факторов, определявших климат Земли в течение всей ее эволюции. Само слово «климат» означает «наклон», причем имеется в виду наклон оси вращения Земли к плоскости ее орбиты в солнечной системе. Это наименование представляется весьма удачным, так как состояние вращения планеты, несомненно, влияет самым решительным образом на глобальные процессы в ее атмосфере (другой решающий фактор эволюции климата — геохимическая эволюция атмосферы — требует отдельного рассмотрения).

Среди проблем вращения Земли тремя подлинными жемчужинами геонии являются теория приливной эволюции системы Земля—Луна, проблема движения полюсов по земной поверхности и теория малых колебаний элементов земной орбиты и наклона экватора к эклиптике. В течение приливной эволюции с временами порядка  $10^9$  лет наклон экватора к эклиптике увеличивался, а скорость вращения Земли уменьшалась. Литологические, палеонтологические и палеомагнитные данные свидетельствуют о глобальных перемещениях полюсов (а может быть, и континентов) с временами порядка  $10^8$  лет. Наклон экватора к эклиптике и элементы земной орбиты колеблются с временами порядка  $10^5$  лет. Эти три фактора, несомненно, создавали существенные изменения климата в течение истории Земли, и лишь оценив их, можно судить о необходимости привлечения каких-либо дополнительных факторов.

Мы попытались в этой небольшой книжке изложить в сжатой форме самые основные понятия и данные различных наук о Земле, представляющиеся важными для решения трех указанных проблем геонии. По-видимому, не следует спешить считать эти проблемы уже решенными. Хотя постановка многих вопросов кажется достаточно ясной, однако при ознакомлении с материалом возникает ряд задач, которые *нужно* решать (и, конечно, еще больше задач, которые *можно* решать). Это и должно служить некоторой компенсацией авторам, отвлекающимся от решения очередных конкретных задач для написания статей или книг обзорного характера.

В этой книжке цитируется обширная литература, но наша библиография не претендует на историзм и полноту; наряду с источниками, которые нам кажутся (возможно, субъективно) главными, многие ссылки имеют только иллюстративное назначение. Лишь в области палеомагнетизма мы попытались подобрать более представительную (но, безусловно, отнюдь не исчерпывающую) литературу.

Автор благодарен А. П. Лисицыну, Е. Л. Рускол, О. Г. Сорохину, Г. Б. Удинцеву и Ш. Г. Шарафу за содействие в подборе материалов и ценные беседы, Л. М. Беловой, Н. П. Тихомировой и В. Г. Грибановой за помощь в оформлении рукописи.

## 1. Гравитация и вращение

Достаточно точным для многих целей описанием фигуры Земли служит *эллипсоид вращения*; по недавним спутниковым данным [1], его большая полуось (экваториальный радиус)  $r_0 = 6378,104$  км, а малая полуось (полярный радиус)  $r_{\pi} = 6356,715$  км, так что сжатие  $\alpha = (r_0 - r_{\pi})/r_{\pi} \approx 1/298,2$  (некоторые авторы предлагали для фигуры Земли и трехосный эллипсоид с двумя различными экваториальными осями; так, например, по Изотову [2], большая полуось экватора находится на  $15^\circ$  в. д., а разность экваториальных полуосей равна 213 м).

Земля вращается вокруг своей оси в том же направлении, в каком она обращается вокруг Солнца; поэтому звездные (сидерические) сутки оказываются короче солнечных: они составляют  $T = 86164,09$  сек. среднего солнечного времени. Этому периоду отвечает средняя угловая скорость вращения Земли  $\omega = 2\pi/T \approx 7,29211508 \cdot 10^{-5}$  сек. $^{-1}$ . В точке поверхности Земли с широтой  $\varphi$  (и, следовательно, расстоянием от оси вращения  $r_{\varphi} \cos \varphi$ , где  $r_{\varphi}$  — расстояние этой точки от центра Земли) вращение создает перпендикулярное оси центробежное ускорение  $\omega^2 r_{\varphi} \cos \varphi$ ; на экваторе оно равно  $\omega^2 r_0 \approx 3,392$  гал, где 1 гал = 1 см/сек. $^2$  — единица для измерения ускорений, наименованная в честь Галилея. Это центробежное ускорение и создало сжатие земного эллипсоида.

### Гравитационное поле Земли

Векторная сумма центробежного и гравитационного ускорений называется *ускорением силы тяжести*. Его величина на широте  $\varphi$  поверхности эллипсоида вращения с сжатием  $\alpha$  определяется формулой [3]

$$g_{\varphi} = g_0 \left[ 1 + \left( \frac{5}{2} \beta - \alpha + \dots \right) \sin^2 \varphi - \frac{\alpha}{8} (5\beta - \alpha + \dots) \times \right. \\ \left. \times \sin^2 2\varphi + \dots \right] = 978,049 (1 + 0,0052884 \sin^2 \varphi - \\ - 0,0000059 \sin^2 2\varphi + \dots) \text{ гал,} \quad (1)$$

где  $\beta = \omega^2 r_0 / g_0 \approx 0,00346$  — отношение центробежного ускорения к ускорению силы тяжести на экваторе (указанные здесь цифровые значения приняты международным соглашением в 1930 г.). Коэффициент при  $\sin^2 \varphi$  указывает на относительный прирост ускорения силы тяжести между экватором и полюсом  $(g_{\pi} - g_0) / g_0$ ; он приблизительно равен  $1/189$ . Для приведения к уровню моря значения  $g$ , измеренного на уровне  $h$  (в километрах), к нему прибавляется, во-первых, поправка «в свободном воздухе» —  $h (\partial g / \partial r)_0$ , где

$$\left( \frac{\partial g}{\partial r} \right)_0 = (-0,30855 - 0,00023 \cos 2\varphi + 0,000144h) \text{ мгал/м} \quad (2)$$

(эта поправка приближенно равна  $0,3086$  мгал/м); во-вторых, положительная поправка «на рельеф», вычисляемая при помощи специальных таблиц; в-третьих, поправка «на промежуточный слой», по Буге, равная  $-2\pi G \rho h$ , где  $G \approx 6,673 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{сек.}^2$  — гравитационная постоянная, а  $\rho$  — плотность вещества в слое между уровнями  $0$  и  $h$  (при средней плотности коры  $\rho = 2,67 \text{ г/см}^3$  эта поправка равна  $-0,1119$  мгал/м). Сумма этих трех поправок именуется *редукцией Буге*, а отклонение от нормы (1) приведенного к уровню моря при помощи редукции Буге значения  $g$  — *аномалией Буге*. Эти аномалии обычно положительны на океанах и отрицательны на континентах и увеличиваются по абсолютной величине с ростом  $h$  (достигая значений порядка сотен мгал), что указывает на приблизительную изостатическую уравнированность земной коры.

Связь между толщиной  $H$  км «нормальной» (изостатически равновесной) коры и аномалией Буге  $\delta g$  мгал можно охарактеризовать, например, эмпирической формулой Деменицкой [4]

$$H = 35(1 - \text{th } 0,0037\delta g).$$

Таким образом, изостазия достигается путем компенсации малой плотности воды в котловинах океана подъемами повышенно плотной мантии и возвышенностей на континентах опусканиями мантии: океанам отвечают возвышенности, а горным странам — ложбины на поверхности Мохоровичича.

Замена поправки Буге «на промежуточный слой» поправкой, рассчитанной при профиле плотности  $\rho(z)$ , отвечающем изостати-

ческому равновесию (т. е. условию  $\int_{-H_{\max}}^h \rho dz = \text{const}$ ), позволяет оп-

ределять *изостатические аномалии* силы тяжести, характеризующие нарушения изостазии. Такие методы редукции при различных предположениях об изостатическом профиле плотности  $\rho(z)$  предлагались Праттом, Эйри, Хейфордом, Хейсканеном и другими авторами. Наибольшие отрицательные изостатические аномалии, иногда свыше  $200$  мгал, обнаруживаются вдоль глубоководных океанических желобов, обычно на стороне, ближней к береговой линии; с обеих сторон от этих полос отрицательных аномалий,

особенно на стороне, ближней к континентам, обычно обнаруживаются полосы положительных аномалий, меньших по величине (см. пример на рис. 1).

Интересными примерами отрицательных гравитационных аномалий на суше являются области Фенноскандии в Европе и Вели-

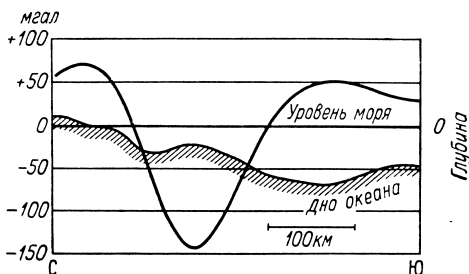


Рис. 1. Гравитационные аномалии Хейфорда—Пратта на профиле от Индийского океана к Яванскому морю.

ких озер — Гудзонова залива в Северной Америке, испытывающие в настоящее время подъем, по-видимому, вследствие их освобождения от тяжести вюрмского ледникового покрова, толщина которого достигала, вероятно, 2—3 км. Так, по данным геологических, геодезических и приливо-отливных измерений, у прежнего центра оледенения Фенноскандии в вершине Ботнического залива суша поднялась за последние 9 тыс. лет на 250 м (а до этого подъем, вероятно, уже составлял 250—300 м) и сейчас продолжает подниматься со скоростью порядка 1 м/100 лет (рис. 2). Согласно некоторым расчетам, для достижения изостатического равновесия она должна подняться еще примерно на 200 м. В центре области подъема отрицательные гравитационные аномалии достигают значений порядка — 5 мгал. Почти такие же цифры получаются и для района Гудзонова залива.

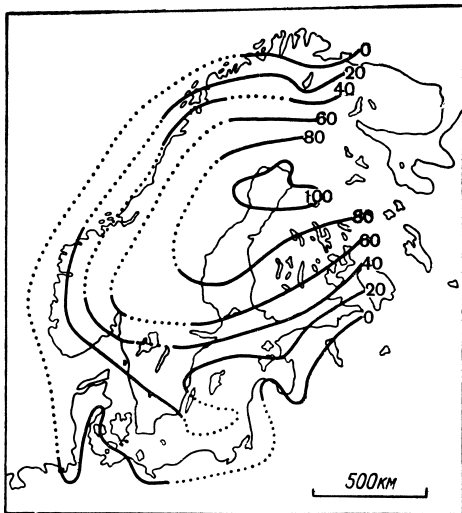


Рис. 2. Скорость современного поднятия Фенноскандии (в см/100 лет).

Подобные вертикальные движения обширных областей коры не могут происходить без компенсирующих горизонтальных течений в верхней мантии Земли и, таким образом, являются *важнейшим свидетельством существования течений в мантии*. Допуская, что в этих течениях мантия ведет себя как обычная вязкая жидкость, Хаскелл [5] рассчитал ее движение под действием поверхностной



нагрузки и, сопоставив свое решение с данными о подъеме Фенно-скандии, получил для коэффициента вязкости оценку  $\eta \approx 3 \times 10^{21}$  г/см · сек.

### Закон сохранения момента импульса

Основным физическим законом, регулирующим вращение Земли, является закон сохранения момента импульса. Последний определяется как вектор

$$\mathbf{M} = \int [\mathbf{r} \times \mathbf{v}] \rho dV,$$

где  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$  — радиусы-векторы точек и поле скорости движения среды по отношению к некоторой неподвижной системе отсчета,  $\rho$  — поле плотности,  $dV$  — элемент объема. Нам будет удобнее, однако, пользоваться подвижной системой отсчета с началом координат в центре инерции Земли (так что  $\int \mathbf{r} \rho dV = 0$ ), вращающейся «вместе с Землей». Последнее условие требует уточнения: вращающуюся систему отсчета можно задать так, чтобы относительно нее внутренние движения в Земле в среднем отсутствовали («тиссерановы оси»), или выбрать оси координат по направлениям главных осей инерции Земли (определяемых ниже), или выбрать «географические оси», связанные с некоторыми пунктами на континентах (в том числе со средним положением нынешнего полюса вращения).

Пусть  $\boldsymbol{\omega}$  — вектор скорости вращения подвижной системы отсчета. Тогда поле абсолютной скорости движения среды  $\mathbf{v}$  можно представить в виде  $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] + \mathbf{u}$ , где  $\mathbf{u}$  — скорость движений относительно вращающейся системы отсчета (внутренних движений в Земле), и момент импульса примет вид

$$\mathbf{M} = \int [\mathbf{r} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}]] \rho dV + \mathbf{M}'; \quad \mathbf{M}' = \int [\mathbf{r} \times \mathbf{u}] \rho dV, \quad (3)$$

где  $\mathbf{M}'$  — момент импульса внутренних движений. Характеризуя каждый вектор его компонентами по вращающимся осям координат  $Ox_1x_2x_3$  и находя компоненты векторных произведений по правилу  $[\mathbf{a} \times \mathbf{b}]_i = \varepsilon_{ijk} a_j b_k$  (где  $\varepsilon_{ijk}$  — единичный антисимметричный тензор, а по повторяющимся индексам подразумевается суммирование), компоненты момента импульса (3) можно привести к виду

$$M_i = I_{ij} \omega_j + M'_i;$$

$$I_{ij} = \int (x^2 \delta_{ij} - x_i x_j) \rho dV; \quad M'_i = \varepsilon_{ijk} \int x_j u_k \rho dV, \quad (4)$$

где  $I_{ij}$  — тензор инерции, компоненты которого называются *моментами инерции* тела (диагональные компоненты — *осевыми*, недиагональные — *центробежными* моментами инерции). Оси координат, в которых этот тензор приводится к диагональному виду, называются *главными осями инерции*, а соответствующие им осевые моменты инерции — *главными моментами инерции*. В осесиммет-

ричном теле, очевидно, одна из главных осей инерции совпадает с осью симметрии, а две другие могут быть выбраны произвольно в плоскости экватора (конечно, перпендикулярно друг другу). Не только поверхность Земли, но и распределение масс внутри нее приближенно можно считать осесимметричными. Момент инерции относительно оси вращения равен  $C \approx 8,118 \cdot 10^{44} \text{ г} \cdot \text{см}^2$ , а моменты инерции относительно экваториальных осей равны  $A \approx B \approx 8,092 \times 10^{44} \text{ г} \cdot \text{см}^2$ , так что динамическое сжатие равно  $(C - A)/C \approx 1/305,8$  — оно чуть меньше геометрического сжатия [6]. В более точной теории должны учитываться небольшие изменения со временем и главных осей, и главных моментов инерции Земли вследствие перераспределения масс внутри нее из-за внутренних движений.

При отсутствии внешних сил момент импульса  $\mathbf{M}$  сохраняется (т. е. не меняется со временем); при использовании производной по времени *по отношению к вращающейся системе отсчета* это условие записывается в виде  $d\mathbf{M}/dt + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M}] = 0$ . Если же имеются внешние силы, то скорость изменения момента импульса (левая часть последнего равенства) равняется моменту внешних сил  $\mathbf{K} = \int [\mathbf{r} \times \mathbf{f}] \rho dV$ , где  $\mathbf{f}$  — внешняя сила, действующая на единичную массу в точке Земли с радиусом-вектором  $\mathbf{r}$  (сила гравитационного притяжения к массам небесных тел, находящихся вне Земли). Используя формулы (4), мы можем записать уравнение

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M}] = \mathbf{K}$$

в компонентах по вращающимся осям координат:

$$-\frac{d}{dt}(I_{ij}\omega_j + M'_i) + \varepsilon_{ijk}\omega_j(I_{kl}\omega_l + M'_k) = K_i;$$

$$K_i = \varepsilon_{ijk} \int x_j f_{k\rho} dV. \quad (5)$$

Эти уравнения называют уравнениями Лиувилля. Ниже мы рассмотрим ряд их применений.

#### Литература к разделу 1

1. King-Hele D. Satellites and scientific research. London, 1960.
2. Изотов А. А. Труды ЦНИИ геодезии, аэросъемки и картографии, 1950, № 73.
3. Heiskanen W. A., Vening Meinesz F. A. The Earth and its gravity field. New York, 1958.
4. Дементицкая Р. М. Кора и мантия Земли. «Недра», 1967.
5. Haskell N. A. Physics, 1935, 6, p. 265; 1936, 7, p. 56—61.
6. Jung K. Encyclopedia of Physics. Springer, 1956, 47, p. 534—637.

## 2. Прецессия и нутация

В настоящем разделе мы будем пренебрегать внутренними движениями в Земле, т. е. будем считать ее абсолютно твердым телом. Тогда  $\mathbf{M}' = 0$ , а главные оси и главные моменты инерции Земли

не будут меняться со временем. Если бы Земля была строго центрально-симметричным телом, то момент **К** внешних сил, создаваемых гравитационными воздействиями других небесных тел, обращался бы в нуль, а момент импульса Земли **М** был бы пропорционален угловой скорости ее вращения  $\omega$ , так что последняя не менялась бы со временем.

### Уравнения Эйлера

Будем считать Землю эллипсоидом вращения с главными моментами инерции  $A=B<C$ , т. е. симметричным волчком. Оси вращающейся системы отсчета направим по главным осям инерции, ось  $Ox_3$  — по оси симметрии. Тогда первые два уравнения в (5) (называемые в случае абсолютно твердого тела уравнениями Эйлера) будут иметь вид:

$$A \frac{d\omega_1}{dt} + (C - A) \omega_2 \omega_3 = K_1; \quad A \frac{d\omega_2}{dt} - (C - A) \omega_3 \omega_1 = K_2; \quad (6)$$

в третьем же уравнении правая часть  $K_3$  вследствие симметрии относительно оси  $Ox_3$  будет равна нулю, и это уравнение примет вид  $C d\omega_3/dt = 0$  или  $\omega_3 = \text{const}$ . Величины же  $K_1$  и  $K_2$  были бы равны нулю, если бы все создающие их своими гравитационными воздействиями небесные тела находились в плоскости земного экватора. Вследствие наклона экватора к плоскости земной орбиты (эклиптике) и из-за наличия небольших углов между плоскостями орбит других планет и эклипстикой величины  $K_1$  и  $K_2$  отличны от нуля.

Поскольку  $\omega_3 = \text{const}$ , формальное решение уравнений Эйлера (6) можно записать в виде

$$\omega_1 = h \cos \Gamma, \quad \omega_2 = h \sin \Gamma,$$

где  $\Gamma = \mu t - \sigma$  — географическая долгота полюса вращения,  $\mu = \frac{C-A}{A} \omega_3$ , а  $h$  и  $\sigma$  — функции  $t$ , содержащие правые части

$K_1, K_2$  под знаками интегралов по времени (а при  $K_1 = K_2 = 0$  — произвольные постоянные); величину  $h$  нетрудно представить в виде  $h = |\omega| \sin \gamma$ , где  $\gamma$  — дополнение географической широты полюса вращения. Учитывая, что компоненты момента импульса **М** относительно главных осей инерции равны  $A\omega_1, A\omega_2$  и  $C\omega_3$ , нетрудно убедиться, что вектор **М** лежит в одной плоскости с осями вращения и симметрии Земли между ними. Угол  $\gamma$  между векторами **М** и  $\omega$  определяется формулой

$$\sin \gamma = \frac{C-A}{A} \frac{\sin \gamma \cos \gamma}{\left( \sin^2 \gamma + \frac{C^2}{A^2} \cos^2 \gamma \right)^{1/2}},$$

так что при реально наблюдаемых малых  $\gamma$  (т. е. близости осей вращения и симметрии Земли) получается  $\gamma \approx \frac{C-A}{C} \gamma$ .

Плоскость, в которой лежат векторы  $\mathbf{M}$  и  $\boldsymbol{\omega}$ , вращается около оси симметрии Земли по закону  $\Gamma = \mu t - \sigma$ ; широта полюса вращения меняется со временем. Таким образом, *ось вращения перемещается в теле Земли*. При  $K_1 = K_2 = 0$  период вращения указанной плоскости равнялся бы  $\frac{2\pi}{\mu} = \frac{A}{C - A} \frac{2\pi}{\omega_3}$  (период Эйлера,

который при  $\omega_3 \approx \omega$  составляет около  $\frac{A}{C - A} \approx 305$  суток). Согласно Пуансо (1834), в общем случае Земля вращается так, что связанный с ней *конус полодии* с вершиной  $O$ , осью, наклоненной к оси симметрии  $Ox_3$  под углом  $\gamma_0$ , и меняющимся со временем раствором  $2(\gamma - \gamma_0)$  катится без скольжения по внутренней поверхности неподвижного в пространстве *конуса герполодии* с вершиной  $O$ , осью  $Ox_3$ , перпендикулярной заданной эклиптике, и меняющимся со временем раствором  $2\varepsilon$  (где  $\varepsilon$  — угол между экватором и заданной эклиптикой); мгновенная ось вращения Земли направлена по линии соприкосновения этих конусов.

### Уравнения Пуассона

Чтобы численно описать перемещения оси вращения Земли в пространстве, воспользуемся системой отсчета  $Ox_1x_2x_3$ , у которой начало координат  $O$  совпадает с центром инерции Земли, плоскость  $Ox_1x_2$  — с эклиптикой в некоторый фиксированный момент времени, ось  $Ox_1$  — с направлением на точку весеннего равноденствия того же момента времени, ось  $Ox_3$  — с направлением на северный полюс эклиптики. Положение главных осей инерции Земли  $Ox_i$  в пространстве будем характеризовать тремя *углами Эйлера*: углом наклона экватора к эклиптике  $\vartheta < \pi/2$  (отсчитываемым от  $Ox_3$  к  $Ox_3$ ); углом прецессии  $\varphi$  между осью  $Ox_1$  и линией узлов, т. е. линией пересечения экватора с эклиптикой (отсчитываемым на эклиптике от точки весеннего равноденствия на восток до нисходящего узла); углом  $\varphi$  в плоскости экватора между осью  $Ox_1$  и линией узлов (отсчитываемым от нисходящего узла на восток). Эти углы показаны на рис. 3.

В терминах углов Эйлера вращение Земли складывается из вращений со скоростью  $d\varphi/dt$  около оси  $Ox_3$ , со скоростью  $d\vartheta/dt$  около оси  $Ox_3$  и со скоростью  $d\vartheta/dt$  около линии узлов. Рассматривая эти три вращения как векторы, разложив их на компоненты по осям  $Ox_i$  и суммируя компоненты по каждой из этих осей, мы получим *кинематические уравнения Эйлера*:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= -\frac{d\vartheta}{dt} \cos \varphi - \frac{d\psi}{dt} \sin \vartheta \sin \varphi; \\ \omega_2 &= \frac{d\vartheta}{dt} \sin \varphi - \frac{d\psi}{dt} \sin \vartheta \cos \varphi; \\ \omega_3 &= \frac{d\psi}{dt} \cos \vartheta + \frac{d\varphi}{dt},\end{aligned}\tag{7}$$

которые позволяют переходить от описания вращения в системе отсчета  $OX_1X_2X_3$  (в пространстве) к его описанию в системе  $Ox_1x_2x_3$  (в теле Земли) и наоборот. Подставив эти формулы для  $\omega_i$  в уравнения (6) и в уравнение  $\omega_3 = \text{const}$ , получим уравнения динамики вращения Земли в терминах углов Эйлера, наиболее удобные для астрономических расчетов. Но в них еще надо будет рассчитать правые части  $K_1$  и  $K_2$ , что оказывается довольно громоздким делом; проще вывести уравнения динамики заново, рассматривая лагранжиан вращающейся Земли

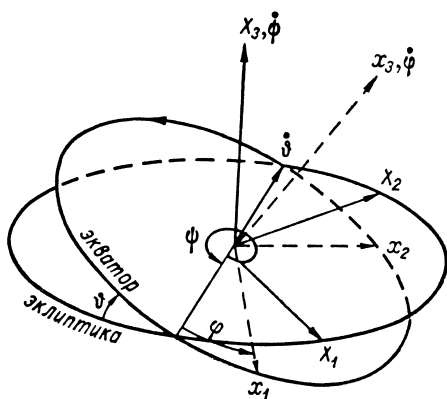
$$L = \frac{1}{2} [A(\omega_1^2 + \omega_2^2) + C\omega_3^2] + U$$

как функцию от обобщенных координат  $q_1 = \vartheta$ ,  $q_2 = \psi$  и  $q_3 = \varphi$  (первое слагаемое в  $L$  есть кинетическая энергия вращения, которая в общем случае равна

$$\frac{1}{2} I_{ij} \omega_i \omega_j, \text{ а второе слагаемое}$$

$U$  — потенциал сил притяжения других небесных тел, так что  $-U$  есть потенциальная энергия Земли в поле тяготения). Тогда следует лишь подставить в  $L$  значения  $\omega_i$  по формулам (7) и затем выписать уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0.$$



Первые два из них имеют вид: Рис. 3. Системы отсчета  $OX_1X_2X_3$  и  $Ox_1x_2x_3$  и эйлеровы углы.

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{C\omega_3 \sin \vartheta} \frac{\partial U}{\partial \vartheta} + \frac{A}{C\omega_3} \left[ \cos \vartheta \left( \frac{d\psi}{dt} \right)^2 - \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} \right]; \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= - \frac{1}{C\omega_3 \sin \vartheta} \frac{\partial U}{\partial \psi} + \frac{A}{C\omega_3} \left[ \sin \vartheta \frac{d^2 \psi}{dt^2} + 2 \cos \vartheta \frac{d\psi}{dt} \frac{d\vartheta}{dt} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Слагаемые с квадратными скобками в правых частях этих уравнений очень малы и в первом приближении могут быть опущены. Остающиеся укороченные уравнения называются *уравнениями Пуассона*. Их рассмотрением обычно и ограничиваются (так как поправки на отброшенные малые слагаемые могут быть введены отдельно). Для их интегрирования надо определить потенциал  $U$ , равный сумме потенциалов сил притяжения отдельных небесных тел:

$$U_k = G \int \rho dV \int \frac{\rho_k dV_k}{R_k},$$



где  $G$  — гравитационная постоянная, а  $R_k$  — расстояние между элементарными объемами  $dV$  внутри Земли и  $dV_k$  внутри  $k$ -того небесного тела. Считая это тело точечным (поправки на его фигуру можно ввести отдельно), получим

$$U_k = Gm_k \int \frac{\rho dV}{R_k},$$

где  $m_k$  — масса тела. Эта величина приближенно равна

$$\begin{aligned} U_k &\approx G \frac{m_0 m_k}{r_k} + G \frac{m_k}{r_k^3} \left[ \frac{2A + C}{2} - \frac{3}{2} \frac{A(x_{1k}^2 + x_{2k}^2) + Cx_{3k}^2}{r_k^2} \right] = \\ &= \text{const} - \frac{3}{2} Gm_k (C - A) \frac{x_{3k}^2}{r_k^5}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $m_0$  — масса Земли;  $x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}$  — координаты небесного тела во вращающейся системе отсчета  $Ox_1x_2x_3$ ;  $r_k = \sqrt{x_{1k}^2 + x_{2k}^2 + x_{3k}^2}$  — расстояние до этого тела;  $\text{const}$  — слагаемое в  $U_k$ , не зависящее от  $\psi, \vartheta$  и  $\varphi$ ; поправки к этому выражению для  $U_k$  могут быть учтены отдельно. Введем сферические координаты  $r_k, \vartheta_k, \psi_k$  небесного тела в геоцентрической системе отсчета  $OX_1X_2X_3$ :

$$X_1 = r_k \sin \vartheta_k \cos \psi_k; \quad X_2 = r_k \sin \vartheta_k \sin \psi_k; \quad X_3 = r_k \cos \vartheta_k.$$

Эти величины суть функции времени, определяемые в теории движения небесных тел. Нам фактически нужен лишь угол  $\gamma_k$  между осью симметрии Земли и направлением на небесное тело, определяемый формулой

$$\cos \gamma_k = \frac{x_{3k}}{r_k} = \cos \vartheta \cos \vartheta_k + \sin \vartheta \sin \vartheta_k \sin(\psi_k - \psi). \quad (10)$$

Таким образом, уравнения Пуассона принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= -\frac{3G}{\omega_3} \frac{C - A}{C} \sum_k \frac{m_k \cos \gamma_k}{r_k^3} [\text{ctg } \vartheta \sin \vartheta_k \sin(\psi_k - \psi) - \cos \vartheta_k]; \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= -\frac{3G}{\omega_3} \frac{C - A}{C} \sum_k \frac{m_k \cos \gamma_k}{r_k^3} \sin \vartheta_k \cos(\psi_k - \psi). \end{aligned} \quad (11)$$

Расчеты показывают, что основной вклад в  $d\psi/dt$  вносят Луна и Солнце. Поскольку они близки к заданной эклиптике (наклон орбиты Луны к эклиптике составляет всего  $5^\circ 9'$ ), для грубой прикидки можно положить  $\vartheta_k \approx \pi/2$ , так что

$$\sin \vartheta_k \approx 1, \quad \cos \vartheta_k \approx 0 \quad \text{и} \quad \cos \gamma_k \approx \sin \vartheta \sin(\psi_k - \psi),$$

и тригонометрический множитель при  $m_k/r_k^3$  в уравнении для  $d\psi/dt$  приближенно будет равен  $\cos \vartheta \sin^2(\psi_k - \psi)$ . При усреднении за

большой промежуток времени множитель  $\sin^2(\psi_k - \psi)$  можно заменить его средним значением  $1/2$ , и формула для оценки  $d\psi/dt$  примет вид

$$\frac{d\psi}{dt} \approx -\frac{3G}{2\omega_3} \frac{C-A}{C} \left( \frac{m_{\text{л}}}{r_{\text{л}}^3} + \frac{m_{\odot}}{r_{\odot}^3} \right) \cos \vartheta, \quad (12)$$

где значки  $\text{л}$  и  $\odot$  обозначают Луну и Солнце. Используя значения масс Луны  $m_{\text{л}} \approx m_0/81,53$  и Солнца  $m_{\odot} \approx 332\,290\,m_0$  (где  $m_0 \approx 5,975 \cdot 10^{27}$  г — масса Земли) и средних расстояний до них  $r_{\text{л}} \approx 3,844 \cdot 10^{10}$  см и  $r_{\odot} \approx 1,49504 \cdot 10^{13}$  см, убеждаемся, что отношение

$\frac{m_{\odot}}{m_{\text{л}}} \left( \frac{r_{\text{л}}}{r_{\odot}} \right)^3$  вкладов Солнца и Луны в  $d\psi/dt$  близко к 0,46, т. е., грубо

говоря, вклад Луны вдвое больше вклада Солнца. Используя также приводившиеся выше значения  $G$ ,  $\omega_3 \approx \omega$  и  $(C - A)/C$ , а также значение  $\vartheta = 23^\circ 27' 08'',26$  эпохи 1900 г., мы получим для  $d\psi/dt$  оценку около  $-50''$  в год. С такой скоростью узлы земной орбиты (точки весеннего и осеннего равноденствия) должны двигаться по эклиптике навстречу движению Солнца, так что оно должно вступать в эти точки немного раньше, чем если бы они были неподвижными. Это явление называется *прецессией* или *предварением равноденствий*.

Астрономические измерения дают для скорости прецессии среднее значение  $-50'',2564$  в год (согласно точным расчетам, лунно-солнечная прецессия составляет  $-50'',3708$  в год, а вклад остальных планет имеет противоположный знак и составляет  $+0'',1248$  в год; эти величины изменяются во времени со скоростью порядка  $10^{-3} - 10^{-4}\%$  в год). По скорости прецессии впервые было оценено динамическое сжатие Земли  $(C - A)/C$ . *Тропический год*, т. е. промежуток времени между последовательными вступлениями Солнца в точку весеннего равноденствия, определяющий смену сезонов и равный  $365,24220$  средних солнечных суток ( $365^{\text{д}} 5^{\text{ч}} 48^{\text{м}} 46^{\text{с}}$ ), вследствие прецессии оказывается короче звездного (сидерического) года, равного  $365,25636$  средних солнечных суток ( $365^{\text{д}} 6^{\text{ч}} 9^{\text{м}} 9^{\text{с}} = 3,1558 \cdot 10^7$  сек.). Вследствие прецессии «полюс мира» на звездном небе (на который направлена ось вращения Земли) движется вокруг полюса эклиптики с периодом  $2\pi(d\psi/dt)^{-1} \approx 25\,735$  тропических лет. Это движение показано на рис. 4.

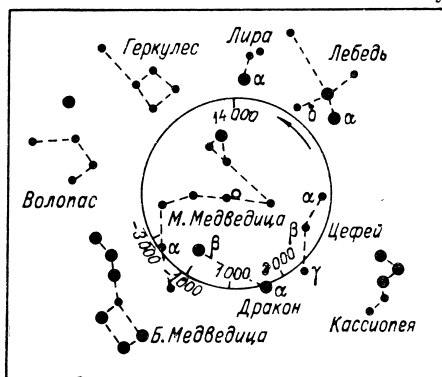


Рис. 4. Движение Северного полюса мира среди звезд вследствие прецессии.

Обратимся теперь ко второму уравнению (11). Расчеты показывают, что основной вклад в  $\partial\vartheta/\partial t$  вносит Луна. Основной эффект создает вращение линии узлов лунной орбиты, обратное движению Луны по орбите и имеющее период  $\tau \approx 18,6$  лет (оно создается возмущающим действием Солнца на движение Луны). В результате угол  $\vartheta$  колеблется около своего среднего значения  $\vartheta_0$  с этим же периодом. Чтобы оценить амплитуду таких колебаний, воспользуемся во втором уравнении (11) соотношениями  $\cos \vartheta \approx \sin i \sin \delta$  и  $\sin \vartheta \approx 1$ , где  $i$  — угол наклона лунной орбиты к эклиптике, а  $\delta$  — угол на небесной сфере между восходящим узлом лунной орбиты в момент времени  $t$  и положением Луны. Тогда тригонометрический множитель при  $m/r^3$  в уравнении для  $\partial\vartheta/\partial t$  приближенно будет равен

$$\cos \vartheta \sin i \sin \delta \cos (\psi - \psi) + \sin \vartheta \sin (\psi - \psi) \cos (\psi - \psi).$$

При усреднении за большой промежуток времени второе слагаемое здесь обратится в нуль, в первое же мы введем долготу восходящего узла лунной орбиты  $\tilde{\psi}$  и положим  $\psi - \psi \approx 2\pi t/\tau$ , а также воспользуемся соотношениями:

$$\cos (\psi - \tilde{\psi}) = \frac{\cos \delta}{\sin \vartheta} \approx \cos \delta;$$

$$\sin (\psi - \tilde{\psi}) = \operatorname{ctg} \vartheta \operatorname{ctg} i \approx \cos i \sin \delta.$$

Тогда, усредняя первое слагаемое по значениям  $\delta$ , получим  $-\frac{1}{2} \cos \vartheta \times \sin i \sin \frac{2\pi t}{\tau}$ , и после интегрирования по  $t$  выражение для  $\vartheta - \vartheta_0$  примет вид

$$\vartheta - \vartheta_0 \approx -\frac{3G}{2\omega_3} \frac{C-A}{C} \frac{m}{r^3} \cos \vartheta \frac{\tau \sin i}{2\pi} \cos \frac{2\pi t}{\tau}. \quad (13)$$

Подставляя сюда указанные выше значения всех букв, мы получим для амплитуды колебаний угла  $\vartheta$  значение немного более  $9''$ . Астрономические наблюдения дают  $\vartheta = 9'',210$ ; точнее, движение полюса мира на небесной сфере происходит по испытываемому равномерное вращение вокруг полюса эклиптики маленькому эллипсу с направленной на полюс эклиптики большой полуосью в  $9'',210$  и малой полуосью в  $6'',86$ . Такое движение полюса мира по эллипсу называется *нутацией*; в это понятие включают также и другие *периодические* составляющие изменений со временем углов  $\psi$  и  $\vartheta$ .

### 3. Взаимодействия планет

Формула (12) для скорости лунно-солнечной прецессии и (13) для нутации по широте пригодны, конечно, только для оценок порядка величины этих эффектов. Точное же интегрирование уравнений Пуассона (11) требует знания положений всех планет как функций времени. В первом приближении можно считать, что планеты движутся в поле тяготения Солнца по эллиптическим орбитам с постоянными *секторными* скоростями (законы Кеплера). При таком движении положение планеты задается шестью *элементами* ее орбиты: положение плоскости орбиты задается ее углом с эклиптикой — *наклоном*  $i$  и *долготой восходящего узла*  $\vartheta$ ; ориентация орбиты в этой плоскости — *долготой перигелия*  $\pi$  (пе-

ригелий — ближайшая к Солнцу точка эллиптической орбиты;  $\pi = \varnothing + \omega$ , где  $\omega$  — долгота перигелия на орбите, отсчитываемая от восходящего узла); форма орбиты — ее *большой полуось*  $a$  (она же есть среднее расстояние планеты от Солнца) и *эксцентриситетом*  $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$  (где  $b$  — малая полуось орбиты); положение

планеты на орбите — временем  $T$  ее *прохождения через перигелий* (позволяющим найти *истинную аномалию*  $v$ , т. е. долготу планеты на орбите, отсчитываемую от перигелия, или *аргумент широты*  $u = \omega + v$  — долготу на орбите, отсчитываемую от узла, как функции времени).

В следующих приближениях надо учитывать *возмущения* движения данной планеты, создаваемые притяжением каждой из остальных планет. Вследствие этих возмущений элементы орбит всех планет меняются со временем, причем оказывается, что элементы  $\varnothing$  и  $\pi$  подвержены *вековым* (растущим со временем) возмущениям: линии узлов орбит вращаются обратно движению планет, а *линии апсид* (т. е. большие оси орбит, соединяющие перигелий и афелий) вращаются преимущественно в сторону движения планет. Остальные элементы орбит испытывают, по-видимому, только неразрастающиеся возмущения. Эти выводы относятся, конечно, и к орбите Земли. О движении ее узлов (прецессии) мы уже говорили; упомянем еще о движении линии апсид (на  $11''{,}6$  в год, в результате чего *аномалистический год* — время между последовательными прохождениями перигелия — оказывается на  $5^m$  длиннее сидерического года) и колебаниях плоскости орбиты (создаваемые, главным образом, воздействиями Венеры), из-за которых приходится различать эклиптики разных моментов времени.

## Устойчивость планетных систем

Движение  $n$  взаимодействующих планет с малыми по сравнению с массой Солнца массами  $m_k$  в некотором приближении оказывается *лагранжевым*, т. е. происходит по кеплеровым эллипсам с малыми и мало уклоняющимися от постоянных значений наклонами  $i_k$  и эксцентриситетами  $e_k$ ; с мало уклоняющимися от постоянных значений большими полуосями  $a_k$ ; с так вращающимися линиями узлов и линиями апсид, что направленные по большим осям эллипсов *векторы Лапласа*  $\mathbf{e}_k$  с длинами  $m_k^{1/2} a_k^{1/2} \mathbf{e}_k$  пред-

ставимы в виде сумм  $\mathbf{e}_k = \sum_{l=1}^n \mathbf{e}_{kl}$  векторов  $\mathbf{e}_{kl}$ , которые равномерно

вращаются с одинаковыми для всех планет малыми частотами  $\mu_l$ , а направленные по линиям узлов векторы  $\mathbf{i}_k$  с длинами  $m_k^{1/2} a_k^{1/2} \mathbf{i}_k$

представимы в виде сумм  $\mathbf{i}_k = \sum_{l=1}^{n-1} \mathbf{i}_{kl}$  векторов  $\mathbf{i}_{kl}$ , которые равномерно вращаются с малыми частотами  $\nu_l$ .

Таким образом, с учетом также частот  $\omega_k$  обращения планет вокруг Солнца [т. е. так называемых *средних движений* планет, которые по третьему закону Кеплера пропорциональны значениям  $(1 + m_k/m_\odot)^{1/2} a_k^{-3/2}$ ] лагранжево движение  $n$  планет характеризуется совокупностью  $3n - 1$  частот и соответственно может быть описано как движение точки по поверхности  $(3n - 1)$ -мерного тора в  $6n$ -мерном фазовом пространстве планетной системы. Поскольку упомянутые частоты, вообще говоря, несоизмеримы, это движение оказывается *условно-периодическим* — характеризующие его функции от времени представимы в виде суперпозиций гармоник со всевозможными частотами  $\sum N_k \omega_k + \sum N'_k \mu_k + \sum N''_k \nu_k$ , где  $N_k, N'_k, N''_k$  — положительные и отрицательные целые числа.

Истинное возмущенное движение планет не обязано быть лагранжевым. Долгое время оставалось неясным, устойчивы ли вообще планетные системы, т. е. не могут ли взаимодействия планет создать такие возмущения их движения, что какие-то планеты столкнутся друг с другом или с центральным Солнцем или навсегда покинут свою солнечную систему. Лишь в 1962 г., используя важные результаты Колмогорова [7] о поведении гамильтоновых динамических систем (см. также обзорный доклад Колмогорова [8]), Арнольд [9, 10] доказал теорему о вечной устойчивости планетных систем, формулируемую следующим образом: *если массы, эксцентриситеты и наклоны планет достаточно малы, то для большинства начальных условий истинное движение планет условно-периодично и мало отличается от лагранжева движения с подходящими начальными условиями в течение всего бесконечного промежутка времени  $-\infty < t < +\infty$*  (в математической формулировке этой теоремы выражения «достаточно малы», «для большинства начальных условий» и «мало отличается» имеют, конечно, количественное определение).

Эта замечательная теорема решает вопрос об устойчивости планетных систем, но только в статистическом смысле, «для большинства начальных условий». Входят ли конкретные начальные условия нашей солнечной системы в это благоприятное большинство, надо выяснять индивидуально. Наиболее опасными могут быть «резонансные» условия, при которых средние движения некоторых планет близки к соизмеримым (как раз такая ситуация имеет место для Юпитера и Сатурна:  $\omega_{\text{ЮП}}/\omega_{\text{САТ}} \approx 5/2$ ). Возможно, что и в таких условиях будут иметь место лишь неразрастающиеся колебания орбит планет. Таким образом, этот вопрос еще требует дополнительного исследования.

Большой интерес представил бы анализ возмущений не только планетных орбит, но и их собственных вращений. Однако это потребовало бы учета асимметрии фигур планет (задаваемых, скажем, в виде *твердых* эллипсоидов вращения) и дополнения уравнений динамики планетных орбит уравнениями Эйлера (6) или Пуассона (8) для каждой планеты (такая постановка вопроса



предлагалась еще в 1952 г. Дубошиным). Вполне возможно, что и для такой усложненной динамической системы удастся обобщить теорему Арнольда о вечной устойчивости при большинстве начальных условий. Из нее тогда вытекало бы, в частности, что при описании планет как твердых тел наклон экватора Земли к эклиптике и, следовательно, широтная зональность потока солнечного тепла на поверхности Земли при большинстве начальных условий всегда были и будут приблизительно такими же, как сейчас. Пока же такое утверждение является лишь правдоподобной гипотезой. Наконец, еще ближе к реальности был бы учет отличия планет от твердых тел и возможных движений внутри них — прежде всего, *приливных* взаимодействий тел планетной системы, на которых мы остановимся ниже.

### Возмущения вращения Земли

Учитывая возмущенные движения планет, представляя все неперiodические и очень долгопериодические величины в правых частях уравнений Пуассона (11) в виде рядов по степеням времени и удерживая в этих рядах слагаемые до  $t^3$  включительно, интегрированием таких уравнений можно рассчитать колебания оси вращения Земли на промежуток времени в несколько столетий. Детали такого расчета изложены, например, Вуллардом [11]. Для интегрирования на очень большие промежутки времени вместо степенных надо использовать тригонометрические ряды — этот подход рекомендовался еще классиками небесной механики Лапласом и Лагранжем. Конкретный расчет возмущенных движений планет был проделан самим Лагранжем (1782) и затем осуществлялся с последовательными уточнениями Понтекуланом (1837), Леверрье (1856), Стокуэллом (1873), Харцером (1895), Хиллом (1913), Мишковичем (1931), Брауэром и Ван Вурком (1950); см., в частности, статью Ван Вуркома [12]).

Шараф и Будникова [13, 14], исправив некоторые параметры в решении Брауэра и Ван Вуркома и выведя заново тригонометрические формулы для прецессионных величин с точностью до второй степени эксцентриситета и наклона земной орбиты и с учетом изменений эксцентриситета со временем, рассчитали значения эксцентриситета  $e$ , угла  $\varepsilon$  наклона экватора к *мгновенной* эклиптике (несколько отличающегося от угла наклона  $\Phi$  экватора к *начальной* эклиптике) и величин  $e \sin \Pi$  и  $e \cos \Pi$  (где  $\Pi$  — долгота перигелия Земли, отсчитываемая от *мгновенной* точки весеннего равноденствия, в отличие от долготы  $\pi$ , отсчитываемой от *начального* положения этой точки) на промежуток времени в 30 млн. лет в прошлое. В работе [15] этих авторов такие расчеты были проведены и на 1 млн. лет в будущее. Оказалось, в частности, что эксцентриситет  $e$  колебался всего в пределах 0,0007—0,0658 (в настоящее время  $e \approx 0,017$ ), а наклон  $\varepsilon$  — в пределах  $22^\circ,068$ — $24^\circ,568$ , причем в колебаниях  $e$  наиболее выраженными были периоды около 0,1; 0,425 и 1,2—1,3 млн. лет, в колебаниях  $\varepsilon$  — периоды около 41 и

200 тыс. лет, а в колебаниях  $e \sin \Pi$  — период около 20 тыс. лет.

Наклон экватора к эклиптике определяет различия в годовых суммах солнечного тепла, падающего на различные широты планеты (а потому влияет на характер широтной зональности климата); он определяет и смену астрономических сезонов года. Таким образом, наклон  $\varepsilon$  есть важнейший астрономический фактор формирования климата (слово «климат» по-гречески и означает «наклон»). Если этот наклон близок к нулю (у Венеры  $\varepsilon \approx 1^\circ, 2'$ ; у Юпитера  $\varepsilon \approx 3^\circ 7'$ ), то смены сезонов нет, а разница в суммах падающего тепла между экватором и полюсами максимальна (на полюсы тепла почти не падает). Если наклон близок к  $90^\circ$  (у Урана  $\varepsilon \approx 98^\circ$ ), то смена сезонов наиболее резка: на экваторе в течение года дважды сменяются лето и зима (в середины зим на экватор тепла почти не падает), а на каждом полюсе день и ночь занимают по полгода (в середине дневного полугодия Солнце стоит в зените).

Отсюда ясно, что колебания наклона  $\varepsilon$  (а также и элементов орбиты планеты) могут создавать колебания климата. На этом основана астрономическая теория колебаний климата, развитая в цикле работ 1913—1957 гг. выдающегося югославского ученого Миланковича. К рассмотрению этой теории мы теперь и перейдем.

### Литература к разделу 3

7. Колмогоров А. Н. ДАН СССР, 1954, **98**, № 4, с. 527—530.
8. Колмогоров А. Н. В кн.: «Международный математический конгресс в Амстердаме». Физматгиз, 1961, с. 187—208.
9. Арнольд В. И. ДАН СССР, 1962, **145**, № 3, с. 487—490.
10. Арнольд В. И. Успехи матем. наук, 1963, т. 18, вып. 6 (114), с. 91—192.
11. Вуллард Э. Теория вращения Земли вокруг центра масс. Физматгиз, 1963
12. Ван Вурком А. Я. В кн.: «Изменение климата». Изд-во иностр. лит., с. 168—178.
13. Шараф Ш. Г., Будникова Н. А. Бюлл. Ин-та теор. астрономии АН СССР, 1967, т. 11, № 4 (127), с. 231—261.
14. Шараф Ш. Г., Будникова Н. А. ДАН СССР, 1968, **182**, № 2, с. 291—293.
15. Шараф Ш. Г., Будникова Н. А. Бюлл. Ин-та теор. астрономии АН СССР, 1969, вып. 14, с. 48—85.

## 4. Астрономическая теория колебаний климата

Пусть  $I_0$  — так называемая *солнечная постоянная*, т. е. количество солнечного тепла, пересекающее за единицу времени единичную площадку, перпендикулярную солнечным лучам, на среднем расстоянии  $a$  Земли от Солнца. По европейской актинометрической шкале  $I_0 = 1,88$  кал/см<sup>2</sup>·мин., но это, по-видимому, заниженное значение; по американской шкале с учетом поправок 1950—1951 гг. на ультрафиолетовую и инфракрасную радиацию  $I_0 = 1,952$  кал/см<sup>2</sup>·мин. Предлагались и еще более высокие оценки (например, по Николе [16],  $I_0 = 1,98$  кал/см<sup>2</sup>·мин.). Поток солнеч-

ного тепла, приходящийся на единичную *горизонтальную* площадку внешней границы атмосферы в данной точке Земли в фиксированный момент времени (конечно, днем), будет равен

$$I_1 = I_0 \left( \frac{a}{r} \right)^2 \cos \zeta = I_0 \left( \frac{a}{r} \right)^2 (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \psi), \quad (14)$$

где  $r$  — расстояние до Солнца;  $\zeta$  — зенитный угол Солнца;  $\delta$  — его *склонение* (угол между направлением на Солнце и плоскостью экватора);  $\psi = 2\pi t/T$  — *часовой угол* (т. е. угол между плоскостью меридиана и плоскостью, проходящей через Солнце и полюсы мира, отсчитываемый от меридиана на запад);  $T = 86\,400$  сек. — длина солнечных суток;  $\varphi$  — географическая широта.

### Суточная и сезонная инсоляция

Проинтегрируем  $I_1$  по значениям  $t$ , соответствующим светлomu времени дня (т. е.  $\cos \zeta \geq 0$  или  $\cos \psi \geq -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$ , а в полярных районах в дни, когда Солнце не заходит, т. е. при  $\operatorname{tg} \delta \geq \operatorname{ctg} \varphi$ , по полным суткам), пренебрегая изменениями  $r$  и  $\delta$  в течение такого малого промежутка времени. Поделив результат на  $T$ , мы получим *среднюю суточную инсоляцию*

$$I = \frac{1}{T} \int_{-t_0}^{+t_0} I_1 dt = \frac{I_0}{\pi} \left( \frac{a}{r} \right)^2 (\psi_0 \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \sin \psi_0), \quad (15)$$

где  $\psi_0 = 2\pi t_0/T = \arccos(-\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta)$  — часовой угол Солнца в момент его захода (а в полярные дни с незаходящим Солнцем  $\psi_0 = \pi$ ).

Величины  $r$  и  $\delta$  меняются в течение года. Определяя их по астрономическим формулам, можно рассчитать на каждый день среднюю суточную инсоляцию  $I$  как функцию широты  $\varphi$ . Для этого удобно от склонения Солнца  $\delta$  перейти к его долготе  $\lambda$  на эклиптике (отсчитываемой от точки весеннего равноденствия в сторону, противоположную суточному движению небесной сферы) по формуле  $\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \lambda$ , где, как и выше,  $\varepsilon$  — угол наклона экватора к эклиптике, и использовать выводимое при помощи законов Кеплера уравнение

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{2\pi}{T_0} \left( \frac{a}{r} \right)^2 \sqrt{1 - e^2},$$

где  $T_0$  — длина года, причем зависимость  $r$  от  $t$  дается *уравнением Кеплера*

$$E - e \sin E = \frac{2\pi (t - t_0)}{T_0},$$

где  $E$  — *эксцентрическая аномалия*, связанная с  $r$  соотношением  $\cos E = (a - r)/ae$ .

Расчет средней суточной инсоляции (15) как функции широты и времени года был осуществлен Миланковичем [17]. Результаты расчетов приведены на рис. 5, заимствованном из книги Листа [18].

Очевидно, что инсоляция не зависит от долготы, т. е. ее распределение обладает *широтной зональностью*. Поэтому, несмотря на некоторые нарушения широтной зональности в распределении отраженной и поглощенной радиации, создаваемые горизонтальной неоднородностью атмосферы (в первую очередь наличием облачности, которая вносит наибольший вклад в отражательную способность Земли), а также поверхности Земли, инсоляция создает отчетливо выраженную широтную зональность климата.

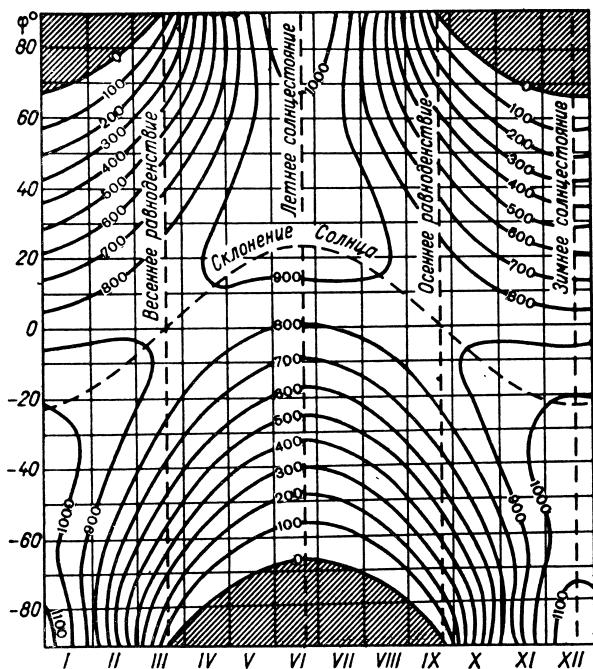


Рис. 5. Инсоляция на верхней границе атмосферы (в кал/см<sup>2</sup> · сутки при  $I_0 = 1,946$  кал/см<sup>2</sup> · мин.) как функция широты и времени года, по Листу [18].

Штриховкой на рис. 5 показаны области полярной ночи, во время которой инсоляция равна нулю. Зато летом в полярных районах Солнце не заходит, и суточная инсоляция оказывается даже немного больше, чем на экваторе. В сумме за год эффекты полярной ночи и полярного дня приблизительно уравниваются, и суммарная инсоляция в полярных районах оказывается значительно меньше, чем на экваторе.

Отметим также асимметрию в сезонной инсоляции северного и южного полушарий: во время лета в северном полушарии Земля находится у афелия своей орбиты, на наибольшем расстоянии  $r$  от Солнца (около  $1,52 \cdot 10^{13}$  см), а во время лета в южном полушарии — у перигелия, на наименьшем расстоянии от Солнца (около

$1,47 \cdot 10^{13}$  см). Поэтому летняя инсоляция в южном полушарии больше, а зимняя — меньше, чем в северном полушарии. В сумме за год эта асимметрия исчезает.

Для нахождения суммарной инсоляции за сезон или за год выражение (15) нужно проинтегрировать по соответствующему промежутку времени. Переходя при помощи соотношения

$$\left(\frac{a}{r}\right)^2 dt = \frac{T_0 d\lambda}{2\pi \sqrt{1-e^2}}$$

к интегрированию по долготе Солнца  $\lambda$ , исключая  $\delta$  при помощи формулы  $\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \lambda$  и считая при таком интегрировании величины  $I_0$ ,  $T_0$ ,  $e$  и  $\varepsilon$  квазипостоянными, получим

$$W = \frac{I_0 T_0 \sin \varphi \sin \varepsilon}{2\pi^2 \sqrt{1-e^2}} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\psi_0 - \operatorname{tg} \psi_0) \sin \lambda d\lambda;$$

$$\cos \psi_0 = - \frac{\operatorname{tg} \varphi \sin \varepsilon \sin \lambda}{\sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon \sin^2 \lambda}}, \quad (16)$$

причем нужно только иметь в виду, что при тех  $\varphi$  и  $\lambda$ , при которых приведенное выражение для  $\cos \psi_0$  оказывается меньше  $-1$  (полярный день), надо полагать  $\psi_0 = \pi$ , а если оно больше единицы (полярная ночь), то  $\psi_0 = 0$ .

Заметим, что замена  $(\varphi, \lambda) \rightarrow (-\varphi, \lambda + \pi)$  не меняет значения  $W$ , т. е. количество солнечного тепла, получаемое широтой  $\varphi$  за время прохождения Солнцем дуги эклиптики  $(\lambda_1, \lambda_2)$ , равно количеству тепла, получаемого широтой  $-\varphi$  за время прохождения Солнцем дуги  $(\lambda_1 + \pi, \lambda_2 + \pi)$ . Это позволяет нам ограничиться далее рассмотрением только северного полушария Земли. В нем точки  $\lambda = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$  делят год на астрономические весну, лето, осень и зиму.

Нетрудно убедиться, что в арктической зоне ( $\varphi \geq \pi/2 - \varepsilon$ ) интервал  $\lambda = (\lambda_1, \pi - \lambda_1)$ , где  $\sin \lambda_1 = \cos \varphi / \sin \varepsilon$ , отвечает незаходящему Солнцу (точка  $\lambda_1$  приходится на весну, а  $\pi - \lambda_1$  — на лето), а интервал  $(\pi + \lambda_1, 2\pi - \lambda_1)$  — невосходящему Солнцу (точка  $\pi + \lambda_1$  приходится на осень, а  $2\pi - \lambda_1$  — на зиму); в остальные периоды Солнце ежедневно восходит и заходит. С помощью замены переменной интегрирования  $\lambda = \pi - \lambda'$  в (16) можно видеть, что и в арктической зоне и вне ее значения  $W$  для весны и лета совпадают; аналогично совпадают значения  $W$  для осени и зимы. Пусть  $W_s$  и  $W_w$  — значения  $W$  для летнего (весна + лето) и зимнего (осень + зима) полугодий. Нетрудно убедиться, что

$$W_s - W_w = \frac{I_0 T_0 \sin \varphi \sin \varepsilon}{\pi \sqrt{1-e^2}},$$

так что

$$W_s = \frac{I_0 T_0}{2\pi \sqrt{1-e^2}} [S(\varphi, \varepsilon) + \sin \varphi \sin \varepsilon];$$



$$W_w = \frac{I_0 T_0}{2\pi \sqrt{1-e^2}} [S(\varphi, \varepsilon) - \sin \varphi \sin \varepsilon];$$

$$S(\varphi, \varepsilon) = \frac{\pi \sqrt{1-e^2}}{I_0 T_0} W_0 = \frac{\sin \varphi \sin \varepsilon}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\psi_0 - \operatorname{tg} \psi_0) \sin \lambda d\lambda, \quad (17)$$

где  $W_0 = W_s + W_w$  — годичная инсоляция. На экваторе  $S(0, \varepsilon) = \frac{2}{\pi} E(\sin \varepsilon)$ , где  $E(k)$  — полный эллиптический интеграл второго рода; на полюсе  $S(\pi/2, \varepsilon) = \sin \varepsilon$ . При  $\varepsilon \approx 54^\circ$  получается  $\frac{2}{\pi} E(\sin \varepsilon) = \sin \varepsilon$ , т. е. годичная инсоляция на экваторе и полюсе оказывается одинаковой — широтная зональность в среднем за год исчезает, но в отдельные сезоны она имеет место. Смена сезонов при этом выражена еще резче, чем на Земле при значении  $\varepsilon \approx 23^\circ,5$  (при котором на экватор за год падает в  $2E(\sin \varepsilon)/\pi \sin \varepsilon \approx 2,5$  раза больше тепла, чем на полюс).

При  $0 < \varphi < \pi/2$  интеграл в формуле для  $S(\varphi, \varepsilon)$  выражается в эллиптических функциях, но нам здесь такое выражение не понадобится. Вместо него в табл. 1 приводятся значения  $W_0$ , рассчитанные для Земли ( $\varepsilon \approx 23^\circ,5$ ) при  $I_0 = 1,92$  ккал/см<sup>2</sup> · мин. Там же для сравнения приводятся средние годовые зональные (т. е. осреднен-

Таблица 1

	Широта $\varphi$				
	0	10	20	30	40
$W_0$ ккал/см <sup>2</sup> · мес.	25,69	25,34	24,29	22,58	20,29
$\Theta$ (северное полушарие)	26,7	27,1	25,7	21,5	14,4
$\Theta$ (южное полушарие)	26,7	26,1	23,8	19,4	13,1

	Широта $\varphi$				
	50	60	70	80	90
$W_0$ ккал/см <sup>2</sup> · мес.	17,57	14,61	12,17	11,02	10,66
$\Theta$ (северное полушарие)	5,6	—0,5	—9,2	—15,7	—19,3
$\Theta$ (южное полушарие)	6,0	—0,4	—14,1	—27,0	—33,0

ные по кругам широты) температуры воздуха у поверхности Земли  $\Theta$  в  $^{\circ}\text{C}$ , по Батяевой [19]. Хотя от *потока* тепла, каковым является инсоляция, к *притоку* тепла еще ведет сложный механизм отражения, поглощения и переизлучения радиации, а на пути от притока тепла к температуре воздуха важнейшую роль играет мощное выравнивающее действие циркуляции атмосферы и океана, тем не менее между средней годовой зональной температурой и годичной инсоляцией обнаруживается прямая и логичная феноменологическая связь, так что, рассматривая инсоляцию, мы действительно оказываемся у самых истоков формирования климата.

Для иллюстрации на рис. 6 приведены температуры  $\Theta$  в северном и южном полушарии как функции  $W_0$ . Во внеполярных районах эти графики близки к прямым линиям, т. е. температура оказывается приблизительно линейной функцией  $W_0$ , и лишь в полярных районах (особенно в южном) она ниже, чем по такому линейному закону.

Мгновенная инсоляция всей Земли равна  $I_0(a/r)^2 S$ , где  $S \approx \pi r_0^2$  — поперечное сечение Земли,  $r_0$  — ее средний радиус. Суточная инсоляция  $I_0(a/r)^2 S T$  ( $T$  — длина суток) в среднем на единицу площади поверхности Земли  $\Sigma \approx 4\pi r_0^2$  составляет

$\frac{1}{4} I_0(a/r)^2 T$  (на самом деле

она распределяется лишь по части поверхности Земли вне области полярной ночи). Проинтегрировав ее за год по времени, выраженному в сутках, т. е. по

$$\frac{dt}{T} = \frac{T_0}{T} \left( \frac{r}{a} \right)^2 \frac{d\lambda}{2\pi \sqrt{1-e^2}},$$

получим среднюю по поверхности Земли годовую инсоляцию  $I_0 T_0 / 4 \sqrt{1-e^2}$ .

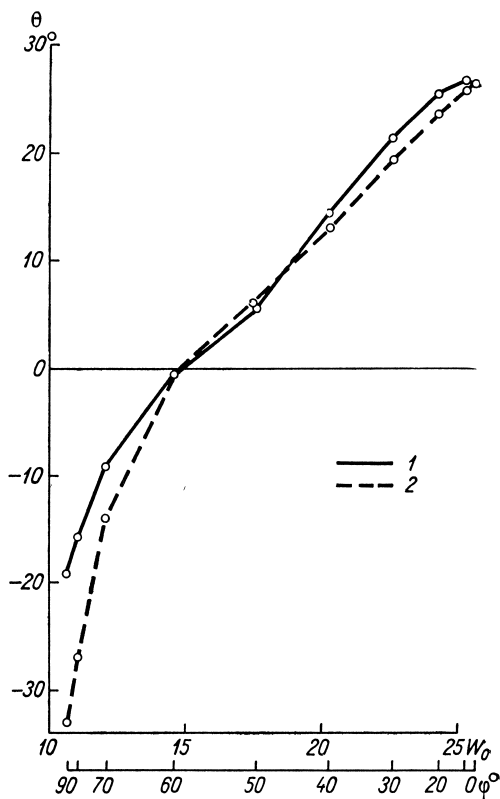


Рис. 6. Средние годовые зональные температуры воздуха у поверхности Земли в северном полушарии (1) и южном полушарии (2), по Батяевой [19], как функции годичной инсоляции.

По третьему закону Кеплера длина года  $T_0$  пропорциональна  $a^{3/2}$ , а в теории возмущений планетных орбит еще Лапласом было доказано, что с точностью до первой степени эксцентриситета  $e$  большая полуось орбиты  $a$  возмущений не испытывает. Таким образом, с указанной точностью суммарная годичная инсоляция Земли не меняется со временем, и изменения наклона  $\varepsilon$  и элементов земной орбиты могут приводить лишь к перераспределению этой суммарной инсоляции между сезонами года и территориями поверхности Земли.

В частности, увеличение наклона  $\varepsilon$  обостряет тепловые различия между сезонами (т. е. увеличивает континентальность климата), а увеличение эксцентриситета  $e$  обостряет различия в продолжительности сезонов. Можно предположить, например, что холодные лета и теплые зимы способствуют росту ледников. Поэтому для суждений о возможных колебаниях климата Миланкович [20—22, 17, 23—25] использовал распределения по широтам суммарных инсоляций за теплое и холодное полугодия. Но величины  $W_s$  и  $W_w$ , соответствующие астрономическим полугодиям (летнему и зимнему), для указанной цели неудобны, так как их колебания обусловлены изменением не только интенсивности облучения данных широт Земли, но и изменением продолжительности  $T_s$  и  $T_w$  астрономических полугодий. Действительно, используя уравнение Кеплера эллипса

$$\frac{r}{a} = \frac{1 - e^2}{1 - e \cos(\Pi - \lambda)}$$

(где  $\Pi$  — долгота перигелия земной орбиты) и проводя вычисления с точностью до первой степени эксцентриситета  $e$ , получаем

$$\begin{aligned} T_s &= \int_{\lambda=0}^{\lambda=\pi} dt = \frac{T_0}{2\pi \sqrt{1-e^2}} \int_0^{\pi} \left( \frac{r}{a} \right)^2 d\lambda \approx \frac{T_0}{2\pi} \int_0^{\pi} [1 + 2e \cos(\Pi - \lambda)] d\lambda = \\ &= \frac{T_0}{2} \left( 1 + \frac{4}{\pi} e \sin \Pi \right); \end{aligned} \quad (18)$$

аналогично  $T_w \approx \frac{T_0}{2} \left( 1 - \frac{4}{\pi} e \sin \Pi \right)$ . Теперь для суждений о колебаниях климата можно использовать средние инсоляции за астрономические полугодия  $W_s/T_s$  и  $W_w/T_w$ . Но Миланкович предпочел рассматривать полные инсоляции  $Q_s$  и  $Q_w$  за летнее и зимнее *калорические* полугодия, определяемые для каждой широты  $\varphi$  по отдельности, как такие полугодия одинаковой продолжительности  $T_0/2$ , когда ежедневная суточная инсоляция на широте  $\varphi$  в летнее полугодие больше суточной инсоляции на этой же широте в любой из дней зимнего полугодия.

## Инсоляция за калорические полугодия

Долготы солнца  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , отвечающие началам летнего и зимнего калорических полугодий, должны удовлетворять уравнению  $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} dt = T_0/2$ , которое аналогично (18) с точностью до первой степени эксцентриситета  $e$  нетрудно привести к виду

$$\lambda_2 - \lambda_1 - 2e [\sin(\Pi - \lambda_2) - \sin(\Pi - \lambda_1)] = \pi, \quad (19)$$

откуда видно, что  $\lambda_1$  и  $\lambda_1' = \pi - \lambda_2$  суть малые величины порядка  $e$ , так что это уравнение можно переписать в виде

$$\lambda_1 + \lambda_1' \approx 4e \sin \Pi.$$

Далее при помощи формулы (16) нетрудно убедиться, что  $Q_s = W_s - Q'$  и  $Q_w = W_w + Q'$ , где

$$Q' = \frac{I_0 T_0 \sin \varphi \sin \varepsilon}{2\pi^2 \sqrt{1 - e^2}} \left( \int_0^{\lambda_1} + \int_{\pi - \lambda_1'}^{\pi} \right) (\psi_0 - \operatorname{tg} \psi_0) \sin \lambda d\lambda. \quad (20)$$

Учтем, что вследствие малости  $\lambda_1$  и  $(\pi - \lambda_2)$  согласно формуле  $\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \lambda$  такими же малыми будут и соответствующие склонения Солнца  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , а согласно формуле  $\cos \psi_0 = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$  соответствующие часовые углы  $\psi_0$  будут близки к  $\pi/2$ , их синусы — к единице, а тангенсы — к  $\frac{1}{\cos \psi_0} \approx \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\sin \delta} = -\frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\sin \varepsilon \sin \lambda}$ . Поэтому подынтегральную функцию в формуле (20) можно заменить на

$$\left( \frac{\pi}{2} + \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\sin \varepsilon \sin \lambda} \right) \sin \lambda \approx \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\sin \varepsilon}.$$

Тогда сумма двух интегралов в (20) приближенно будет равна

$$\frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\sin \varepsilon} (\lambda_1 + \lambda_1') \approx 4e \sin \Pi \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\sin \varepsilon}.$$

Используя получающееся значение  $Q'$  и полагая в формуле (17)  $\sqrt{1 - e^2} \approx 1$ , мы получаем формулы Миланковича:

$$\begin{aligned} Q_s &\approx \frac{I_0 T_0}{2\pi} \left[ S(\varphi, \varepsilon) + \sin \varphi \sin \varepsilon - \frac{4}{\pi} e \sin \Pi \cos \varphi \right]; \\ Q_w &\approx \frac{I_0 T_0}{2\pi} \left[ S(\varphi, \varepsilon) - \sin \varphi \sin \varepsilon + \frac{4}{\pi} e \sin \Pi \cos \varphi \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Обозначая индексом «0» значения этих величин, а также определяющих их астрономических параметров  $\varepsilon$ ,  $e$  и  $\Pi$  в наше время ( $\varepsilon_0 = 23^\circ, 44'57''$ ;  $e_0 \sin \Pi_0 = 0,016454$ ) и учитывая малость колебаний  $\Delta \varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0$  и  $\Delta(e \sin \Pi) = e \sin \Pi - e_0 \sin \Pi_0$ , мы можем определять

колебания инсоляции за калорические полугодия, создаваемые изменениями наклона экватора и элементов земной орбиты, по формулам:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta Q_s}{I_0 T_0} &= \frac{Q_s - Q_{s0}}{I_0 T_0} \approx \frac{1}{2\pi} \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} \right)_0 + \sin \varphi \cos \varepsilon_0 \right] \Delta \varepsilon - \frac{2 \cos \varphi}{\pi^2} \Delta (e \sin \Pi); \\ \frac{\Delta Q_w}{I_0 T_0} &= \frac{Q_w - Q_{w0}}{I_0 T_0} \approx \frac{1}{2\pi} \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} \right)_0 - \sin \varphi \cos \varepsilon_0 \right] \Delta \varepsilon + \frac{2 \cos \varphi}{\pi^2} \Delta (e \sin \Pi).\end{aligned}\quad (22)$$

В целях наглядного изображения этих колебаний инсоляции Миланкович предложил для каждой широты  $\varphi$  указывать *эквивалентную широту*  $\varphi_1$ , определяемую из соотношения  $Q_0(\varphi_1) = Q(\varphi, t)$ , так что в астрономическую эпоху  $t$  широта  $\varphi$  получает за калорическое полугодие столько же солнечного тепла, сколько в настоящее время получает широта  $\varphi_1$ . При  $\varphi_1 > \varphi$  широта  $\varphi$  получает в эпоху  $t$  меньше, а при  $\varphi_1 < \varphi$  — больше тепла, чем в настоящее время.

М. Миланкович [20—22] использовал для расчетов колебаний инсоляции за последние 600 тыс. лет данные о параметрах  $\Delta \varepsilon$  и  $\Delta(e \sin \Pi)$ , полученные Пильгримом (1904) по формулам Стокуэлла (1873). Позже Миланкович [17, 23—25] пересчитал свои результаты уже для 1 млн. лет прошлого времени по данным Мишковича (1931), использовавшего формулы Леверрье. В 1958 г. Брауэр и Ван Вурком произвели уточненный расчет планетных возмущений, по которым Ван Вурком [12] пересчитал колебания инсоляции за последний 1 млн лет. Наконец, Шараф и Будникова [13, 14] произвели еще более точный расчет планетных возмущений на период —30, +1 млн. лет, а также рассчитали [15] для этого периода колебания инсоляции. Для совпадающих интервалов времени результаты всех этих независимых расчетов близки друг к другу, так что они вполне заслуживают доверия.

Рассмотрим, например, значения  $Q_s$  на широте  $\varphi = 65^\circ$ . По [15], в так называемых канонических единицах ( $I_0 = 1$ ,  $T_0 = 10^5$ )  $Q_{s0} = 13\,449$ , а значения  $\Delta Q_s$  за последние 3 млн. лет колебались в пределах (—674, +810), т. е. эти колебания не превышали 6%. Эквивалентные широты для  $Q_s$  ( $65^\circ$ ) за последние 30 млн. лет колебались в пределах  $58$ — $79^\circ$ . В них наиболее выражен период в 41 тыс. лет, свойственный колебаниям наклона  $\varepsilon$ ; прослеживается также в период в 1,2—1,3 млн. лет, свойственный колебаниям эксцентриситета  $e$ .

### Хронология оледенений плейстоцена

График эквивалентных широт для  $Q_s$  ( $65^\circ$ ) за последний 1 млн. лет, по [15], приведен на рис. 7. Главные минимумы на такой кривой за последние 600 тыс. лет (скажем, эквивалентные широты более  $68$ — $69^\circ$ ) Миланкович отождествил с фазами оледене-

ний Земли в плейстоцене, предложив тем самым абсолютную хронологию этих оледенений. Так, при использовании известной схемы Пенка и Брюкнера [26] для Альп оледенениям *гюнц* 1, 2 сопоставляются минимумы 590 и 565 тыс. лет тому назад, *миндель* 1, 2 — 476 и 435 тыс. лет, *рисс* 1, 2 — 230 и 187 тыс. лет и *вюрм* 1, 2, 3 — 115, 72 и 25 тыс. лет тому назад. Минимумы на продолжении той же кривой до 1 млн. лет в прошлое (970, 855 и 685 тыс. лет тому назад) можно сопоставлять с прегюнцскими или *дунайскими* стадиями оледенений плейстоцена.

Эти даты хорошо согласуются с представлениями большинства специалистов о последовательности и длительности оледенений плейстоцена. Правда, некоторые определения абсолютного возраста климатических экстремумов за последние 50 тыс. лет по радиоуглеродному методу (приведенные, например, на с. 255 книги

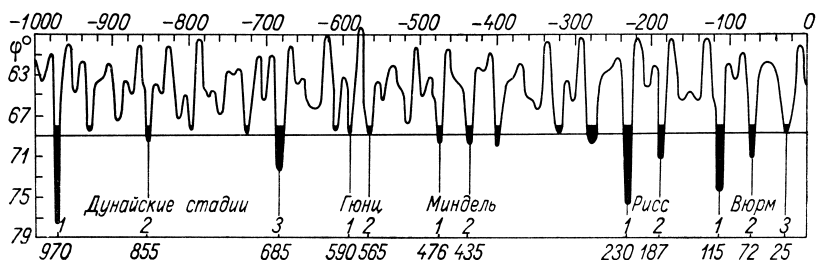


Рис. 7. Эквивалентные широты для  $Q_s$  ( $65^\circ$ ) за последний 1 млн. лет, по Шараф и Будниковой [15], и ледниковые периоды плейстоцена.

Шварцбаха [27]) дают шкалу времени в 1,5 раза короче, чем астрономическая теория. Особенно отличаются результаты Эмилиани [28, 29], идентифицировавшего в стратиграфии колонок глубоководных осадков тропической Атлантики по палеотемпературному методу Юри (отношению изотопов кислорода  $O^{18}/O^{16}$ ) четыре главных оледенения плейстоцена, но приписавшего им (путем экстраполяции радиоуглеродных определений в предположении постоянной скорости осадконакопления) суммарную продолжительность всего в 300 тыс. лет (по-видимому, допустив систематические ошибки в радиохимическом анализе). В то же время Эмилиани [29] поддерживает астрономическую теорию Миланковича.

Если между минимумами кривой рис. 7 и оледенениями плейстоцена действительно есть генетическая связь, то, рассчитав такую кривую на будущее время, можно предсказать следующие оледенения (по крайней мере, на период, в течение которого не произойдет существенных изменений конфигурации океанов и континентов, высоты гор и состава атмосферы). На рис. 8 приводится график эквивалентных широт для  $Q_s$  ( $65^\circ$ ) на 1 млн лет вперед, по [15], согласно которому через 50, 95 и 130 тыс. лет можно ожидать заметных похолоданий, через 170, 215, 260 и 335 тыс. лет — оледенений типа гюнца, а через 505, 620, 715 и особенно 830 тыс. лет — более крупных оледенений (но, конечно, при недопущении

социальных катастроф техника к этому времени наверняка позволит предотвращать оледенения Земли).

Построения Миланковича нашли горячую поддержку у ряда крупных климатологов и палеогеографов — Кеппена и Вегенера, опубликовавших эти результаты впервые в своей известной книге о климатах прошлого [30], Зергеля [31], Эберля [32], Цейнера [33], Бернара [34], Ярдецкого [35], Фэйрбриджа [36] и других специалистов. В то же время астрономическая теория встретила противников, в том числе Симпсона [37], Флинта [38], Уилетта [39] и Эпика [40—44], считавших, что полученные в астрономической теории колебания инсоляции в пределах нескольких процентов слишком малы для генезиса оледенений, а совпадение минимумов «радиационной кривой» рис. 7 с фазами оледенений плейстоцена является случайным (были высказаны и другие возражения). Однако признать случайным совпадение девяти фаз оледенений

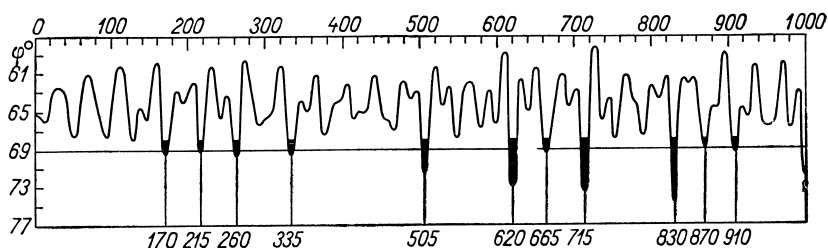


Рис. 8. Эквивалентные широты для  $Q_s$  (65°) на 1 млн. лет вперед, по Шафа и Будниковой [15].

трудно, мнение же о недостаточности малых колебаний инсоляции для изменений климата умозрительно. Можно предположить и наоборот, что накопление малых эффектов за многие тысячелетия (например, в росте ледников) способно создавать изменения климата. Тут, очевидно, необходим тщательный расчет.

Доказательный расчет представляется возможным лишь в форме численных экспериментов с достаточно детальными математическими моделями атмосферы, описывающими отражение, поглощение и переизлучение радиации, циркуляцию атмосферы и океана и процессы переноса влаги, облакообразования и осадков (см., например, [45]). Это является делом будущего. Пока что предпринимались лишь попытки грубых оценок реакции температуры воздуха  $\Theta$  на колебания инсоляции при помощи краевого условия для вертикальных потоков тепла на поверхности Земли. Но одного краевого условия для определения температуры недостаточно. Необходимо еще решать уравнения переноса тепла в атмосфере, в котором скорости движений воздуха должны определяться из уравнений движения, должны учитываться тепловые эффекты фазовых превращений влаги и т. д., т. е. нужна настоящая математическая модель атмосферы. Тем не менее в качестве временного паллиатива некоторые авторы сочли возможным выражать потоки

тепла на поверхности Земли через температуру воздуха  $\Theta$  теми или иными эмпирическими формулами. Такие формулы еще можно как-то построить для *мгновенных* значений потоков тепла, опираясь на упрощенные физические представления о механизмах теплопередачи, но их применение к *средним климатическим* значениям уже полностью теряет доказательность, так как статистические закономерности климата могут резко отличаться от физических закономерностей индивидуальных процессов.

Имея это в виду, рассмотрим все же некоторые предлагавшиеся оценки. Миланкович [17] счел возможным выразить собственное излучение Земли формулой  $\sigma\Theta^4$  (где  $\sigma \approx 8,131 \cdot 10^{-11}$  кал·см<sup>-2</sup>·град.<sup>-4</sup>·мин.<sup>-1</sup> — постоянная Стефана—Больцмана), а поток радиации, падающей на поверхность Земли, формулой  $\frac{1}{2}(1-A)(1+kM)W$  (где  $A \approx 0,4$  — альбеда, т. е. отражательная способность Земли,  $k \approx 0,0025$  — коэффициент поглощения солнечной радиации в атмосфере,  $M \approx 1033,3$  — масса столба воздуха единичного сечения,  $W$  кал/см<sup>2</sup>·мин. — инсоляция). Приравняв эти величины, он получил оценку

$$\Delta\Theta \approx \frac{(1-A)(1+kM)}{8\sigma\Theta^3} \Delta W, \text{ или } \Delta\Theta = \frac{\Delta Q}{150},$$

где  $\Delta Q$  выражено в канонических единицах. По этой оценке главным минимумам радиационной кривой рис. 7 отвечают понижения летней температуры на широте  $\varphi = 65^\circ$  в  $5-6^\circ$  (а зимняя температура повышается на  $2-3^\circ$ ). Симпсон [37] получил для  $\Delta\Theta$  второе меньшую оценку, но Шараф и Будникова [15] по наклону температурных кривых типа рис. 6 подтвердили оценку Миланковича, а Бернар [34] с помощью более детальных эмпирических формул для потоков тепла увеличил оценку Миланковича вдвое — по его данным, изменение  $Q_s$  на 1% меняет летнюю температуру в северных полярных широтах на  $2,3^\circ$ .

Аналогичные оценки предлагались для реакции температуры  $\Theta$  на колебания солнечной постоянной  $I_0$ . По Бернару [34], изменения  $I$  на 1% меняют *среднюю годовую* температуру на экваторе на  $2^\circ$  и на полюсах на  $1^\circ$ . Эпик [41, 44] и

Митчелл [46], полагая  $\frac{\Delta\Theta}{\Theta} = \frac{1}{K} \frac{\Delta I_0}{I_0}$ , приводят для средних годовых значений «фактора устойчивости»  $K$  оценки от 4,5—6 на экваторе до 15—20 на полюсах (для лета значения  $K$  меньше, для зимы — значительно больше). Соер [47], учитывавший дополнительный эффект меридионального переноса тепла и водяного пара, подтвердил оценку  $K=4,5$  для экватора, но для полюса получил всего  $K \approx 1,5$ .

Недавно была предложена схема с неустойчивостью относительно эмпирических параметров, приводящей к сильно завышенной реакции температуры на изменения инсоляции (значениям  $K \approx 1$  на экваторе и еще в несколько раз меньшим  $K$  на широте  $65^\circ$ ). Однако все перечисленные оценки (кроме, пожалуй, чисто эмпирической оценки [15]) представляются недоказательными.

Серьезным возражением против астрономической теории колебаний климата может показаться то, что колебания наклона  $\epsilon$  и параметра земной орбиты  $e \sin \Pi$  имели место во все астрономические времена, а ледниковые эпохи занимали лишь относительно узкие периоды времени, разделенные интервалами в сотни миллионов лет. В этой связи Бачак [48] предположил, что относительно сильные колебания  $\epsilon$  и  $e \sin \Pi$  возникают лишь тогда, когда восходящие узлы орбит всех семи главных планет находятся на эклиптике близко друг от друга (скажем, в пределах одного квадранта). Такая ситуация как раз имеет место в настоящее время (долготы  $\odot$  узлов планет сейчас меняются от  $47^\circ 30'$  у Меркурия до  $131^\circ 01'$  у Нептуна, они растут со временем со скоростями порядка  $0',3$ —



0',7 в год), и она может многократно повторяться в течение относительно узких периодов времени, разделенных значительно более широкими интервалами. Но правильно или нет предположение Бачака, оно все равно не помогает понять изменения климата в неогене и четвертичном периоде, в которых, по расчетам Шараф и Будниковой, колебания  $\varepsilon$ ,  $e \sin \Pi$  и инсоляции все время имели один и тот же характер, тогда как оледенения возникли только в плейстоцене.

Иное предположение подсказывает график изменений температуры в кайнозое, по Вольдштедту [49], приведенный на рис. 9, согласно которому температура меняется плавно, пока она высока, скажем выше  $13^\circ$ , и начинает резко колебаться (с периодами

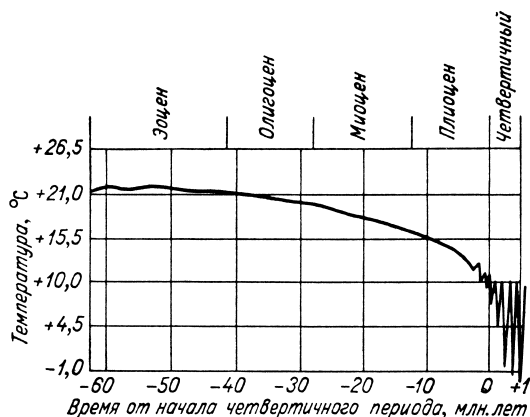


Рис. 9. Схематический график кайнозойских изменений средней годовой температуры в Центральной Европе, по Вольдштедту [49].

Масштаб времени в четвертичном периоде увеличен в 5 раз.

в десятки тысяч лет, получаемыми астрономической теорией), когда она опускается, скажем, ниже  $10^\circ$ . Иначе говоря, пока температура высока, климат изменяется аperiодически, мало реагируя на колебания инсоляции, при низких же температурах он сильно реагирует на эти воздействия, приходя в режим вынужденных колебаний. Это предположение и высказывают братья Сергины [50—55], построившие электрическую модель колебаний климата, в которой при высоких температурах имеется только одно инерционное звено (океан), что удерживает ее в аperiодическом режиме, а при низких температурах включается и второе инерционное звено (оледенение), что переводит модель в колебательный режим.

Что же касается плавных изменений температуры с периодами порядка  $10^7$  лет в интервалах между ледниковыми эпохами, то объяснение им нужно искать отдельно.

#### Литература к разделу 4

16. Nicolet M. Arch. Meteorol. Geoph. Biokl., 1951, 3.
17. Миланкович М. Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата. ГОНТИ, 1939.
18. List R. J. Smithsonian Meteorological Tables. 6 ed. Washington, 1951.
19. Батяева Т. Ф. Метеорол. бюллетень ЦИП, 1960.

20. Milankovitch M. Glas. Srpske K. Akad. Beograd, 1913, **91**, с. 101—179.
21. Milankovitch M. Bull. Trav. Akad. Sci. Zagreb, 1915.
22. Milankovitch M. Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire. Acad. Yougoslave Sci. Arts. Zagreb, Paris 1920.
23. Milankovitch M. Bull. Acad. R. Serbe Sci. math. nat. Belgrade (A), 1938, **4**.
24. Milankovitch M. Handb. Geophys. Berlin, 1938, **9**, p. 593—698.
25. Milankovitch M. Canon der Erdbestrahlung und seine Anwendung auf das Eiszeitenproblem. Beograd, 1941.
26. Penck A., Brückner E. Die Alpen im Eiszeitalter, Leipzig, 1901—1909, vol. 1—3.
27. Schwarzbach M. Climates of the Past. London, 1963.
28. Emiliani C. J. Geology, 1955, **63**, p. 538—578.
29. Эмилиани Ч. В кн.: «Солнечная активность и изменения климата». Гидрометеиздат, 1966, с. 251—269.
30. Köppen W., Wegener A. Die Klimate der geologischen Vorzeit. Berlin, 1924.
31. Soergel W. Fortschr. Geolog. Pal., 1925, **13**.
32. Eberl B. Die Eiszeitenfolge im nördlichen Alpenforland. Augsburg, 1930.
33. Цейнер Ф. Плейстоцен. Изд-во иностр. лит., 1963.
34. Бернар Э. А. В кн.: «Проблемы палеоклиматологии». «Мир», 1968, с. 189—199.
35. Ярдецкий В. С. В кн.: «Солнечная активность и изменения климата». Гидрометеиздат, 1966, с. 202—209.
36. Фэйрбридж Р. В кн.: «Солнечная активность и изменения климата». Гидрометеиздат, 1966, с. 270—315.
37. Simpson G. C. Proc. Linnean Soc. London, 1940, p. 190—219.
38. Флинт Р. Ледники и палеогеография плейстоцена. Изд-во иностр. лит., 1963.
39. Уиллетт Х. С. В кн.: «Изменение климата». Изд-во иностр. лит., 1958, с. 69—90.
40. Örik E. J. Irish Astr. J., 1952, **2**, p. 71.
41. Örik E. J. J. Glaciology, 1953, **2**, p. 213.
42. Örik E. J. Irish Astr. J., 1958, **5**, p. 97—109.
43. Эпик Дж. В кн.: «Планета Земля». Изд-во иностр. лит., 1961, с. 172—196.
44. Örik E. J. Icarus, 1965, **4**, p. 289—307.
45. Монин А. С. Прогноз погоды как задача физики. М., «Наука», 1969.
46. Митчелл Дж. М. В кн.: «Солнечная активность и изменения климата». Гидрометеиздат, 1966, с. 87—105.
47. Sawyer J. S. In „Changes of Climate“. UNESCO, 1963, p. 333—338.
48. Vaszak G. Acta Geol. Budapest, 1955, **3**, p. 305—346.
49. Woldstedt P. Das Eiszeitalter. Stuttgart, 1954, **1**.
50. Сергин С. Я., Сергин В. Я. ДАН СССР, 1966, **171**, № 4, с. 923—926.
51. Сергин С. Я., Сергин В. Я. Материалы гляциол. иссл. МГГ, 1966, вып. 12, с. 171—188.
52. Сергин С. Я. Изв. АН СССР. Сер. геогр., 1966, № 6, с. 3.
53. Сергин С. Я., Сергин В. Я. Изв. АН СССР. Сер. геогр., 1968, № 6, с. 87—97.
54. Сергин С. Я. ДАН СССР, 1969, **186**, № 4, с. 897—901.
55. Сергин В. Я., Сергин С. Я. «Природа», 1969, № 9, с. 10—17.

## 5. История системы Земля—Луна

В этом разделе мы будем считать Землю и Луну уже не твердыми, а способными деформироваться под действием сил взаимного притяжения (и притяжения Солнца). Эту способность деформироваться удобно описывать при помощи так называемых *чисел*

Лява [56], определяемых, например, для Земли следующим образом.

Будем полагать, что периоды изменения приливообразующих сил в системе отсчета, связанной с вращающейся Землей, велики по сравнению с периодами свободных колебаний Земли (имеющими порядок часа), так что приливные деформации можно считать возникающими мгновенно и определять их как статические.

Представим приливообразующий потенциал в виде суммы сферических функций  $V = \sum V_n$ ; создаваемое каждым потенциалом  $V_n$  вертикальное смещение в Земле представим в виде  $h_n V_n / g$  (а горизонтальные смещения по широте и долготе в виде  $\frac{l_n}{g} \frac{\partial V_n}{\partial \Theta}$  и  $\frac{l_n}{g \sin \Theta} \frac{\partial V_n}{\partial \lambda}$ ) и, наконец, создаваемый приливной деформацией дополнительный гравитационный потенциал обозначим  $k_n V_n$ . Таким образом, покрывающая Землю эквипотенциальная жидкая поверхность вследствие приливной деформации будет смещена относительно центра Земли на расстояние  $\frac{(1+k_n)V_n}{g}$  и относительно невозмущенного уровня моря — на расстояние  $\frac{(1+k_n-h_n)V_n}{g}$ . Безразмерные числа  $k_n$ ,  $h_n$  и  $l_n$  и будут числами

Лява, характеризующими способность Земли в целом упруго реагировать на приливообразующие силы. Такие числа могут быть определены и для Луны. Наибольший интерес представляют числа Лява при  $n=2$ , так как  $V_2$  составляет основную долю приливообразующего потенциала.

Числа Лява в принципе могут быть вычислены для любой модели распределения плотности и характеристик упругости вещества внутри Земли. Так, например, из классической теории Кельвина для деформации однородной упругой сферы получается

$$h_2 = \frac{5}{2} \left( 1 + \frac{19}{2} \frac{\mu}{g R_0} \right)^{-1}, \quad k_2 = \frac{3}{5} h_2 \quad \text{и} \quad l_2 = \frac{k_2}{2},$$

где  $R_0$  — радиус сферы,  $\rho$  — ее плотность,  $g$  — ускорение силы тяжести на поверхности сферы,  $\mu$  — жесткость (модуль сдвига). Для жидкой сферы  $\mu=0$ , а потому  $h_2=5/2$ ,  $k_2=3/2$ ,  $l_2=3/4$ , для жесткой сферы, менее способной деформироваться, числа Лява соответственно меньше. Ряд авторов рассчитывал числа Лява для различных моделей неоднородной Земли (здесь важно учитывать, в частности, наличие жидкого внешнего ядра). Такеучи [57] для двух моделей Буллена получил  $h_2=0,587-0,610$ ,  $k_2=0,290-0,281$  и  $l_2=0,068-0,082$ .

Эффективно-приливные значения чисел Лява могут быть извлечены из данных наблюдений о периоде чандлеровского колебания полюсов (см. следующий параграф), который вследствие отличия

Земли от идеально твердого тела превышает эйлеровский период свободной нутации  $\frac{A}{C-A} \frac{2\pi}{\omega} \approx 10$  мес. и оказывается близким к 14 мес., чему отвечает  $k_2 = 0,29$ ; приблизительно такое же значение дают и измерения земных приливов (по ним, кроме того,  $h_2 = 0,59$ ). Для Луны  $k_2$  оценивается в 0,02.

Понятие о числах Лява можно применить и к деформациям Земли, создаваемым ее вращением. Определим *вековое число Лява*  $k_s$ , записав создаваемую вращением Земли сферическую гармонику 2-го порядка гравитационного потенциала на ее поверхности в виде  $U_2 = k_s \left( \frac{R_0}{R} \right)^5 V_2$ , где  $R$  и  $R_0$  — радиус Земли в данной точке и средний радиус;  $V = \Sigma V_n$  — центробежный потенциал, равный  $\frac{\omega^2}{6} (R^2 - x_3^2)$ ,  $x_3$  — координата точки, отсчитываемая от плоскости экватора вдоль оси вращения; при этом  $V_2 = \frac{\omega^2}{6} (R^2 - 3x_3^2)$ . С другой стороны, согласно формуле (9),

$$U_2 = \frac{G}{R^3} \left[ \frac{2A+C}{2} - \frac{3}{2} \frac{A(x_1^2 + x_2^2) + Cx_3^2}{R^2} \right].$$

Введя момент инерции эквивалентной сферы  $I = \frac{1}{3} (2A+C)$ , последнее выражение для  $U_2$  можно привести к виду  $\frac{3G(C-I)}{4R^5} (R^2 - 3x_3^2)$ . Сравнивая его с выражением, содержащим  $V_2$ , получим [58]

$$C = I + \frac{2k_s R_0^5}{9G} \omega^2, \quad (23)$$

т. е. момент инерции  $C$  оказывается зависящим от скорости вращения Земли. Используя современные значения всех величин, из (23) можно получить значение  $k_s = 0,947$  (Макдональд [59]). Для жидкой Земли по ее сжатию  $\alpha = \frac{1+k_s}{2} \times \frac{\omega^2 R_0}{g}$  при  $\alpha \approx 1/298$  получилось бы почти такое же значение  $k_s \approx 0,93$ , так что по отношению к очень медленно меняющимся нагрузкам, связанным с изменениями скорости вращения (с временами порядка  $10^9$  лет), Земля в целом ведет себя почти как жидкое тело.

### Приливное трение

Если бы трения не было, то приливные горбы, образующиеся на поверхности Земли и Луны под действием их взаимного притяжения, были бы направлены по линии, соединяющей их центры масс. Но из-за трения приливные горбы, например, на Земле увлекаются ее вращением (много более быстрым, чем угловое движение Луны по орбите), и ось горбов образует с линией центров Земля—Луна некоторый угол  $\delta$ , так что максимальный прилив наступает в каждой точке Земли несколько позже момента кульминации Луны. В прибрежных районах океанов это запаздывание может достигать нескольких часов, так как на мелководье приливные течения эффективно тормозятся придонным трением, но в открытом океане и в твердой Земле запаздывание мало и в среднем для всей Земли составляет, по-видимому, всего несколько минут.

Угол  $\delta$  является суммарной характеристикой всего приливного трения. Если ввести относительную скорость диссипации приливной энергии

$$Q^{-1} = \frac{1}{2\pi E_m} \int \frac{dE}{dt} dt,$$

где  $E$  — энергия приливного движения,  $E_m$  — максимум этой энергии в течение приливного цикла, и интеграл распространен на весь цикл, то при потенциале приливообразующих сил вида  $U \sim \cos 2\omega t$  вертикальные смещения будут равны  $\xi \sim \cos 2(\omega t - \delta)$ , их скорости  $\dot{\xi} \sim \sin 2(\omega t - \delta)$ , мощность приливных движений

$$\frac{dE}{dt} = \int \dot{\xi} \frac{\partial U}{\partial r} \rho dV \sim \cos 2\omega t \sin 2(\omega t - \delta),$$

диссипация энергии за цикл

$$\int_0^{\pi/\omega} \frac{dE}{dt} dt \sim -\frac{\pi}{2\omega} \sin 2\delta$$

и при малых  $\delta$  максимум энергии

$$E_m = - \int_0^{\pi/4\omega} \frac{dE}{dt} dt \sim -\frac{\cos 2\delta}{4\omega},$$

так что  $Q^{-1} = \tan 2\delta \approx 2\delta$  (в электротехнике эта величина называется «тангенсом угла потерь»). Для Земли принимают  $Q=13$ , чему соответствует  $\delta=2^\circ,16$ , причем во всем интервале приливных частот эта величина, по-видимому, постоянна.

Отклоненные на угол  $\delta$  от линии центров Земля—Луна приливные горбы на Земле притягиваются Луной, причем ближний к ней горб притягивается сильнее (сейчас приблизительно на 5%), чем горб, направленный в противоположную сторону, вследствие чего образуется действующий на Землю момент сил притяжения Луны, стремящийся повернуть Землю в сторону, противоположную направлению ее вращения. Момент импульса собственного вращения Земли  $M_0 \approx C\omega$  должен уменьшаться, и *вращение должно замедляться*. С другой стороны, действие на Луну сил притяжения к приливному горбам на Земле, из которых притяжение к ближайшему горбу сильнее, чем к дальнему, должно подталкивать Луну по направлению ее движения по орбите. Момент импульса орбитального движения Луны  $M_1 \sim r_2^2 n$  (где  $n$  — среднее движение Луны) должен увеличиваться, а поскольку по третьему закону Кеплера  $n^2 r_2^3 = \text{const}$ , так что  $M_1 \sim n^{-1/3} \sim r_2^{1/2}$ , движение Луны должно *замедляться*, а ее расстояние от Земли — *увеличиваться*. При этом может меняться и эксцентриситет лунной орбиты, а вследствие наличия у момента гравитационно-приливных сил компоненты по нормали к лунной орбите также и углы  $\eta$  и  $(\varepsilon - \eta)$ , образуемые нормалью к лунной орбите  $\mathbf{v}$  и осью вращения Земли  $\omega$  с не меняющимся при приливных взаимодействиях Земли и Луны вектором  $\mathbf{M}$  полного момента импульса этой системы (эти три вектора, очевидно, лежат в одной плоскости;  $\varepsilon$  — угол наклона лунной орбиты к земному экватору; сейчас  $\eta = 3^\circ 57'$  и  $\varepsilon = 23^\circ 50'$ ).

Таким образом, систему Земля—Луна можно рассматривать как сложный волчок, состоящий из двух тел, связанных гравитационно-приливным взаимодействием, которое осуществляет перераспределение между ними суммарного момента импульса  $M$ . При этом происходит постепенная диссипация кинетической энергии системы в теплоту из-за наличия угла  $\delta$  запаздывания приливных горбов на Земле (эта диссипация происходит в теле Земли), а при эксцентричной орбите Луны — также и вследствие запаздывания  $\delta$  ежемесячного максимума радиальной (по линии центров Земля—Луна) компоненты приливов и на Земле, и на Луне против времени прохождения Луной перигелия ее орбиты (эта диссипация происходит и в Земле, и в Луне; она не сопровождается перераспределением момента импульса). Вследствие указанных факторов система Земля—Луна медленно эволюционирует во времени.

Некоторое влияние на эту эволюцию оказывают и приливы на Земле, создаваемые притяжением Солнца, которые осуществляют перераспределение момента импульса между собственным вращением Земли и ее обращением вокруг Солнца (тем самым медленно меняя  $M$ ), а также дополнительную диссипацию энергии в теле Земли.

Из формулы (12) мы видели, что гравитационные потенциалы  $U_2$  Солнца и

Луны находятся в отношении  $\frac{m_{\odot}}{m_{\text{л}}} \frac{r_{\text{л}}^3}{r_{\odot}^3} \approx 0,46$  — таково и отношение высот солнечных и лунных приливов на Земле. Отношение же моментов приливообразующих сил равно отношению потенциалов, умноженному на отношение высот приливов, т. е. равно  $\left(\frac{m_{\odot}}{m_{\text{л}}} \frac{r_{\text{л}}^3}{r_{\odot}^3}\right)^2 \approx \frac{1}{5}$ . Если приближенно оценить моменты импульса

орбитальных движений Земли и Луны формулами  $m_{\odot} r_{\odot}^2 n_0$  и  $m_{\text{л}} r_{\text{л}}^2 n_{\text{л}}$ , где индекс «0» относится к Земле, а  $n$  — средние движения (частоты обращений по орбитам), вспомнить, что производная по времени от момента импульса равна моменту внешних сил, и заметить, что благодаря третьему закону Кеплера  $n^2 r^3 = \text{const}$ , так что  $\frac{d}{dt}(r^2 n) \sim r^2 \frac{dn}{dt}$ , то при использовании только что указанного

отношения моментов приливообразующих сил получится

$$\frac{dn_0/dt}{dn_{\text{л}}/dt} \approx \frac{m_{\text{л}}}{m_0} \left(\frac{m_{\odot}}{m_{\text{л}}}\right)^2 \left(\frac{r_{\text{л}}}{r_{\odot}}\right)^8. \quad (24)$$

Сейчас эта величина имеет порядок  $10^{-8}$ , так что эволюция орбитального движения Земли под действием солнечных приливов оказывается крайне медленной по сравнению с внутренней приливной эволюцией системы Земля—Луна. Но последняя сейчас приводит к удалению Луны от Земли, а с ростом  $r_{\text{л}}$  относительная роль солнечных приливов возрастает чрезвычайно быстро, и поэтому при расчете будущей эволюции системы Земля—Луна поправки на солнечные приливы вводить необходимо. Пока же мы их учитывать не будем.

## Расчет приливной эволюции системы Земля—Луна

Приливную эволюцию системы Земля—Луна впервые рассчитывал Дарвин [60]. Он получил для прошлого времени более близкую к Земле и более *регулярную* (т. е. менее эксцентрическую и менее наклонную к земному экватору) орбиту Луны и быстрее

вращающуюся Землю с временем приливной эволюции порядка  $10^9$  лет. Эти результаты подтверждаются и последующими расчетами, но вывод Дарвина о возможности отделения Луны от Земли отклоняется.

Практически в такой же постановке задачи эволюция системы Земля—Луна позже была рассчитана Герстенкорном [61], получившим, однако, несколько иные результаты. По его расчетам, 2,5 млрд. лет тому назад Луна находилась на минимальном расстоянии от Земли  $2,89 R_0$  (где  $R_0$  — радиус Земли), совпавшем с так называемым пределом Роша, ближе которого жидкий спутник разрывался бы приливными силами (для твердых спутников предел Роша чуть меньше — около  $2,80 R_0$ ). Орбита Луны в этот момент была наклонена к земному экватору под углом  $45^\circ,7$ , а Земля вращалась вокруг своей оси в пять раз быстрее, чем сейчас. До этого же момента Луна двигалась по сильно вытянутой орбите в сторону, обратную вращению Земли (позже Герстенкорн несколько изменил свои численные результаты).

Последнее послужило основой для гипотезы Альфвена [62] о том, что Луна была захвачена Землей (на обратную и вытянутую начальную орбиту). Но более аккуратные расчеты приливной эволюции системы Земля—Луна, выполненные Сливхтером [63], Макдональдом [59], Сорокиным [64] и Петровой [65], не подтверждают возможности нерегулярной начальной орбиты у Луны. Эти вопросы обсуждаются в работах Рускол [66—72], которая пришла к выводу, что Луна образовалась из околоземного метеорного роя на расстоянии от Земли порядка  $(5—10) R_0$ .

Переходя к расчету, будем пользоваться геоцентрической системой координат  $OX_1X_2X_3$  с осями  $OX_1$  и  $OX_2$  в плоскости лунной орбиты ( $OX_1$  — по линии ее пересечения с экваториальной плоскостью Земли, т. е. по линии узлов), так что ось  $OX_3$  будет направлена по нормали  $\mathbf{v}$  к лунной орбите, а векторы  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{\omega}$  будут лежать в плоскости  $OX_2X_3$ . Движение Луны будем описывать уравнением кеплерова эллипса  $r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v}$ , где  $a$  — большая полуось эллипса,  $e$  — его эксцентриситет, и  $v$  — «истинная аномалия» Луны

(разность «аргумента широты»  $u$ , т. е. угла между  $OX_1$  и направлением на Луну, и долготы перигелия  $\Pi - \varpi$ , отсчитываемой от восходящего узла орбиты, где  $\Pi$  и  $\varpi$  — обычные долготы перигелия и восходящего узла). Мгновенная угловая скорость орбитального движения Луны равна

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{a^2}{r^2} n \sqrt{1-e^2},$$

где  $n$  — «среднее движение», так что момент импульса орбитального движения Луны и Земли вокруг их общего центра тяжести

$$\mathbf{M}_1 = \frac{m_0 m_\Delta}{m_0 + m_\Delta} r^2 \mathbf{v}$$

во всех фазах орбитального движения одинаков (это — перефразировка второго закона Кеплера).

Полный момент импульса системы Земля—Луна представим в виде  $\mathbf{M} \approx \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_1$ , где  $\mathbf{M}_0$  — момент импульса собственного вращения Земли. Приблизненно считая ее осесимметричной, а оси симметрии и вращения совпадающими, имеем  $\mathbf{M}_0 \approx C\boldsymbol{\omega}$ , где  $C$  дается формулой (23). Малым по сравнению с  $M_1$  моментом импульса собственного вращения Луны  $M_\Delta$  мы здесь пренебрегаем, так как отношение

$$\frac{M_\Delta}{M_1} = \frac{C_\Delta}{m_0 m_\Delta r^2 / (m_0 + m_\Delta)}$$

сейчас равняется  $8,3 \cdot 10^{-6}$ , а в прошлом оно не превосходило  $10^{-3}$ .

Соотношение  $\mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_1 = \mathbf{M}$  в проекциях на оси  $OX_2$  и  $OX_3$  дает

$$C\omega \sin \varepsilon = M \sin \eta; \quad C\omega \cos \varepsilon + M_1 = M \cos \eta. \quad (25)$$

Кроме того, используем уравнение моментов  $dM_1/dt = \langle \mathbf{K} \rangle$ , где  $\mathbf{K}$  — момент сил, действующих на Луну, а угловые скобки обозначают осреднение по всем положениям Луны на ее орбите (при этом  $d\mathbf{M}_0/dt = -\langle \mathbf{K} \rangle + d\mathbf{M}/dt$ , где  $d\mathbf{M}/dt$  создается солнечными приливами). Момент  $\mathbf{K}$  есть сумма моментов сил приливного взаимодействия и сил, создающих прецессию. Второй из этих моментов направлен по оси  $OX_1$  (далее он нам не понадобится; прецессию мы вообще здесь учитывать не будем). Первый же может быть записан в виде  $m_\Delta [\mathbf{r} \times \mathbf{F}]$ , где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор Луны, а  $\mathbf{F}$  — сила приливного взаимодействия. Обозначим ее компоненты по радиусу-вектору Луны  $R$ , перпендикулярно радиусу-вектору в орбитальной плоскости  $S$  и перпендикулярно орбитальной плоскости  $W$ . Поскольку вектор  $\mathbf{r}$  имеет компоненты  $(r \cos u, r \sin u, 0)$ , проекции момента сил  $m_\Delta [\mathbf{r} \times \mathbf{F}]$  на оси  $OX_2$  и  $OX_3$  будут равны  $-m_\Delta r W \cos u$  и  $m_\Delta r S$ .

Остановимся на расчете компонент силы  $\mathbf{F}$ , следуя Макдональду [59]. Радиальная компонента, очевидно, равна  $R = \frac{\partial (U + U_\Delta)}{\partial r}$ , где  $U$  и  $U_\Delta$  — дополнительные внешние потенциалы, создаваемые приливными деформациями Земли и Луны. Компоненты же  $S$  и  $W$  суть проекции силы  $-\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \delta} \boldsymbol{\Omega}$ , действующей по направлению движения приливных горбов на Земле, которое задается вектором  $\boldsymbol{\Omega} = [(\boldsymbol{\omega} - \mathbf{v}) \times \mathbf{r}]$ , так как оно перпендикулярно и радиусу-вектору Луны  $\mathbf{r}$ , и ее относительной угловой скорости  $\boldsymbol{\omega} - \mathbf{v}$ . Проекция вектора  $\boldsymbol{\Omega}$  на направления, отвечающие компонентам  $S$  и  $W$ , равны  $r(\omega \cos \varepsilon - v)$  и  $-r\omega \sin \varepsilon \cos u$ . Потенциал  $U$  можно представить в виде

$$\sum_{n=2}^{\infty} k_n \left( \frac{R_0}{r} \right)^{n+1} V_n(v - \delta),$$

где

$$V = \sum V_n = \frac{Gm_\Delta}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_0}{r} \right)^n p_n(\delta)$$



— разложение по полиномам Лежандра  $p_n$  приливного потенциала на Земле, который вследствие запаздывания приливов следует брать при положении Луны  $v - \delta$ . Приливный потенциал на Луне дается аналогичным разложением

$$V_{\text{д}} = \frac{Gm_0}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_{\text{д}}}{r} \right)^n p_n(\xi).$$

Вклад лунной деформации в потенциал на Земле, рассчитанный на единицу массы Луны, будет равен

$$U_{\text{д}} = \frac{m_0}{m_{\text{д}}} \sum_{n=2}^{\infty} k_{\text{д}n} \left( \frac{R_{\text{д}}}{r} \right)^{n+1} V_{\text{д}n}(v - \delta_{\text{д}}).$$

Полиномы Лежандра здесь надо брать в нуле, так как угловые скорости собственного вращения и орбитального движения Луны в среднем совпадают, и приливный горб Луны всегда обращен прямо к Земле. Далее мы будем выписывать для всех потенциалов только сферические гармоники 2-го порядка.

Используя все перечисленные результаты и заметив, кроме того, что  $M_1 = M_1 v_0$ , где  $v_0 = v/v$  — единичный вектор нормали к лунной орбите, причем проекции  $dv_0/dt$  на оси  $OX_2$  и  $OX_3$  равны  $-d\eta/dt$  и 0, мы сможем записать проекции уравнения моментов на эти оси в виде:

$$\begin{aligned} -M_1 \frac{d\eta}{dt} &= -m_{\text{д}} \langle rW \cos u \rangle = c_1 n^4 \omega \sin \varepsilon; \\ \frac{dM_1}{dt} &= m_{\text{д}} \langle rS \rangle = c_2 n^4 (\omega \cos \varepsilon - n), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$c_1 = - \frac{k_2 G m_{\text{д}}^2 R_0^5}{n^4 a^6 \omega} \frac{\partial}{\partial \delta} p_2(\delta) \left\langle \frac{\left( \frac{a}{r} \right)^3 \left( \frac{a}{r_{v-\delta}} \right)^3 q \cos^2 u}{\sqrt{1 - q^2 \sin^2 \varepsilon \sin^2 u}} \right\rangle, \quad (27)$$

причем  $q = \left( 1 - 2 \frac{v}{\omega} \cos \varepsilon + \frac{v^2}{\omega^2} \right)^{-1/2}$ , а  $c_2$  дается таким же выражением, но с заменой множителя  $\cos^2 u$  внутри угловых скобок множителем  $\frac{\omega \cos \varepsilon - v}{\omega \cos \varepsilon - n}$ . По третьему закону Кеплера  $n^2 a^3 = G(m_0 + m_{\text{д}})$  есть константа; кроме того, при малых  $\delta$  множители в угловых скобках в формулах для  $c_1$  и  $c_2$  зависят от  $\delta$  слабо, а  $\frac{\partial p_2(\delta)}{\partial \delta} = -\frac{3}{2} \sin 2\delta \approx -3\delta$ , так что  $c_1$  и  $c_2$  приблизительно пропорциональны времени запаздывания приливов  $\delta/\omega$ .

Считая это время запаздывания в течение приливной эволюции системы Земля—Луна постоянным (и, следовательно, угол запаздывания  $\delta$  *уменьшающимся со временем* обратно пропорционально длине  $2\pi/\omega$  земных суток), Герстенкорн [61] принял величины  $c_1$  и  $c_2$ , а также коэффициенты  $C$  и  $M$  в уравнениях (25) просто за постоянные (причем у него  $c_1 = \frac{1}{2} c_2$ ).

Орбита Луны в течение почти всей ее эволюции (кроме самых ранних стадий) была принята за круговую. Тогда  $v=n$  и, согласно третьему закону Кеплера,  $M_1 \sim a^2 n \sim n^{-1/3}$ , так что в уравнениях (25) и (26) остаются только четыре неизвестные функции от времени  $\omega$ ,  $n$ ,  $\varepsilon$  и  $\eta$ . Найдя из первого уравнения (25)  $\omega \sin \varepsilon = \frac{M}{C} \sin \eta$ , Герстенкорн привел первое уравнение (26) к виду  $-\frac{d\eta}{\sin \eta} = \frac{c_1}{C} \frac{M}{M_1} n^4 dt$ . Положив это выражение равным  $d\tau$ , он тем самым ввел вместо времени  $t$  новую независимую переменную  $\tau$ . Тогда сразу получается  $\cos \eta = \text{th} \tau$ , а из вторых уравнений (25) и (26) для неизвестной  $p = \left(\frac{C}{M} n\right)^{1/3}$  получается уравнение Герстенкорна

$$-\frac{1}{2} \frac{dp}{d\tau} = p \text{th} \tau - \gamma - p^4, \quad (28)$$

где  $\gamma = p \frac{M_1}{M}$  — постоянная, по нынешним данным равная 0,1555. При этом

$$dt = \frac{C\gamma}{c_1} \left(\frac{C}{M}\right)^4 p^{-13} d\tau,$$

а  $\omega$  и  $\varepsilon$  находятся из уравнений (25).

Пожалуй, главной трудностью в расчете эволюции системы Земля—Луна является неопределенность в изменениях со временем приливного трения, определяемых изменениями внутренней структуры Земли. Макдональд [59] производил расчет, считая, в отличие от Герстенкорна, угол запаздывания  $\delta$  постоянным (так что время запаздывания  $\delta/\omega$  росло пропорционально длине суток), а Рускол [69] считала  $\delta$  растущим со временем как  $t$  или  $t^2$  вследствие уменьшения упругости Земли из-за постепенного разогревания ее недр и роста объема океанов. Считая  $\delta \sim t^s$ , мы можем положить  $c_1 = c'_1 \frac{t^s}{\omega}$  и получим то же уравнение Герстенкорна (28), но с другой связью между  $\tau$  и  $t$ , которая теперь будет задаваться формулой

$$t^s dt = \frac{C\gamma}{c_1} \left(\frac{C}{M}\right)^4 p^{-13\omega} d\tau.$$

Меняя  $s$ , можно получать для решения Герстенкорна различные шкалы времени.

Для более детального расчета к уравнениям (25), (26) следует добавить уравнения, описывающие эволюцию элементов лунной орбиты — так называемые *уравнения Гаусса*, выводимые в теории возмущений планетных орбит (см., например, книгу Брауэра и Клеменса [73]). Первое из них имеет вид

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n \sqrt{1-e^2}} \left\{ e \langle R \sin v \rangle + a (1-e^2) \left\langle \frac{S}{r} \right\rangle \right\}. \quad (29)$$

В случае круговой орбиты Луны правая часть здесь оказывается равной

$$\frac{2}{n} \langle S \rangle = \frac{3k_2 G m_2 R_0^5 \sin 2\delta}{(n^2 a^3)^{1/2}} \frac{q (\cos \varepsilon - n'/\omega)}{a^{11/2}} \langle (1 - q^2 \sin^2 \varepsilon \sin^2 u)^{-1/2} \rangle,$$

так что знак  $da/dt$  тот же, что и у  $\cos \varepsilon - n/\omega$ . По подсчету Макдональда [59], в настоящее время  $da/dt \approx 3,2$  см/год. По третьему закону Кеплера  $\frac{1}{a} \frac{da}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{1}{n} \frac{dn}{dt}$  эта оценка хорошо согласуется с астрономическими данными о вековом замедлении углового движения Луны  $dn/dt \approx -11'',2$  (столетие) $^{-2}$  [74], так что при  $n = 1'',733 \cdot 10^9$  (столетие) $^{-1}$  получается  $\frac{1}{n} \frac{dn}{dt} = -0,129$  (млрд. лет) $^{-1}$ . Сейчас  $a = 3,844 \cdot 10^{10}$  см и  $a (da/dt)^{-1} \approx 12$  млрд. лет, но ранее  $da/dt$  было больше, так что история Луны должна быть короче.

Длительность приливной эволюции совсем просто оценить для спутника с круговой экваториальной орбитой ( $\varepsilon = 0$  и  $q(\cos \varepsilon - \frac{n}{\omega}) = 1$ ), для которого  $\frac{da_1}{dt_1} \approx \frac{\delta}{\delta_0} a_1^{-11/2}$ , где  $a_1 = a/a_0$ ,  $t_1$  — безразмерное время, получаемое при использовании масштаба времени  $a_0(da/dt)_0^{-1}$ , а индекс «0» относится к настоящему времени.

Полагая здесь  $\frac{\delta}{\delta_0} = \left(\frac{t_1}{T_1}\right)^s$ , где  $T_1$  — безразмерный интервал времени между моментом  $t = 0$ , когда было  $a = 0$ , и настоящим моментом, получаем

$$\frac{2}{13} a_1^{13/2} = \frac{T_1}{s+1} \left(\frac{t_1}{T_1}\right)^{s+1},$$

откуда  $T_1 = \frac{2}{13}(s+1)$ . Отсюда видно, что рост со временем угла запаздывания приливов  $\delta$  увеличивает продолжительность приливной эволюции орбиты спутника — тем больше, чем быстрее этот рост.

Уравнение Гаусса для эксцентриситета лунной орбиты имеет вид

$$\frac{de}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na} \{ \langle R \sin v \rangle + \langle S(\cos \varepsilon + \cos v) \rangle \}. \quad (30)$$

Первое слагаемое в скобках здесь отрицательное, а второе положительное и в настоящее время вдвое больше первого. Сейчас  $e$  растет со скоростью порядка 12% в миллиард лет и составляет 0,0549, а при движении в прошлое до момента теснейшего сближения Луны с Землей оно уменьшается. Это позволяет при приближенных расчетах интервала эволюции лунной орбиты считать ее круговой. Для спутника с экваториальной орбитой и параметрами

Луны получается  $\frac{de}{da} \approx \frac{3}{2} \frac{e}{a}$ . Уравнение Гаусса для  $d\eta/dt$  совпадает с первым уравнением (26). Из него следует, что сейчас  $\eta$  убывает со скоростью около  $0'',5$  за миллиард лет.

## Результаты расчета приливной эволюции

Проведенное Макдональдом [59] интегрирование уравнений (25)—(27), (29), (30) при  $\delta = \text{const}$  и с учетом солнечных приливов дало следующую картину ранней приливной эволюции системы Земля—Луна. Минимальное расстояние между Землей и Луной равнялось  $a_{\min} = 2,72R_0$  и достигалось 1,79 млрд. лет тому назад (но, как мы видели, масштаб времени может быть существенно увеличен при использовании для угла запаздывания закона  $\delta \sim t^s$ ). В этот момент эксцентриситет лунной орбиты  $e$  был очень малым (меньше  $10^{-3}$ ), наклон  $\eta$  достигал  $32^\circ,4$ , а  $e$  равнялось всего  $9^\circ$ ; период вращения Земли составлял около 4,9 часа, а длина ме-

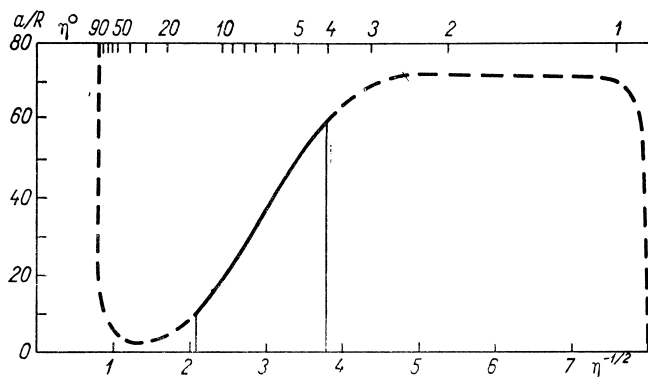


Рис. 10а. Изменения со временем среднего расстояния от Луны до Земли, по результатам расчетов Макдональда [59].

За единицу измерения расстояний принят радиус Земли  $R_0$ . Вместо времени использована монотонно возрастающая переменная  $\eta^{-1/2}$ , где  $\eta$  — угол (в радианах) между нормалью к лунной орбите и вектором  $M$  момента импульса системы Земля — Луна.

сяца — 1,27 тогдашних суток. До этого момента Луна двигалась по чрезвычайно эксцентричной ( $e \sim 1$ ) и сильно наклонной, но все же не обратной орбите ( $\eta \approx 90^\circ$ ), а время ее перехода со среднего расстояния  $a = 343 R_0$  до  $a_{\min}$  и затем до  $a = 8,5 R_0$  заняло только 1000 лет.

Манк [75], называющий краткий период теснейшего сближения Луны с Землей «событием Герстенкорна», обсуждает ситуацию на Земле в этот период. Океанские приливы высотой порядка 1 км, каждые 2,4 часа обрушивающиеся на сушу, приводят к ее выравниванию (пенепленизации) и диссипируют энергию, достаточную для полного испарения океанов с образованием мощной атмосферы из водяного пара, тепличный эффект в которой поднял бы температуру у поверхности Земли до  $1000^\circ$  с ликвидацией всего живого (с чем не смогут согласиться специалисты по эволюционной биологии). Еще невероятнее была ситуация на Луне, находившейся внутри предела Роша и испытывавшей разрывающие приливные нагрузки. По-видимому, надо признать, что «события

Герстенкорна» не было, и помещать начала истории Луны на кривых Макдональда где-то после этого момента с подбором для них реалистической шкалы времени (учитывая, что для образцов лун-

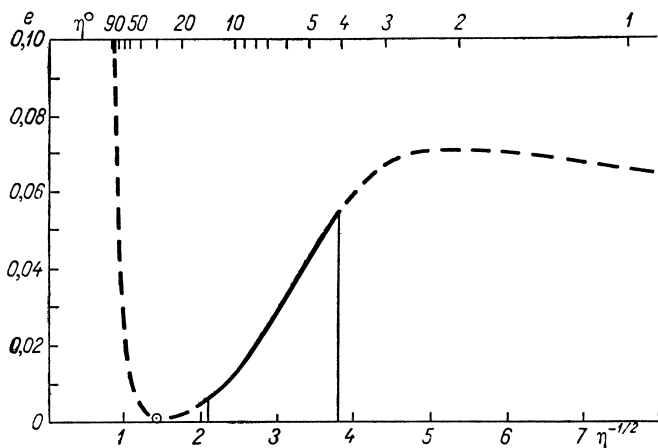


Рис. 10б. Изменения со временем эксцентриситета лунной орбиты  $e$ , по результатам расчетов [59].

ных пород по калий-аргоновому методу получены оценки абсолютного возраста порядка 3—4 млрд. лет, а по урано-свинцовому — 4,5 млрд. лет, как для Земли; последнее представляется космогонически наиболее естественным).

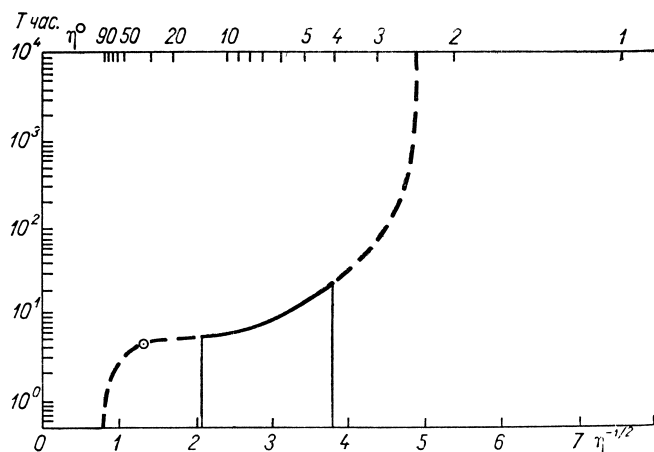


Рис. 10в. Изменения со временем периода собственного вращения Земли  $T$ , по результатам расчетов [59].

Будущая приливная эволюция, по [59], приведет Луну через 4,9 млрд. лет на максимальное расстояние от Земли  $a_{\max} = 72,7 R_0$ , после чего Луна будет приближаться к Земле. Эксцентриситет ор-

биты Луны достигнет максимального значения  $e_{\max}=0,075$  немного раньше — через 4,67 млрд. лет, а затем будет уменьшаться. Наклон  $\eta$  будет все время уменьшаться, а  $\epsilon$  достигнет максимального

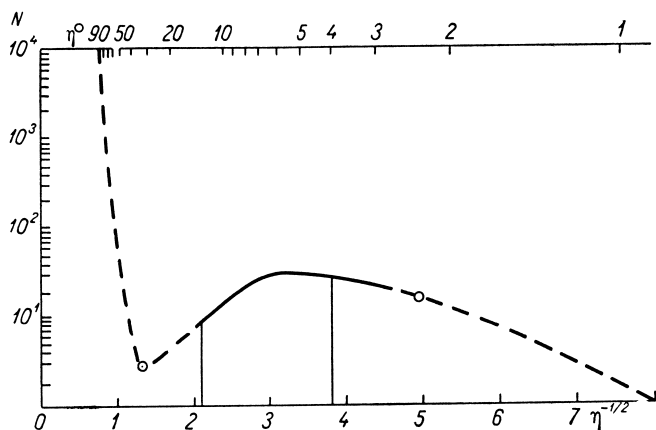


Рис. 10г. Изменения со временем числа земных суток в лунном месяце  $N$ , по результатам расчетов [59].

значения  $66^\circ,7$  вместе с  $a$  (напомним, что при  $\epsilon > 54^\circ$  годовичная инсоляция на полюсах становится больше, чем на экваторе, но смена сезонов года становится особенно резкой), а затем будет довольно

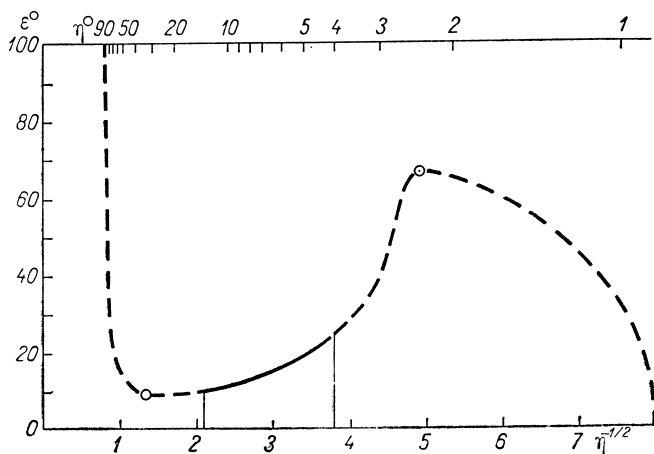


Рис 10д. Изменения со временем угла наклона земного экватора к эклиптике  $\epsilon$ , по результатам расчетов [59].

быстро убывать. Период вращения Земли будет все время расти; через 5,5 млрд. лет он достигнет 1500 часов. Число суток в месяце будет монотонно убывать; единицы оно достигнет через 5,3 млрд. лет, после чего месяц станет короче суток, и приливное трение довольно быстро (за 0,7 млрд. лет) заставит Луну упасть на Землю.

Изменения характеристик системы Земля—Луна в зависимости от монотонно возрастающей со временем переменной  $\eta^{-1/2}$  (независимая переменная такого рода предпочтительнее, так как шкала времени, согласно сказанному выше, содержит неопределенность) изображены на рис. 10, где отрезки между моментом, когда было  $a = 10 R_0$  (условно выбранным за начало истории Луны), и настоящим временем изображены сплошными линиями. Моменты теснейшего сближения и наибольшего удаления отмечены кружочками.

### Диссипация энергии приливов

Приливная эволюция системы Земля—Луна сказывается на эволюции самой Земли, во-первых, благодаря диссипации энергии в теле Земли из-за приливного трения и, во-вторых, вследствие изменений скорости вращения Земли  $\omega$  и наклона земного экватора к эклиптике  $\varepsilon$ . Скорость диссипации энергии в теле Земли из-за запаздывания приливов равна работе, совершаемой в единицу времени моментом приливных сил —  $K$ , т. е.

$$\frac{dE}{dt} = - \langle K(\omega - \nu) \rangle = -m_s \langle rS(\omega \cos \varepsilon - \nu) \rangle + m_s \langle rW \cos u \rangle \omega \sin \varepsilon. \quad (31)$$

Подсчеты Макдональда [59] при  $k_2 = 0,3$  и  $\delta = 2^\circ,16$  дали для этой величины в *настоящий момент* значение  $2,76 \cdot 10^{19}$  эрг/сек., причем вклад первого слагаемого равен  $2,5 \cdot 10^{19}$  и второго  $0,26 \times 10^{19}$  (для величины момента приливных сил  $K$  получается значение  $3,9 \cdot 10^{23}$  эрг; кинетическая энергия вращения Земли равняется  $\frac{1}{2} C \omega^2 = 2,1 \cdot 10^{36}$  эрг). Соответствующая скорость выделения тепла на порядок меньше сегодняшней скорости потерь тепла через поверхность Земли, а также скорости радиоактивной генерации тепла в хондритах (в пересчете на единицу массы), но в прошлом диссипация приливной энергии была больше и могла вносить существенный вклад в термическую историю Земли.

Особый интерес представляет оценка доли приливной энергии, диссипируемой в океанах, которая в принципе может быть получена по данным океанологических наблюдений над приливными течениями. Последние наиболее сильны на мелководьях, где, возможно, и происходит основная диссипация энергии океанских приливов. Она оценивалась разными методами, из которых, по-видимому, более аккуратен подсчет входящих и исходящих потоков энергии на внешних границах мелководий. Наиболее детальные подсчеты такого рода проделал Миллер [76], получивший для скорости диссипации приливной энергии на всех мелководьях мира значение  $1,7 \cdot 10^{19}$  эрг/сек. (в том числе  $0,24 \cdot 10^{19}$  в Беринговом море и  $0,21 \cdot 10^{19}$  в Охотском море), т. е. около  $2/3$  всей диссипации приливной энергии в Земле.

Некоторое количество энергии диссипируется в Земле и в Луне из-за запаздывания ежемесячного максимума радиальной компоненты приливов при эксцентричной орбите Луны. Соответствующая скорость диссипации энергии равна работе, совершаемой в единицу времени радиальной компонентой  $R$  приливной силы:  $dE/dt = -\langle R dr/dt \rangle$ .

Диссипируемая энергия заимствуется из энергии орбитального движения (сейчас равной  $3,8 \cdot 10^{35}$  эрг) и распределяется между Луной и Землей в отношении  $U_{\text{л}}/U$ . При  $\delta_{\text{л}} = \delta$ , т. е. в предположении, что Луна такая же твердая, как и Земля ( $Q_{\text{л}} = Q$ ), получается

$$\frac{U_{\text{л}}}{U} = \frac{k_{2\text{л}}}{k_{2\text{З}} p_2(\delta)} \left( \frac{m_0}{m_{\text{л}}} \right)^2 \left( \frac{R_{\text{л}}}{R_0} \right)^5.$$

Макдональд [59] принял для этого отношения значение  $2/3$  и получил для скорости диссипации энергии в теле Луны значение  $3,3 \cdot 10^{15}$  эрг/сек. В пересчете на единицу массы оно на три порядка меньше, чем скорость радиоактивной генерации тепла в хондритах. Соответствующая величина  $\langle R dr/dt \rangle$  для Земли ничтожно мала по сравнению с диссипацией (31). Для моделей Луны с большим жидким ядром  $dE/dt$  может быть больше даже на порядок. Такая диссипация может сказаться заметным образом на эволюции со временем эксцентриситета лунной орбиты, так как при больших  $R$  отрицательное первое слагаемое в выражении (30) для  $de/dt$  будет преобладающим. Это будет означать, что в прошлом эксцентриситет  $e$  был больше, чем сейчас (поведение  $a$  при этом изменится мало, так как сила  $R$  входит в выражение (29) для  $da/dt$  с малым множителем  $e$ ). Соответствующие расчеты для различных моделей внутреннего строения Луны провела Петрова [65]; см. также дискуссию в статье Рускол [72].

### Приливная эволюция вращения Земли

Приливные изменения скорости вращения Земли  $\omega$  и наклона ее экватора к эклиптике  $\varepsilon$  могут быть оценены при помощи уравнения  $d\mathbf{M}_0/dt = -\langle \mathbf{K} \rangle$  (справедливого, пока не надо вводить поправок на солнечные приливы), из которого получается:

$$\begin{aligned} \frac{dC\omega}{dt} &= -m_{\text{л}} \langle rS \rangle \cos \varepsilon + m_{\text{л}} \langle rW \cos u \rangle \sin \varepsilon; \\ C\omega \frac{d\varepsilon}{dt} &= m_{\text{л}} \langle rS \rangle \sin \varepsilon + m_{\text{л}} \langle rW \cos u \rangle \cos \varepsilon, \end{aligned} \quad (32)$$

где  $C$  дается формулой (23). Отсюда следует, что вращение Земли замедляется, в настоящее время со скоростью порядка 20% за миллиард лет, так что продолжительность суток увеличивается приблизительно на 1,7 мсек. за столетие.

Наличие этого эффекта можно проверить по имеющимся историческим свидетельствам о наблюдениях затмений Солнца



в древней Греции и древнем Вавилоне [58, 75]. Из-за указанного уменьшения  $\omega$  со временем средняя длина суток за последние 20 столетий была на 17 мсек. короче длины современных суток, так что античные затмения происходили на несколько часов раньше моментов, вычисляемых при постоянном значении  $\omega$ , равном сегодняшнему ( $17 \cdot 10^{-3} \text{ сек.} \cdot 365 \cdot 2000 \approx 3,5 \text{ часа}$ ), и, следовательно, должны были наблюдаться в пунктах, смещенных по долготе на десятки градусов против данных таких расчетов. Для более точной оценки  $d\omega/dt$  может быть достаточно лишь знания того, что в таком-то году, скажем, в древней Греции наблюдалось затмение Солнца. По

античным затмениям для величины  $-\frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dt}$  получается оценка

0,177/млрд. лет, несколько меньшая, чем по формуле (32), что указывает на некоторый рост момента инерции Земли  $C$  за последние два тысячелетия, возможно, из-за роста полярных льдов и соответствующего понижения уровня моря (на 2 м) после «климатического оптимума».

О более быстром, чем сейчас, вращении Земли в палеозое свидетельствуют данные о структуре ископаемых кораллов, приводимые Уэллсом [77], который использовал обнаруживаемые на их разрезах микроскопические суточные и годовые кольца роста, позволяющие подсчитывать число дней в году и, следовательно, определять длину суток (считая длину года неизменной). У кораллов среднего девона с возрастом более 350 млн. лет обнаруживается 385—410 суточных колец в год с резким максимумом около 400 дней в году, чему отвечает длина суток в 21,9 часа. Расчет Макдональда [59] при  $\delta = 2^\circ, 16 = \text{const}$  дает для этого времени длину суток в 21,7 часа. У кораллов с возрастом 280 млн. лет обнаруживается 385—390 суточных колец в год, также в неплохом согласии с расчетом [59]. Введение закона  $\delta \sim t^s$  и соответствующее увеличение масштаба времени для решения Макдональда, по-видимому, не нарушит указанного согласия с данными Уэллса.

Изменения скорости вращения Земли сказываются на ее фигуре, прежде всего на сжатии  $\alpha = \frac{1+k_s}{2} \frac{\omega^2 R_0}{g}$ , которое ранее было большим, чем в настоящий момент. Но мы уже отмечали, что вековое число Лява для Земли получается почти таким же, как если бы она была жидкой. Возможно, что приливное замедление скорости вращения Земли практически не создает сколько-нибудь значительных напряжений сдвига внутри нее. Климатические же последствия замедления вращения Земли очевидны: ранее, когда Земля вращалась быстрее, амплитуды суточных колебаний температуры и других метеорологических элементов были меньше, общая циркуляция атмосферы была более зональной, горизонтальные масштабы ее возмущений (циклонов и антициклонов) были меньше, и движения воздуха в них были более геострофическими.

Наклон земного экватора к эклиптике сейчас растет со скоростью порядка  $5^\circ/\text{млрд лет}$ . Ранее, когда наклон был меньше, чем сейчас, годовые колебания температуры и других метеорологических элементов и муссонные процессы были слабее, а разность температур между экватором и полюсами больше, вследствие чего общая циркуляция атмосферы была интенсивнее (особенно ее зональная составляющая). Эти условия, по-видимому, были более благоприятными для развития оледенений в полярных районах и на прилегающих к ним континентах, что помогает понять обнаруживаемые геологами многочисленные следы множественных докембрийских оледенений.

### Литература к разделу 5

56. Love A. A Treatise on the Math. Theory of Elasticity. New York, 1927.
57. Takeuchi H. Trans. Amer. Geophys. Union, **31**, p. 651. 1950.
58. Манк У., Макдональд Г. Вращение Земли. «Мир», 1964.
59. MacDonald G. J. F. Reviews Geophysics, 1964, **2** No. 3, p. 467—541.
60. Darwin G. H. Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1879, **170**, pp. 447—530; 1880 **171**, p. 713—891.
61. Gerstenkorn H., Z. Astrophys., 1955, **26**, p. 245—274; Icarus, 1968, **9**, No. 2, p. 394—397.
62. Alfven H. Icarus, 1963, **1**, p. 357—363.
63. Slichter L. B. J. Geophys. Res., 1963, **68**, p. 4281—4288.
64. Сорокин Н. А. Астрон. ж., 1965, **42**, с. 1070—1074.
65. Петрова Г. Г. Дипломная работа. Физ. фак. МГУ, 1965.
66. Рускол Е. Л. Астрон. ж., 1960, **37**, с. 690—702.
67. Ruscol E. L. In „The Moon“, 1962, p. 149—155.
68. Рускол Е. Л. Астрон. ж., 1963, **40**, с. 288—296.
69. Рускол Е. Л. Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 2, с. 216—222.
70. Рускол Е. Л. «Земля и вселенная», 1965, **5**, с. 2—10.
71. Ruscol E. L. Icarus, 1966, **5**, p. 221—227.
72. Рускол Е. Л. Астрон. ж., 1966, **43**, с. 829—836.
73. Brouwer D., Clemence G. Methods of Celestial Mechanics. New York, 1961.
74. Jones S. H. Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 1939, **99**, p. 541.
75. Munk W. Q. J. Roy. Astron. Soc., 1968, **9**, p. 352—375.
76. Miller G. R. J. Geophys. Res., 1966, **71**, p. 2485—2489.
77. Wells J. W. Nature, 1963, **197**, p. 948—950.

## 6. Малые колебания полюсов

В этом и следующем разделах мы будем учитывать как приливные, так и иные деформации Земли и возможные внутренние движения в ней и будем пользоваться системой отсчета  $Ox_1x_2x_3$ , вращающейся «вместе с Землей», с «географическими» осями, из которых ось  $Ox_3$  свяжем со *средним* положением нынешнего полюса. Деформации Земли и внутренние движения в ней могут вызывать ее смещения *относительно оси вращения*. Для описания этих смещений мы будем использовать безразмерные компоненты *мгновенной* угловой скорости вращения Земли  $m_i(t) = \frac{\omega_i}{\omega_0}$ , где  $\omega_0$  — *средняя* угловая скорость вращения.

Фигуру Земли будем считать слегка деформирующимся эллипсоидом вращения с тензором инерции  $I_{ij}(t)$ , лишь незначительно отличающимся от диагонального тензора  $I_{ij}^0$  с *постоянными* компонентами  $I_{11}^0 = I_{22}^0 = A$ ,  $I_{33}^0 = C$ . Малые колебания моментов инерции  $I_{ij} - I_{ij}^0$  будут создаваться деформациями Земли как из-за изменений ее вращения, так и вследствие других процессов. Вклад вращательных деформаций в  $I_{ij} - I_{ij}^0$  можно определить по центробежному потенциалу, как это делалось в предыдущем параграфе при выводе формулы (23), но только вместо векового числа Лява  $k_s = \frac{3G(C-A)}{\omega^5 R_0^5}$ , описывающего реакцию Земли на очень мед-

ленные изменения скорости вращения и практически совпадающего с числом Лява для жидкой Земли, теперь нужно пользоваться «эффективно-приливным» числом Лява  $k = k_s/(1+\mu)$ , где  $\mu$  — безразмерная «эффективно-приливая» жесткость Земли (размерная эффективная жесткость будет равна  $\tilde{\mu} = \frac{2}{19} \rho g R_0 \mu$ ; при  $k_s \approx 0,96$  и  $k \approx 0,29$  получается  $\mu \approx 2,3$ ). Выделив вклад вращательных деформаций, получаем

$$I_{ij} = \frac{2A+C}{3} \delta_{ij} + \frac{C-A}{1+\mu} \left( m_i m_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) + I'_{ij}, \quad (33)$$

где  $I'_{ij}$  — вклад невращательных деформаций [58].

### Возбуждающая функция

Рассмотрим малые колебания полюсов, т. е. будем считать величины  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  — 1 малыми; также малы  $(I_{ij} - I_{ij}^0)$  и безразмерный момент импульса внутренних движений  $M'_i/C\omega$ . Подставляя формулу (33) в уравнения Лиувилля (5) и линеаризируя полученные уравнения относительно указанных малых величин, нетрудно привести их к виду:

$$\frac{dm_1}{dt} = -\sigma_0(m_2 - \psi_2); \quad \frac{dm_2}{dt} = \sigma_0(m_1 - \psi_1); \quad \frac{dm_3}{dt} = \psi_3, \quad (34)$$

где  $\sigma_0 = \frac{\mu}{1+\mu} \frac{C-A}{A} \omega$ , а  $(\psi_1, \psi_2, \psi_3)$  — компоненты «возбуждающей функции», определяемые соотношениями:

$$\begin{aligned} \omega A \sigma_0 \psi_1 &= -K_2 + \left( \frac{dM'_2}{dt} + \omega M'_1 \right) + \omega \left( \frac{dI'_{23}}{dt} + \omega I'_{13} \right); \\ \omega A \sigma_0 \psi_2 &= K_1 - \left( \frac{dM'_1}{dt} - \omega M'_2 \right) - \omega \left( \frac{dI'_{13}}{dt} - \omega I'_{23} \right); \\ \omega C \psi_3 &= K_3 - \frac{dM'_3}{dt} - \omega \frac{dI'_{33}}{dt} \end{aligned} \quad (35)$$

[в левых частях уравнений (34) мы заменили множители вида  $1 + O\left(\frac{C-A}{A}\right)$  единицами].

При равенстве нулю возбуждающей функции уравнения (34) описывают колебания полюсов с частотой  $\sigma_0$ , которая при указанной выше безразмерной жесткости  $\mu \approx 2,3$  оказывается меньше частоты эйлеровской нутации идеально жесткой Земли (с  $\mu = \infty$ )

на множитель  $\frac{\mu}{1+\mu} \approx 0,7$ , так что вместо эйлеровского периода

$\frac{A}{C-A} \frac{2\pi}{\omega} \approx 10$  мес. получается период колебаний полюсов

$2\pi/\sigma_0 \approx 14$  мес. Такие колебания полюсов были обнаружены в 1891 г. Чандлером по данным наблюдений за вариациями широты. Они представляют собой свободные колебания полюсов, искажаемые вращательными деформациями Земли.

Кроме них, возможны вынужденные колебания, создаваемые возбуждениями трех видов — моментом  $\mathbf{K}$  внешних сил (как массовых, создаваемых, например, притяжением других небесных тел, так и поверхностных напряжений), моментом импульса внутренних движений  $\mathbf{M}'$  и невращательными деформациями Земли  $I'_{ij}$  (но надо иметь в виду, что слагаемые с  $dI'_{ij}/dt$  также включают эффект внутренних движений). Так, например, при периодическом возбуждении с частотой  $\sigma$  вида

$$\psi_1 + i\psi_2 = \varphi^+ e^{i\sigma t} + \varphi^- e^{-i\sigma t}$$

(где первый член описывает движение полюса возбуждения по кругу радиуса  $|\psi^+|$  в положительном направлении, на восток, а второй — движение в отрицательном направлении, на запад) вынужденные колебания полюса вращения будут иметь вид

$$m_1 + im_2 = \frac{\sigma_0 \psi^+}{\sigma_0 - \sigma} e^{i\sigma t} + \frac{\sigma_0 \psi^-}{\sigma_0 + \sigma} e^{-i\sigma t},$$

чему соответствует движение полюса по эллипсу.

### Фактические данные

Колебания полюсов измеряются путем астрономических наблюдений на станциях Международной службы широты (станции Мицузава в Японии, Китаб в СССР, Карлофорте в Италии, Гейтерсберг и Юкайя в США, расположенные на  $39^\circ 0,8'$  с. ш.), на которых угловое расстояние до полюса вращения определяется по формуле  $\theta = \frac{1}{2}(z_v + z_n)$ , где  $z_v$  и  $z_n$  — зенитные расстояния одной и той же звезды в моменты ее верхней и нижней кульминаций, измеряемые при помощи меридианного круга. В качестве примера результатов таких измерений на рис. 11 приводится траектория

перемещений Северного полюса по поверхности Земли за период 1946—1952 гг. Заметим, что эти колебания полюса действительно малы, они не выходят за пределы квадрата со стороной в 25 м (угловые смещения порядка десятых долей секунды дуги); движение полюса вокруг его среднего положения происходит в положительном направлении.

Колебания скорости вращения Земли, характеризующиеся величиной ( $m_3 - 1$ ), регистрируются путем измерения продолжительности звездных суток — промежутков времени между последовательными прохождениями одной и той же звезды через меридиан,

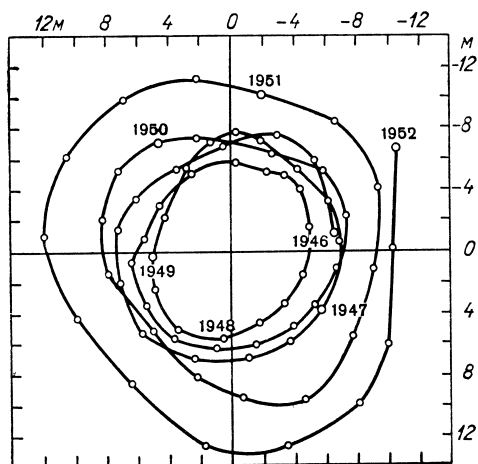


Рис. 11. Траектория перемещений Северного полюса вращения по поверхности Земли за 1946—1952 гг.

которые оцениваются при помощи независимых хранителей времени (ныне — кварцевых часов, калибруемых по атомным стандартам частоты с точностью порядка  $10^{-10}$ ); при этом вносятся поправки на изменения долготы места из-за движения полюсов. Таким путем были обнаружены годовые колебания длины суток с амплитудой порядка  $5 \cdot 10^{-4}$  сек. (относительные колебания порядка  $10^{-8}$ ), а затем и более короткопериодические колебания.

В спектре колебаний полюсов и скорости вращения Земли наряду с непрерывным фоном выделяются по-

лумесячные и месячные колебания приливного происхождения, полугодовые, создаваемые, по-видимому, приливными и атмосферными воздействиями, годовые колебания метеорологического происхождения, усиливающиеся вследствие их близости к резонансу с 14-месячным периодом свободных колебаний (знаменатели  $\sigma_0 - \sigma$  в формулах для  $m_1$  и  $m_2$ ), и, наконец, чандлеровские колебания полюсов. Данные наблюдений обо всех этих колебаниях и их возможные количественные оценки подробно обсуждаются, например, в книге Манка и Макдональда [58]. Здесь мы ограничимся лишь краткими сведениями о годовых и чандлеровских колебаниях.

### Годичные и чандлеровские колебания

Годичной составляющей колебаний полюса соответствует его движение по эллипсу с большой полуосью около  $0''{,}01$ , ориентированной приблизительно по гринвичскому меридиану (полюс оказывается здесь в начале сентября), и немного меньшей малой по-

луосью. Зная  $m_1 + im_2$ , из уравнений (34) нетрудно найти годовую возбуждающую функцию  $\psi_1 + i\psi_2 = \psi^+ e^{i\sigma t} + \psi^- e^{-i\sigma t}$  (где  $\sigma$  — годовая частота), причем оказывается, что  $|\psi^+|$  и  $|\psi^-|$  почти одинаковы, так что амплитуда положительного движения полюса

$|m^+| = \frac{\sigma_0}{\sigma - \sigma_0} |\psi^+|$  оказывается больше амплитуды отрицательного движения  $|m^-| = \frac{\sigma_0}{\sigma + \sigma_0} |\psi^-|$  приблизительно в  $\frac{\sigma + \sigma_0}{\sigma - \sigma_0} \approx$

$\approx 12,3$  раза. В первом приближении годовые колебания полюсов объясняются сезонным (муссонным) перераспределением воздушных масс.

Годичная компонента колебаний продолжительности суток имеет амплитуду около  $5 \cdot 10^{-4}$  сек. и, по-видимому, обусловлена в основном сезонными изменениями движений воздуха в общей циркуляции атмосферы. Их вклад в возбуждающую функцию  $\psi_3$ , отвечающий слагаемому  $dM'_3/dt$  в третьей формуле (35), можно оценить по формуле

$$\psi_3 = - \frac{2\pi R_0^3 p_0}{C g \omega} \frac{d}{dt} \int_0^\pi U \sin^2 \theta d\theta.$$

Здесь  $p_0$  — среднее атмосферное давление на поверхности Земли;  $U$  — средняя по толще атмосферы и по долготе скорость зонального ветра. Такая оценка производилась Минцем и Манком [78, 79], и Парийским и Берляндом [80]. Расчет показал, что момент импульса относительных движений  $M'_3$  в тропосфере (до уровня 100 мб) меняется в течение года от  $16,0 \cdot 10^{32}$  г·см<sup>2</sup>/сек. в январе до  $11,8 \times 10^{32}$  г·см<sup>2</sup>/сек. в июле главным образом из-за того, что южным летом в южном полушарии момент импульса зонального ветра, равный  $6,5 \cdot 10^{32}$  г·см<sup>2</sup>/сек., вдвое больше, чем северным летом в северном полушарии ( $3,0 \cdot 10^{32}$ ). Этот годовой ход зонального ветра объясняет  $2/3$  наблюдаемых годовых изменений продолжительности суток. Возможно, остающаяся  $1/3$  смогут объяснить сезонные вариации очень сильных ветров в стратосфере.

Спектр годовых и чандлеровских колебаний полюсов (характеризуемых, например, величиной  $m_1$ ), рассчитанный Рудником

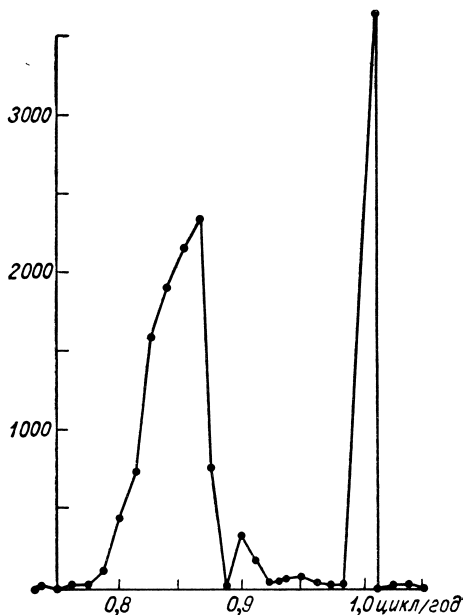


Рис. 12. Спектральная плотность колебаний полюсов (величины  $m_1$ ) в  $(0^\circ, 01)^\circ$  на цикл/год, по данным Международной службы широты за 1900—1954 гг., по Руднику [81].

[81] по данным Международной службы широты за 1900—1954 гг., показан на рис. 12. На нем видны очень узкий и резкий годичный пик, содержащий 22% энергии колебаний, имеющейся в интервале частот 0,74—1,14 цикл/год, и отчетливо отделенный от него широкий пик чандлеровских колебаний, содержащий 78% энергии из указанного интервала частот и центрированный на частоту 0,85 цикл/год (период в 1,193 года); 98,5% энергии колебаний приходится на движение полюса в положительном направлении (на восток). Конечная ширина чандлеровского пика позволяет интерпретировать его как спектр *затухающих* колебаний случайно возбуждаемого линейного осциллятора. Если колебания затухают по закону  $e^{-\alpha t}$ , то их спектр можно аппроксимировать формулой  $\text{const} [\alpha^2 + (\sigma - \sigma_0)^2]^{-1}$  и характеризовать остроту пика параметром  $Q = \sigma_0 / 2\alpha$ . Возбуждение колебаний скорее всего создается нерегулярными вариациями атмосферы, они могут обеспечить необходимый порядок величины спектральной плотности чандлеровских колебаний. По расчетам Джеффриса и Рудника, для времени затухания  $1/\alpha$  наиболее правдоподобны значения в интервале 10—30 лет ( $Q$  порядка 30—50).

Колебания полюсов могут порождать специфические океанские приливы, действие которых будет удлинять период колебаний. Еще не вполне ясно, проявляются ли в природе такие *полюсные приливы* и вносят ли они вклад в формирование чандлеровской частоты  $\sigma_0$ . Этот вопрос можно попытаться проанализировать при помощи уравнений движения полюсов вида

$$\left( \frac{d}{dt} - i\sigma_1 \right) (m_1 + im_2) = \frac{i\omega}{A} R_0^4 \rho_w \int \xi e^{i\lambda} \sin \theta \cos \theta d\theta \Sigma, \quad (36)$$

где  $\sigma_1$  — частота упругих колебаний полюсов в отсутствие полюсных приливов; возбуждающая функция в правой части описывает эффект колебаний моментов инерции Земли  $I'_{13} + iI'_{23}$ , создаваемых полюсным приливом высотой  $\xi(\theta, \lambda, t)$ . В рамках статической теории приливов (применимость которой, правда, в этом случае весьма сомнительна) будет

$$\xi = (1 + k_2 - h_2) \frac{U_2}{g} + \xi',$$

где

$$U_2 = -\frac{1}{2} \omega^2 R_0^2 \sin 2\theta (m_1 \cos \lambda + m_2 \sin \lambda) -$$

приливный потенциал, создаваемый колебаниями полюса;  $\xi'$  — так называемая поправка Дарвина, находящаяся из условия обращения в нуль общего объема прилива в Мировом океане (и зависящая от его геометрических очертаний).

С помощью этих формул по известной из наблюдений чандлеровской частоте  $\sigma_0$  из (36) находится частота  $\sigma_1$ , которая оказывается равной  $\omega/404$ , так что без океанов годовой период оказался бы вдвое ближе к резонансному периоду, и годичные колебания полюсов были бы вдвое сильнее.

Типичная амплитуда статического полюсного прилива оценивается по наблюдаемым значениям  $m_1$  и  $m_2$  в 0,5 см, ниже точности регистрации приливов, так что сведения о существовании полюсных приливов с частотой  $\sigma_0$  мало надежны. При наличии статических полюсных приливов траектория движения полюса должна быть эллиптической с эксцентриситетом 0,017. Наблюдения дают меньший эксцентриситет, который может быть объяснен и без полюсных приливов допущением трехосности фигуры Земли.

Рассмотренные малые колебания полюсов и скорости вращения Земли, конечно, не влияют на климат (они, наоборот, являются некоторым индикатором состояния климата в наше время). Для нас здесь они интересны как свидетельства о том, что Земля в целом не только может поворачиваться относительно ее оси вращения, но и фактически делает это. Рассмотрим теперь, возможны ли с точки зрения механики *значительные* повороты Земли относительно ее оси вращения, т. е. глобальные перемещения полюсов.

#### Литература к разделу 6

78. Mintz Y., Munk W. Tellus, 1951, 3, p. 117.
79. Mintz Y., Munk W. Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Geophys. Suppl., 1954, 6, p. 566.
80. Парийский Н., Берлянд О. Труды Института физики Земли АН СССР, 1953, 19, с. 103.
81. Rudnick P. Trans. Amer. Geoph. Union, 1956, 37, p. 137.

### 7. Возможность глобальных перемещений полюсов

Перемещения полюсов по поверхности Земли должны сопровождаться соответствующими перемещениями экваториального вздутия, создаваемого вращательными деформациями фигуры Земли. Причины же перемещений полюсов (возбуждающие функции) следует искать в неправильностях распределения масс в Земле *относительно экваториального вздутия*, создающих добавки  $I'_{ij}$  к основному тензору инерции, и во внутренних движениях в Земле.

#### Возбуждающие функции

Неправильности распределения масс создают возбуждающую функцию

$$\psi_1 + i\psi_2 = \frac{1 + \mu}{\mu} \frac{I'_{13} + iI'_{23}}{C - A} = - \frac{1 + \mu}{\mu} \frac{1}{C - A} \int e^{i\lambda} \sin \theta \cos \theta d\Sigma \times \\ \times \int \rho r^4 dr. \quad (37)$$

Для точной оценки этой возбуждающей функции необходимо довольно точно знать распределение плотности  $\rho(\theta, \lambda, r)$  в Земле. Этими данными мы еще не располагаем, и для оценки интегралов в (37) пока что приходится прибегать к упрощенным моделям распределения  $\rho(\theta, \lambda, r)$ . Первыми бросаются в глаза неправильности распределения масс, связанные с наличием континентов и океанов; вследствие превышения над уровнем моря континентам отвечают несколько большие радиальные расстояния  $r$ , и поэтому они могут вносить больший вклад в моменты инерции (по крайней мере, при условии изостатического равновесия земной коры).



Простейшая модель распределения масс, учитывающая различие между континентами и океанами, была рассмотрена Миланковичем [82] и Манком [83] (см. также [58]). Она имеет вид  $\rho = \chi \rho_s + (1 - \chi) \rho_c$ , где  $\chi(\theta, \lambda)$  — характеристическая функция океанов, равная 1 на океанах и 0 на континентах:  $\rho_s(r)$  и  $\rho_c(r)$  — средние профили плотности в районах океанов и континентов. По этой модели получается

$$\psi_1 + i\psi_2 = \frac{2\pi}{5} \frac{1 + \mu}{\mu} \frac{N}{C - A} (a'_1 + ib'_2),$$

где

$$N = \int (\rho_c - \rho_s) r^4 dr;$$

$$a'_2 + ib'_2 = \frac{5\pi}{2} \int \chi e^{i\lambda} \sin \theta \cos \theta d\Sigma$$

есть коэффициенты при  $P^1_2(\cos \theta)$  в разложении характеристической функции океанов в ряд по сферическим гармоникам. Приняв за границу между океанами и континентами изобату 1000 саженей (т. е. линию с фиксированной глубиной моря в 1000 саженей), Манк получил  $a'_2 = -0,128$  и  $b'_2 = -0,173$ .

Для расчета  $N$  Манк принял, что континентальная кора имеет толщину  $h'_c = 30$  км и плотность  $\rho_c = 2,75$  г/см<sup>3</sup> и подстилается мантией с плотностью  $\rho_m = 3,25$  г/см<sup>3</sup>; океаны имеют глубину  $h_o = 4$  км и плотность воды  $\rho_o = 1,025$  г/см<sup>3</sup>; океаническая кора имеет толщину  $h_c = 6$  км и плотность  $\rho_c$  и подстилается такой же мантией. Из условия изостатического равновесия между континентами и океанами

$$\rho_c h'_c = \rho_o h_o + \rho_c h_c + \rho_m h_m$$

(где  $h_m$  — разность глубин поверхности Мохоровичича под континентами и океанами) получается  $h_m = 19,1$  км, и высота континентов над уровнем моря оказывается равной  $h'_c - (h_o + h_c + h_m) = 0,9$  км. В этой модели получается  $N = 1,78 \cdot 10^{39}$  г·см<sup>2</sup>, и поскольку  $C - A \approx 2,6 \cdot 10^{42}$  г·см<sup>2</sup>, возбуждающая функция имеет величину порядка  $10^{-4}$ . Отметим, что Гималаи с массой  $3 \cdot 10^{22}$  г и Анды с массой около  $1 \cdot 10^{22}$  г выше нормального уровня континентов вносят в эту возбуждающую функцию вклады порядка 5 и 1,5% соответственно; вклад Альп еще много меньше; вклад ледяного щита Гренландии (изостатически скомпенсированного по Эйри) составляет всего  $10^{-4}$  от вклада континентов.

Рассмотренная возбуждающая функция, создаваемая центробежными моментами инерции изостатически скомпенсированных континентов, может быть интерпретирована и как результат действия на кору в целом момента приложенных к континентам так наз. *полусобежных* сил Этвеша, вынуждающих континенты двигаться по направлению к экватору. Сила Этвеша есть векторная сумма силы тяжести, приложенной к центру тяжести континента,

и силы плавучести, приложенной к центру тяжести нижней, погруженной в мантию части континента; эта векторная сумма всегда направлена в сторону экватора. В гипотезе Вегенера о движении континентов причину движения предлагалось искать именно в действии сил Этвеша. Они оказались для этого слишком малыми, но их суммарный момент, как мы видели, создает значительную возбуждающую функцию для движения полюсов.

Другие возбуждающие функции оказываются значительно меньшими. Так, по оценкам, приведенным в [58], движения воздуха в общей циркуляции атмосферы создают возбуждающую функцию со значениями порядка  $10^{-7}$  (а моменты импульса отдельных сильных штормов — не более  $10^{-8}$ ), крупные океанские течения — еще на порядок меньше. Масса океанов, грубо говоря, в 400 раз больше массы атмосферы, но скорости течений в  $10^3$  раз меньше скоростей ветра (средняя зональная скорость океанских течений имеет величину всего около 2 см/сек.). Наиболее важным с точки зрения возбуждающей функции является антарктическое циркумполярное течение с расходом около  $10^{14}$  г/сек. и моментом импульса около  $10^{32}$  г·см<sup>2</sup>/сек. — на порядок меньше, чем у зональных движений в тропосфере. Возможные пластические течения вещества земной мантии создают возбуждающую функцию со значениями порядка не более  $10^{-9}$ ; такая оценка получается, например, для пронизывающей всю мантию глобальной конвекционной ячейки с заведомо завышенной скоростью течения в 30 см/год и моментом импульса  $5 \cdot 10^{29}$  г·см<sup>2</sup>/сек.

Таким образом, возбуждающая функция, создаваемая неоднородностями в распределении масс в Земле из-за наличия континентов и океанов, превосходит другие возбуждающие функции на несколько порядков. Правда, оценка этой главной возбуждающей функции была получена лишь по весьма упрощенной модели распределения масс и, по-видимому, нуждается в существенном уточнении. Сейчас, по-видимому, возможно построить фактическое распределение плотности в земной коре  $\rho(\theta, \lambda, r)$  по данным сейсмических и гравиметрических измерений и вычислить по нему интегралы (37). Необходимость уточнений видна, в частности, из замечания Манка [83], что эрозия даже тонкого слоя  $\delta h$  континентов и превращение его в осадочный слой  $0,4\delta h$  на дне океанов *при отсутствии изостатической компенсации* могут существенно уменьшить интеграл  $N$  (на величину  $1,4R_0^4 \rho_c \delta h$ ) и даже изменить его знак (при  $\delta h > 28$  м).

Если бы изостатической компенсации совсем не было, то в центральных частях континентов наблюдались бы положительные гравитационные аномалии порядка 400 мгал. Ничего подобного не наблюдается — земная кора приблизительно изостатически скомпенсирована; однако, для изменения знака  $N$  достаточно даже небольшой декомпенсации, всего на 1—2%. Нескомпенсированная эрозия континентального слоя толщиной  $\delta h = 28$  м создала бы на континентах гравитационную аномалию —4,5 мгал. Распознать такой

эффект на пестром фоне более крупных локальных аномалий трудно, но, может быть, здесь помогут спутниковые измерения; они могут помочь и в выявлении неоднородностей распределения масс в земной мантии.

### Квазистационарные положения полюсов

Считая неоднородности распределения масс относительно экваториального вздутия главной причиной возможного движения полюсов, можно выяснить, в каком месте на поверхности Земли полюсы были бы стационарными при нынешнем распределении масс в Земле. Если континенты вносят наибольший вклад в центробежные моменты инерции в (37), то можно ожидать, что стационарным будет такое место полюсов вращения, при котором континенты окажутся на экваториальном вздутии. Такому положению экватора, очевидно, соответствует полюс где-то в центральной части Тихого океана. В соответствующей этому полюсу системе координат  $Ox'_1x'_2x'_3$  центробежные моменты инерции будут равны нулю. Пусть  $I_3 \geq I_2 \geq I_1$  — корни определяющего  $I$  кубического уравнения

$$\text{Det} \| I'_{ij} - I_3 \delta_{ij} \| = 0,$$

т. е. главные моменты инерции распределения масс в Земле за вычетом экваториального вздутия. Тогда направляющие косинусы  $l_i$  оси  $Ox'_3$  (которой отвечает наибольший момент инерции  $I_3$ ) относительно современных осей  $Ox_i$  будут определяться из уравнений

$$\sum_{j=1}^3 (I'_{ij} - I_3 \delta_{ij}) l_j = 0,$$

и географические координаты стационарного полюса будут определяться из условий

$$\cos \theta = l_3, \quad \cos \lambda = l_2/l_1.$$

Соответствующий расчет требует знания уже не только  $I'_{13}$  и  $I'_{23}$ , но и всех компонент тензора  $I'_{ij}$ , однако здесь их достаточно знать лишь с точностью до положительного общего множителя. Такой расчет при модельном распределении масс в земной коре  $\rho = \chi \rho_s + (1 - \chi) \rho_c$  был проведен Миланковичем [82] и Манком [83], получившими близкие результаты. При  $N > 0$  (важен только знак, но не величина  $N$ ), по Манку, стационарный полюс имеет координаты  $\theta = 76^\circ$ ,  $\lambda = 199^\circ$  (около Гавайских островов), а ось  $Ox'_1$ , которой отвечает наименьший момент инерции  $I_1$ , выходит на поверхность Земли в точке  $\theta = 20^\circ$ ,  $\lambda = 66^\circ$  (около Архангельска); при  $N < 0$  эти две точки поменялись бы местами, и стационарный полюс оказался бы около Архангельска. Эти результаты желательно было бы уточнить при использовании не модельного, а фактического распределения масс  $\rho(\theta, \lambda, r)$ .

## Реологические модели

Для динамического описания возможного движения полюсов необходимо задаться подходящей реологической моделью тела Земли, т. е. указать, как в различных ее слоях связаны напряжения и деформации. На быстро меняющиеся воздействия (сейсмические волны, приливы) Земля реагирует подобно упругому телу, в котором напряжение сдвига пропорционально деформации, при-

чем коэффициентом пропорциональности служит жесткость  $\tilde{\mu}$ , так что скорость деформации пропорциональна скорости изменения напряжения с коэффициентом пропорциональности, обратным жест-

кости  $\tilde{\mu}$ . Выше мы использовали эффективно-приливную жесткость и для описания более медленных вращательных деформаций фигуры Земли. Но в некоторых процессах в Земле проявляется и свойство вязкости, приводящей к затуханию сейсмических волн, диссипации энергии твердых приливов, затуханию чандлеровских колебаний полюсов (заметному по уширению чандлеровского пика в спектре колебаний) и, наконец, проявляющейся в процессах изостатической компенсации (например, в подъеме Фенноскандии после ее освобождения от тяжести вюрмского ледникового щита). В вязкой жидкости скорости деформаций пропорциональны напряжениям, причем коэффициент пропорциональности обратен вязкости  $\tilde{\eta}$ .

По этим причинам ряд авторов использовал для связи между напряжениями и деформациями в Земле модель *упруго-вязкого тела Максвелла*, ведущего себя как соединенные последовательно пружина и амортизатор, так что скорости деформаций суть линейные комбинации скоростей изменения напряжений (с коэффициентом

$1/\tilde{\mu}$ ) и самих напряжений (с коэффициентом  $1/\tilde{\eta}$ ). Разрешив такое реологическое соотношение относительно напряжений, его можно формально записать в таком же виде, как для упругого тела, т. е. как пропорциональность напряжений деформациям, но

в коэффициенте пропорциональности жесткость  $\tilde{\mu}$  теперь будет умножена на оператор  $D/(D+1/\tau)$ , где  $D=d/dt$ , а  $\tau=\tilde{\eta}/\tilde{\mu}$  — время вязкой релаксации упругих напряжений.

Один из недостатков модели Максвелла заключается в том, что она приписывает любым напряжениям *одно и то же* время релаксации  $\tau$ . Если взять его порядка 10—30 лет, как получается из данных о затухании чандлеровских колебаний, и воспользоваться эффективно-приливной жесткостью  $\mu \approx 2,3$ , или в размерном виде

$$\tilde{\mu} = \frac{2}{19} \rho g R_0 \mu = 8,3 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2, \text{ то для эффективно-приливной вяз-}$$

кости получается оценка  $\tilde{\eta} = \tilde{\mu} \tau$  порядка  $10^{20}$  г/см·сек., тогда как из анализа подъема Фенноскандии вязкость получается на два

порядка больше, и время релаксации надо брать порядка  $10^3$  лет (нарушения изостазии в районах древних геологических образований указывают на много большие времена релаксации). Кроме того, в упруго-вязком теле Максвелла даже бесконечно малое напряжение создает деформацию, которая при достаточно долго поддерживаемом напряжении может дорости до любой величины. Так, по примеру Голда [84] жук, ползущий по поверхности Земли, может повернуть ее относительно ее оси вращения.

Но возможно, что тело Земли обладает конечным сопротивлением, т. е. не допускает слишком больших деформаций и разрывов, пока разности напряжений в нем не превзойдут некоторой критической величины. Простейшей реологической моделью такого рода является тело Кельвина—Фойхта, ведущее себя, как поставленные параллельно пружина и амортизатор, так что напряжения в нем суть суммы упругих напряжений, пропорциональных деформациям, и вязких напряжений, пропорциональных скоростям

деформаций, жесткость заменяется оператором  $\tilde{\mu}(1 + \tau D)$ . Здесь опять любым напряжениям приписывается одно и то же время релаксации  $\tau$ , тогда как, например, времена затухания чандлеровских колебаний и сейсмических волн различаются на много порядков. Если все же использовать эту модель для описания движения полюса, то при возбуждающей функции  $\psi_1 + i\psi_2$  он будет асимптотически приближаться к положению  $m_1 + im_2 = \psi_1 + i\psi_2$ , так что его полное смещение будет ничтожным. Напряжения в Земле при

этом будут порядка  $\tilde{\mu} |\psi_1 + i\psi_2| \sim 10^2$  бар, разности напряжений — порядка 10 бар, так что конечного сопротивления такого порядка уже достаточно, чтобы воспрепятствовать глобальным перемещениям полюсов.

Таким образом, возможность глобальных перемещений полюсов оказывается зависящей от реологических свойств тела Земли: в теле Максвелла большие перемещения полюсов возможны, а в теле Кельвина—Фойхта они невозможны. Но обе эти реологические модели непригодны для описания процессов с широким спектром времен релаксации. Шайдеггер [85] делит этот спектр на три интервала.

1) Времена от долей секунды до 4 часов (сейсмические волны и свободные колебания Земли), когда Земля ведет себя как упругое тело (по лабораторным испытаниям пород, испытывающее хрупкое разрушение при разностях главных напряжений порядка  $10^3$ — $10^4$  бар), упругие константы которого меняются с глубиной; однако здесь происходят и некоторые неупругие процессы, приводящие к затуханию колебаний.

2) Времена от 4 часов до 15 тыс. лет (малые колебания полюсов, землетрясения), при которых мантия Земли, по-видимому, может быть описана как тело Кельвина—Фойхта с жесткостью порядка  $2 \cdot 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup> и вязкостью порядка  $3 \cdot 10^{17}$  г/см·сек.,

в верхних 700 км способное при достаточно больших напряжениях испытывать хрупкое разрушение.

3) Времена больше 15 тыс. лет (течения в мантии, приводящие к изостатической компенсации, движениям материков, формированию экваториального вздутия и глобальным перемещениям полюсов), при которых Земля ведет себя, по-видимому, как *вязкопластическое тело Бингама* с вязкостью порядка  $10^{22}$ — $10^{23}$  г/см·сек., испытывающее пластические деформации только тогда, когда разности напряжений превзойдут *порог текучести* (по Джеффрису, не менее  $1,5 \cdot 10^3$  бар в земной коре и  $3 \cdot 10^2$  бар в верхней мантии), причем скорость деформации пропорциональна избытку напряжения над этим порогом.

### Движения полюсов в модели Максвелла

Построение полной реологической модели Земли с широким спектром времен релаксации и с учетом радиальных изменений реологических параметров еще остается делом будущего. Пока же сохраняет некоторый смысл в качестве первой ориентировки анализ динамики движения полюсов в рамках модели Максвелла, который предпринимался еще Дарвином [86] и затем Миланковичем [82], Бюргерсом [87] и Инглисом [88]. При этом мы не будем связывать время релаксации  $\tau$  с данными о затухании чандлеровских колебаний, а только будем считать его малым по сравнению с типичным временем глобального перемещения полюсов, так что оператор  $\tau D$  будет малым, и для перехода от упругого тела к максвелловскому в первом приближении достаточно умножать жесткость на малый оператор  $\tau D$ . Тогда в формуле (33) для моментов инерции Земли в первом приближении достаточно заменить множитель  $1/(1+\mu)$  оператором  $1 - \mu\tau D$ , и момент импульса вращающейся Земли приведет к виду

$$\frac{M_i}{\omega} \approx C m_i - (C - A) \mu \tau D m_i + I'_{ij} m_j + \frac{M'_i}{\omega}. \quad (38)$$

Вследствие малости величин  $\tau D$ ,  $I'_{ij}/C$  и  $M'_i/C\omega$  применение к равенству (38) малого оператора  $\tau D$  в первом приближении даст соотношение

$$\frac{d}{dt} \frac{M_i}{\omega} \approx C \frac{dm_i}{dt}.$$

Используя эти результаты в уравнениях Лиувилля (5), в которых теперь мы уже не считаем величины  $m_i$  малыми, учитывая в них только главную возбуждающую функцию для движения полюсов (так что слагаемыми, содержащими  $M'_i$  и  $K_i$ , мы пренебрегаем), и пользуясь в качестве системы координат главными осями

дополнительного тензора инерции  $I'_{ij}$ , можно привести первое из этих уравнений к виду

$$\frac{1}{2Qm_2m_3} \frac{dm_1}{dt} + \frac{d}{dt} \ln \frac{m_2}{m_3} = \beta_2 - \beta_3, \quad (39)$$

а другие два уравнения получаются из этого циклической перестановкой индексов. Здесь  $Q = \frac{1}{2} \mu \tau \frac{C-A}{C} \omega$  — величина, отличающаяся лишь множителем  $A/C \approx 1$  от упоминавшегося выше безразмерного параметра затухания  $Q = \sigma_0/2\alpha$ , а  $\beta_i = \omega I_i/2QC$  — величины с размерностью частоты. Поскольку  $Q$  велико, слагаемыми с множителем  $Q^{-1}$  в уравнениях (39) в первом приближении можно пренебречь; тогда они немедленно интегрируются и получается:

$$\begin{aligned} \frac{m_1}{m_3} &= \operatorname{tg} \theta_0 \cos \lambda_0 e^{-(\beta_3 - \beta_1)t}; \\ \frac{m_2}{m_3} &= \operatorname{tg} \theta_0 \sin \lambda_0 e^{-(\beta_3 - \beta_2)t}, \end{aligned} \quad (40)$$

где  $(\theta_0, \lambda_0)$  — начальные географические координаты полюса в избранной системе отсчета. Исключая из (40) время  $t$ , получаем уравнение траектории перемещений полюса [82] в виде

$$\operatorname{tg} \theta \cos \lambda (\operatorname{tg} \lambda)^{\frac{\beta_1 - \beta_3}{\beta_1 - \beta_2}} = \operatorname{const}.$$

Если выбрать в качестве начального положения полюса Гавайские острова, то такая траектория будет вести через Аляску и *нынешнее положение полюса* до Архангельска с наибольшей скоростью движения в районе Аляскинского залива. Типичное время перемещения полюса можно оценить величиной  $\left(\beta_3 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}\right)^{-1}$ .

При значении  $Q = 25$ , соответствующем данным о затухании чандлеровских колебаний, оно получилось бы равным всего 20 тыс. лет, но представляется разумным взять вязкость (а потому и  $\tau$ , и  $Q$ ), скажем, на три-четыре порядка больше эффективно-приливных значений, и тогда время перемещения полюса будет иметь геологические масштабы.

В заключение этого раздела попытаемся объяснить, почему же полюс сейчас не находится около Гавайских островов или Архангельска и не обнаруживает сколько-нибудь отчетливой тенденции двигаться к какой-либо из этих двух точек. Во-первых, еще полностью не исключена возможность того, что реология Земли вообще не допускает больших перемещений полюсов из-за конечного сопротивления, так что экваториальное вздутие прочно «при морожено» к телу Земли. Тогда вряд ли можно допускать и движение континентов, труднее понять процессы изостатической компен-

сации. Во-вторых, приведенное определение главных осей дополнительного тензора инерции  $I'_{ij}$  может быть слишком неточным из-за неучета возможных неоднородностей распределения масс в мантии Земли.

Нам представляется наиболее интересной третья возможность — изменения со временем главных осей тензора  $I'_{ij}$  из-за движения континентов под действием течений в мантии с временами, не превосходящими типичного времени перемещения полюса. Тогда полюс должен гоняться с некоторым отставанием за движущейся точкой, определяемой меняющимся распределением континентов.

В следующих двух разделах мы рассмотрим имеющиеся свидетельства о положениях полюсов в геологическом прошлом.

#### Литература к разделу 7

82. Milankovitch M. Gerlands Beitr. z. Geophys., 1934, **42**, p. 70—97.
83. Munk W. H. Geophysica, 1958, **6**, No. 3, p. 335—355.
84. Gold T. Nature, 1955, **175**, No. 4456, p. 526—529.
85. Scheidegger A. E. Principles of Geodynamics. Springer, 1958.
86. Darwin G. Phil. Trans. Roy. Soc., 1887, **A 167**, p. 271.
87. Burgers J. Nederl. Akad. Wet. Proc., 1955, **58**, p. 219—237.
88. Inglis D. Rev. Mod. Phys., 1957, **29**, p. 9—19.

### 8. Палеоклиматические полюсы

Возможность определения места полюсов (и экватора) в ту или иную геологическую эпоху методами палеоклиматологии, т. е. путем реконструкции климата Земли в эту эпоху, основана на использовании важнейшей особенности климата — его *широтной зональности*, являющейся следствием широтной зональности инсоляции (см. § 4).

#### Широтная зональность палеоклиматов

За год на экватор падает в 2,5 раза больше солнечного тепла, чем на полюсы, и эта неоднородность нагрева порождает в атмосфере циркуляцию, стремящуюся сгладить разности температур между экватором и полюсами и упрощенно представляющуюся следующим образом.

В экваториальной зоне из-за сильного нагрева земной поверхности возникают восходящие движения воздуха — термическая конвекция с мощными кучевыми облаками и ливневыми осадками, так что эта зона оказывается влажной (*гумидной*). Восходящие движения компенсируются притоком воздуха к экватору в нижней тропосфере (пассатные ветры) и оттоком к полюсам в верхней тропосфере. Но отклоняющая сила вращения Земли, растущая с удалением от экватора, препятствует проникновению меридиональных течений в умеренные широты, поворачивая их в северном полушарии вправо, а в южном влево, и пассатные ячейки меридиональной циркуляции замыкаются нисходящими движениями в зонах субтропических антициклонов, которые оказываются засушливыми



(аридными). Дальше к полюсам тепло переносится уже подвижными циклонами, образующимися в западно-восточных течениях умеренных широт и сопровождающимися обильными осадками, так что умеренные широты оказываются опять гумидными зонами.

Найдя для данной геологической эпохи по тем или иным палеоклиматическим индикаторам две субтропические аридные зоны, ограниченные с севера и юга гумидными зонами умеренных широт, можно в гумидной зоне между ними провести экватор, а тем самым определить и места полюсов. Этот принцип наиболее отчетливо сформулирован и использован в фундаментальной книге Страхова [89, гл. 5].

Но всегда ли климат Земли обладал подобной широтной зональностью? Некоторые авторы желают трактовать находки коралловых рифов ордовика, силура и девона в Арктике, каменного угля и следов меловых игуанодонов на Шпицбергене, позднелурских и меловых динозавров в южной Патагонии, каменного угля в Антарктиде (а недавно там нашли и динозавров) и т. п. как свидетельства об отсутствии широтной зональности климата соответствующих эпох. Любители крайностей утверждают даже, что на большей части геологического времени климат Земли был равномерно теплым, с малой или совсем отсутствующей разницей между экватором и полюсами, а потому и без смены сезонов года.

Однако такие категорические выводы из находок в околополярных районах ископаемых организмов, кажущихся нам теплолюбивыми, представляются слишком поспешными. Ведь наши представления об экологии ископаемых организмов еще весьма ограничены (и поэтому Страхов [89] решительно подчеркивает преимущества литологических индикаторов палеоклиматов перед палеонтологическими), да и суша нынешних полярных районов ранее могла быть ближе к экватору вследствие возможного движения полюсов, а также, может быть, и континентов. Кроме того, трудно представить себе циркуляцию атмосферы, аннулирующую климатические различия между экватором и полюсами при столь большой разнице в их годичной инсоляции (как следует из данных § 5 о приливной эволюции вращения Земли, эта разница ранее могла быть еще большей).

Наконец, имеется ряд прямых свидетельств того, что климат Земли в течение всего фанерозоя обладал ярко выраженной широтной зональностью. Самым весомым из них представляется фактическое обнаружение указанных выше аридных и гумидных зон во всех геологических периодах, начиная с ордовика, наиболее обстоятельно выявленных на палеолитологических картах Страхова [89], которые мы подробно рассмотрим ниже. Многочисленными свидетельствами смены времен года в геологическом прошлом (невозможной без широтной зональности климата и наклона экватора к эклиптике) служат породы с годичными слоями — *варвиты*, образовывавшиеся в течение всего фанерозоя, например североамериканские ленточные сланцы с возрастами от девона до миоцена, описанные Брэдли [90], и верхнепермские ленточные эвапориты —

ангидриты и каменные соли немецкого цехштейна (описанные Рихтер-Бернбургом [91]) и Соликамска; упомянем еще ископаемые организмы с годовыми кольцами роста, например силурийские кораллы — *табуляты*, изученные Ма [92] и Фишером [93].

Сошлемся также на мнение Зенкевича [94, гл. 8], считавшего косвенным свидетельством постоянной широтной зональности климата — перманентного холода в полярных районах — существование в ультраабиссали глубоководных океанических желобов *древней* холодолюбивой донной фауны, которая вымерла бы и сменилась бы более молодыми формами, если бы в полярных районах были слишком большие потепления, прекращавшие поступление в глубины океана достаточно холодных вод.

### Палеотемпературы

С помощью палеотемпературного метода Юри [95, 96] (см. подробное изложение этого метода в книге Боуэна [97]) удалось даже измерить количественные характеристики широтной зональности климата ряда геологических периодов фанерозоя. Этот метод заключается в масс-спектрометрическом измерении отношения изотопов кислорода  $O^{18}/O^{16}$  в карбонатах раковин некоторых ископаемых морских организмов (например, древних головоногих моллюсков *белемнитов*, корненожек *фораминифер* и др.), в которых содержание изотопов кислорода находилось в равновесии с изотопным составом кислорода морской воды и в последующем оставалось неизменным. Такое равновесие, описываемое, например, уравнением  $CO_3^{16} + 3H_2O^{18} \rightleftharpoons CO_3^{18} + 3H_2O^{16}$ , оказывается зависящим от температуры воды: карбонаты слегка обогащены тяжелым изотопом кислорода  $O^{18}$  по сравнению с водой, и это обогащение *растет с понижением температуры*.

Так, по Юри, если в воде изотопное отношение  $O^{18}/O^{16}$  равно 1/500, то при  $25^\circ C$  в карбонатах оно оказывается равным 1,022/500, а при  $0^\circ C$  уже 1,026/500; константа  $K$  указанного выше равновесия при  $25^\circ C$  равна 1,018, а при  $0^\circ C$  уже 1,022 ( $dK/dT \approx -0,000176$ ). При использовании этого метода точность определения температуры может достигнуть даже  $0,5^\circ C$ . Формула для определения температуры (в  $^\circ C$ ) по этому методу, рекомендуемая Эпштейном и Маеда [98], имеет вид

$$T = 16,5 - 4,3(\delta - A) + 0,14(\delta - A)^2, \quad (41)$$

где  $\delta = \frac{R - R_0}{R_0} \cdot 1000$ , причем  $R$  — значение отношения  $CO^{16}O^{18}/CO_2^{16}$  в исследуемом образце,  $R_0$  — в некотором эталонном карбонате;  $A$  — поправка на изотопный состав воды палеоокеана (могушей немного отличаться от средней океанской воды).

Лауэнстам и Эпштейн [99, 100], Найдин, Тейс, Чупахин и Задорожный [101, 102], Боуэн [103], Дорман и Гилл [104] определили

указанным методом по рострам (состоящим из стойкого кальцита хвостам раковин) белемнитов из осадочных пород Северной Америки, Европы, Азии и Австралии палеотемпературы верхних слоев моря, в которых обитали белемниты, в последовательные века мелового периода. Отметим, что до него, в верхней юре — мальме, по-видимому, имел место климатический оптимум (по Страхову [89], мальм был веком максимальной аридизации климата за весь мезокайнозой). Средняя юра — доггер — вероятно, была относительно холоднее, а в верхнем — тоарском ярусе нижней юры — лейаса также был оптимум. Кстати, даже в очень теплом мальме в умеренных широтах отмечались сезонные колебания температуры моря с размахом порядка  $5^{\circ}$ , как это показал анализ последовательных слоев хорошего образца роста белемнита. Изотопы кислорода в рострах белемнитов показывают, что начало мела — неоком и апт — ознаменовалось относительным похолоданием; в альбе вновь был климатический оптимум, в сеномане похолода-

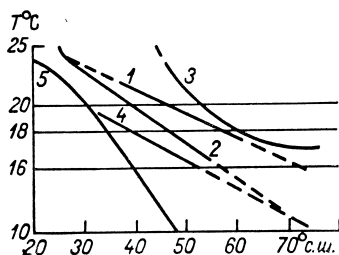


Рис. 13. Сопоставление меридиональных профилей температуры верхних слоев моря в четыре века мелового периода (1 — альб, 2 — сеноман, 3 — сантон, 4 — ранний маастрихт) с современным профилем температуры (5), по Лауэнштаму [104].

ние, в туроне и коньяке климат теплел до наивысшего климатического оптимума мела в сантоне и раннем кампане, а к концу мела — в маастрихте — опять похолодало.

Лауэнштам [105] построил по упомянутым данным меридиональные профили температуры верхних слоев моря в теплые века мелового периода (альб и сантон) и в холодные века (сеноман и маастрихт). Их сопоставление с современным профилем температуры показано на рис. 13. Кривые проведены здесь по небольшому числу сильно разбросанных точек, недостаточному для необходимого зонального осреднения, и потому мало надежны. Отметим, например, что температуры в сантоне по образцам из СССР [101] в среднем на  $4^{\circ}$  ниже сантонской кривой рис. 13, которая представляется слишком пологой севернее и слишком крутой южнее широты  $60^{\circ}$ . Тем не менее из рис. 13 можно сделать вывод, что хотя климат мелового периода был заметно теплее современного (изотермы  $15^{\circ}$  и  $20^{\circ}$  смещались к северу на  $10\text{--}20^{\circ}$  по широте), и меридиональные градиенты температуры верхних слоев моря в умеренных широтах были, по-видимому, в 1,5—2 раза меньше современных, широтная зональность климата все же была достаточно заметной, как того и следует ожидать, исходя из резкой широтной зональности годичной инсоляции.

Реконструкция климатических температурных полей различных геологических периодов прошлого с помощью количественных палеотемпературных методов требует еще большей работы. Пока же для восстановления климатических зон прошлого времени широко используются различные качественные палеоклиматические индикаторы (см., например, книги Шварцбаха [27], Рухина [106], Жижченко [107], Маркова [108], Страхова [89], Синицына [109]). Так, индикаторами аридных зон служат, прежде всего, *эвапориты* — ангидриты, гипсы, каменная и калийная соли, осаждающиеся из растворов в условиях сильного испарения, а также *карбонатные* красноцветы (продукты выветривания, обедненные кремнеземом и окрашенные окислами железа) и лёссы. Гумидным зонам свойственны каменный уголь и продукты глубокого химического выветривания пород суши — алюминиевые руды *бокситы*, *бескарбонатные* красноцветы, железные и марганцевые руды, белые глины *каолины* и т. п.

Эвапориты и красноцветы служат индикаторами теплого климата. Ему свойственны и морские известняки, прежде всего *биогермы* — остатки известьвыделяющих рифообразующих морских организмов (кораллов и др.), по-видимому, и ранее бывших теплолюбивыми. Широко изучены и другие палеонтологические индикаторы теплого климата, как растения (например, пальмы), так и животные (крупные рептилии, крупные насекомые, крупные пороодообразующие фораминиферы, моллюски ципреи и др.), хотя, как упоминалось выше, наши представления об экологии древних организмов в некоторой мере гипотетичны.

Наиболее яркими индикаторами холодного климата служат остатки древних ледниковых морен — *тиллиты*, т. е. неслоистые и несортированные конгломераты (смеси валунов с глинами или мергелями), отличающиеся от несортированных конгломератов неледникового (например, оползневого) происхождения, в частности, наличием отполированного и исштрихованного скального ложа и некоторыми геоморфологическими признаками (U-образные долины, цирки, «бараньи лбы» и т. п.).

Возможности реконструкции глобальных климатических зон прошлого по палеоклиматическим индикаторам существенно ограничены тем, что фактический материал имеется только на территориях современной суши, а на дне океана до настоящего времени был доступным лишь тонкий слой осадков верхнего кайнозоя (только в последние два года океанское бурение с судна «Гломар Челленджер» принесло первые образцы осадков с возрастными до верхней юры — титона). Еще большим затруднением является наше незнание возможных горизонтальных перемещений континентов в прошлом, так что адекватность реконструкций климатических зон при фиксированном (современном) расположении континентов

друг относительно друга остается под вопросом. Как мы сейчас увидим, большинство таких реконструкций указывает на значительные перемещения полюсов в течение фанерозоя.

### Палеоклиматические траектории полюсов

Траекторию движения полюса по палеоклиматическим данным, по-видимому, первым построил Крейхгауэр [110]. Эта траектория для последовонского периода показана на рис. 14 кривой 1. По этим

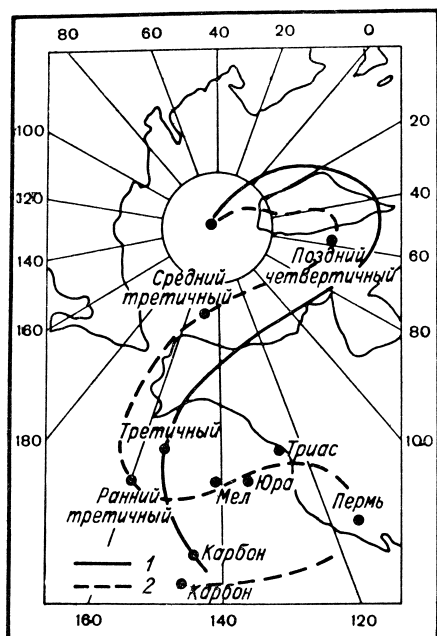


Рис. 14. Траектории движения Северного полюса в последовонский период по палеоклиматическим реконструкциям Крейхгауэра [110] по отношению к современной конфигурации континентов (1) и Кёппена [111] по отношению к Африке (2).

данным в карбоне Северный полюс находился северо-восточнее Гавайских островов и медленно двигался в сторону Аляски, где оказался только в третичном периоде, после чего, обогнув север Канады и Гренландию, он пришел к современному положению. Несмотря на скудность данных, Крейхгауэр попытался проследить положение Северного полюса еще дальше в прошлое и для докембрия помещал его в районе нынешнего Южного полюса.

Кёппен и Вегенер [30], используя палеоклиматические индикаторы, построили для последовонских геологических периодов серию палеогеографических карт мира на основе гипотезы Вегенера о существовании в палеозое единого праматерика Пангеи, ее последующем расколе и раздвижении осколков, образовавших современные материки. Их карта для периода карбон—пермь с указанием двух арид-

ных зон с эвапоритами, трех гумидных зон с каменноугольными залежами, экватора, полюсов и области оледенения вокруг южного полюса приведена на рис. 15.

Главным и весьма существенным достоинством приводимой гипотетической карты или, по крайней мере, объединения на ней всех южных материков в полярном районе представляется создаваемое этим естественное объяснение распределения обширных тиллитов пермо-карбонового возраста, найденных на ныне удаленных друг от друга территориях Южной Америки (свита Ита-раре), Южной Африки (тиллиты Двайка), тропической Индии

(тиллиты Талчир у Хайдерабада), Австралии (свита Куттунг) и Антарктиды, тогда как в северном полушарии сколько-нибудь крупных следов пермо-карбонных оледенений не обнаружено. Таким образом, все эти тиллиты можно трактовать как следы единого материкового оледенения в районе Южного полюса. Другие предлагавшиеся трактовки распределения пермо-карбонных тиллитов, быть может, менее естественны (см. ниже).

Последевонская траектория Северного полюса, построенная по палеогеографическим картам Кёппена и Вегенера, позже уточненным Кёппеном [111], показана на рис. 14 кривой 2. Она в общем близка к траектории Крейхгауэра, хотя и более витиевата (совершает пермо-мезозойский виток в районе нынешнего запада США).

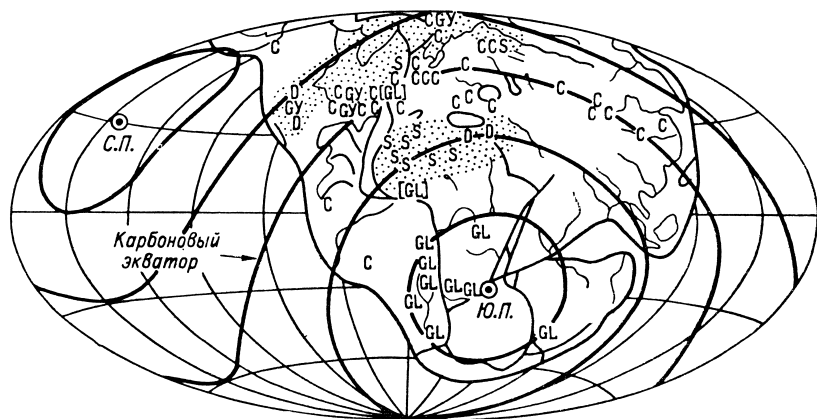


Рис. 15. Палеогеографическая карта периода карбон—пермь, по Кёппену и Вегенеру [30].

Точками указаны аридные зоны; С — каменноугольные залежи, D — пустынные песчаники, GL — тиллиты, GY — гипсы, S — каменная соль.

Крупный специалист по каменным солям Лотце [112, 113], используя в качестве палеоклиматических индикаторов только эвапориты, дал реконструкцию положений северной аридной зоны во всех геологических периодах фанерозоя и построил по ним траекторию движения Северного полюса (рис. 16), который, по этим данным, перемещался из центральной части Тихого океана (чуть южнее  $30^\circ$  с. ш.) к Арктике вдоль меридиана  $170^\circ$  в. д. Ограничение здесь одними лишь эвапоритами и только одной климатической зоной, конечно, снизило достоверность реконструкции траектории полюса, и все же она оказалась качественно похожей на реконструкции других авторов.

Интересной, хотя также ограниченной по своим средствам была попытка Ма (см. [114] и предыдущие работы этого автора) найти положения экватора (а потому и полюсов) в различные геологические периоды по данным о распространении древних коралловых рифов. Так, например, девонский экватор он проводил через

Северный Урал, Южный Китай, Западную Австралию и северо-запад Южной Америки, в очень неплохом соответствии с более поздней и детальной девонской реконструкцией Страхова (см. рис. 18 ниже). Карты распространения рифов, начиная с кембрия,

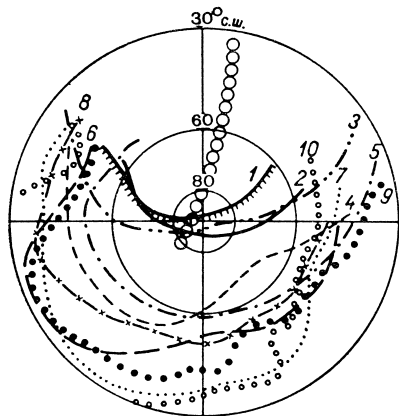


Рис. 16. Северные границы распространения эзапоритов и положения Северного полюса в течение фанерозоя, по Лотце [112].

1 — ордовик и силур, 2 — девон, 3 — карбон, 4 — пермь, 5 — триас, 6 — юра, 7 — мел, 8 — ранний палеоген, 9 — неоген, 10 — наше время; траектория Северного полюса изображена кружочками.

построил и Шварцбах [115]. Обнаруженные им смещения по широте (на меридиане  $40^\circ$  в. д.) зоны рифов, приблизительно по середине которой можно проводить экватор, изображены на рис. 17.

С целью выявления движения полюсов серию палеоклиматических карт фанерозоя построил Рухин [116, 106], опиравшийся во многом на данные палеоботаники (в особенности на материалы Криштофовича [117]), и палеонтологии морских организмов. По его данным, Северный полюс перемещался по Тихому океану и находился в верхнем палеозое около  $30^\circ$  с. ш., в мезозое и палеогене около  $45^\circ$  с. ш. и в неогене около  $67^\circ$  с. ш. Эти результаты качественно согласуются с указанными выше. Однако качественных результатов уже недоста-

точно, и Страхов [89] критикует методику Рухина, не учитывавшего литологических индикаторов аридных зон, и его количественные результаты, по которым верхнепалеозойский и неогеновый экваторы

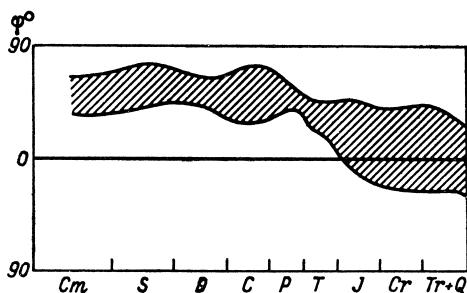


Рис. 17. Смещения по широте в течение фанерозоя зоны рифов на меридиане  $40^\circ$  в. д., по Шварцбаху [115].

частично оказались в северной аридной зоне, а палеогеновый — даже севернее ее.

Обобщив обширные литологические материалы (включавшие, в частности, мировые карты литологических формаций девона, карбона и перми Ронова и Хайна [118]), Страхов [89] построил карты климатической зональности всех послекембрийских геологических

периодов, позволившие наиболее обоснованно (при условии, что относительное расположение континентов фиксировано) провести соответствующие экваторы и определить места полюсов. Согласно этим картам, Северный полюс перемещался в полосе 170° в. д.—160° з. д., причем в нижнем палеозое (ордовик, силур, девон) он оставался в зоне 10—20° с. ш., в верхнем палеозое (карбон, пермь) — в зоне 40—50° с. ш., а в юре, меле и кайнозое — уже в центре Арктики. В переходные периоды длительностью по 20—25 млн. лет полюс испытывал сравнительно быстрые перемещения со средней скоростью порядка 15—20 см/год; эти периоды падают на нижний карбон — турнэ, в котором полюс переместился на 30° по широте, и на триас, в котором полюс переместился на 45° по широте.

Типичной для нижнего палеозоя является климатическая зональность среднего девона (эйфельский и живетский века), показанная на рис. 18; североамериканская и восточноазиатская части северной аридной зоны объединены здесь условно. Южный полюс находится у берегов Африки; некоторым подтверждением этому, по-видимому, могут быть тиллитоподобные нижнедевонские валунные слои в свите Столовой горы в Южной Африке, описанные Дю-Тойтом, а может быть, и тиллиты в верхах системы Кунделунгу в бассейне Конго, описанные Робером. Кроме того, Страхов допускает существование в палеозое южного праматерика Гондваны, объединявшего все современные континенты южного полушария, а потому рассматривает как возможное подтверждение указанного положения Южного полюса также нижнедевонские (или силурийские) тиллиты южной Бразилии, описанные Мааком.

Типичную климатическую зональность верхнего палеозоя демонстрирует карта среднего и верхнего карбона (рис. 19). Объединение североамериканской и евроазиатской частей северной аридной зоны здесь осуществлено в соответствии с предположением, что каледонский орогенез привел к временному слиянию Американской и Русской платформ и Гренландии в единый материк — Лавразию; бразильская и сахарская части южной аридной зоны объединены, как относящиеся к единой Гондване. Южный полюс находится внутри Гондваны, немного на юго-запад от Южной Африки; возможным подтверждением этого, по-видимому, являются обширные следы материкового оледенения — пермо-карбоновые тиллиты Южной Африки и Аргентины. Однако рис. 19 не дает возможности трактовать таким же образом, т. е. как части *околополярного* материкового оледенения Гондваны, пермо-карбоновые тиллиты Индии и Австралии, оказывающиеся на этой карте на экваторе (а также, возможно, и найденные позже тиллиты этого же возраста в Антарктиде, оказывающиеся довольно далеко от Южного полюса).

Страхов, конечно, не допускает неправдоподобной картины материковых оледенений на экваторе. Расчеты, в которых из упрощенного краевого условия для потоков тепла на земной поверхности выводятся низкие температуры для любой отдельной области



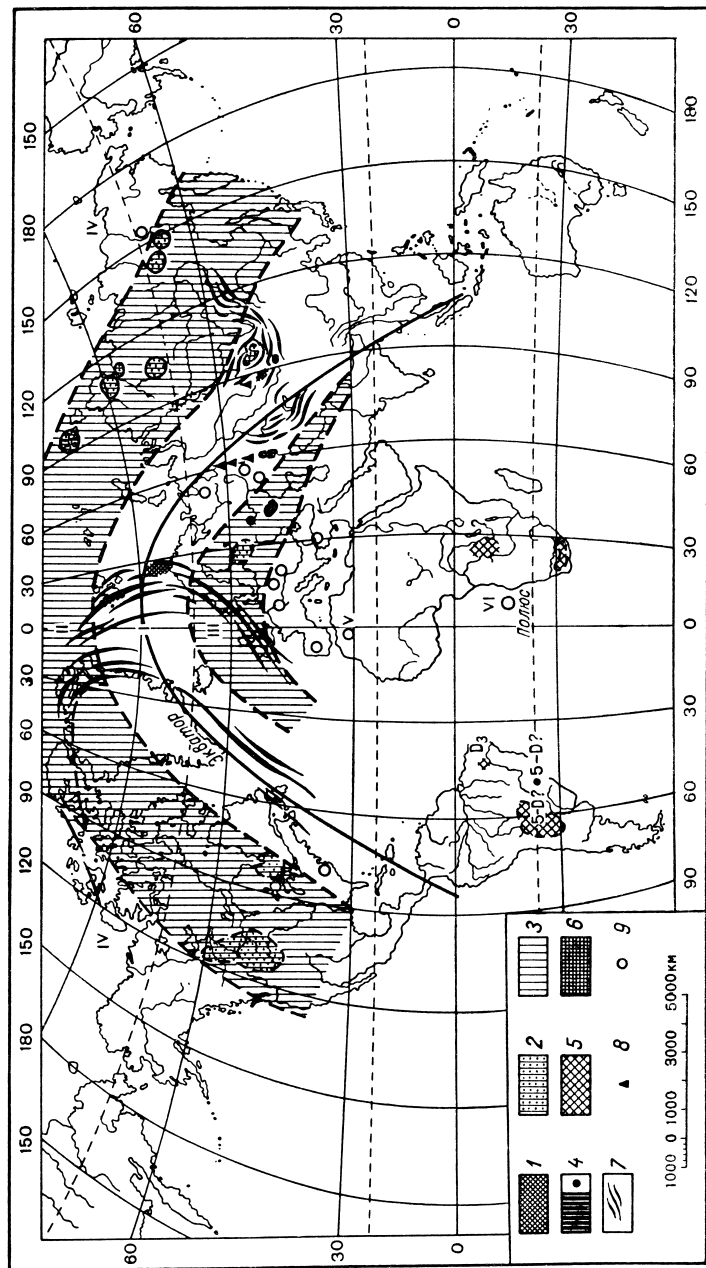


Рис. 18. Климатическая зональность среднего девона, по Страхову [89].

1 — угленосные отложения, 2 — красноцветы с гипсами, 3 — аридные зоны, 4 — галогенные отложения, 5 — тиллиты, 6 — марганцевые руды, 7 — горные хребты, 8 — бокситы, 9 — железные руды. Зоны: I — тропическая влажная, II — северная аридная, III — южная аридная, IV — северная умеренновлажная, V — южная умеренновлажная, VI — околополярная.

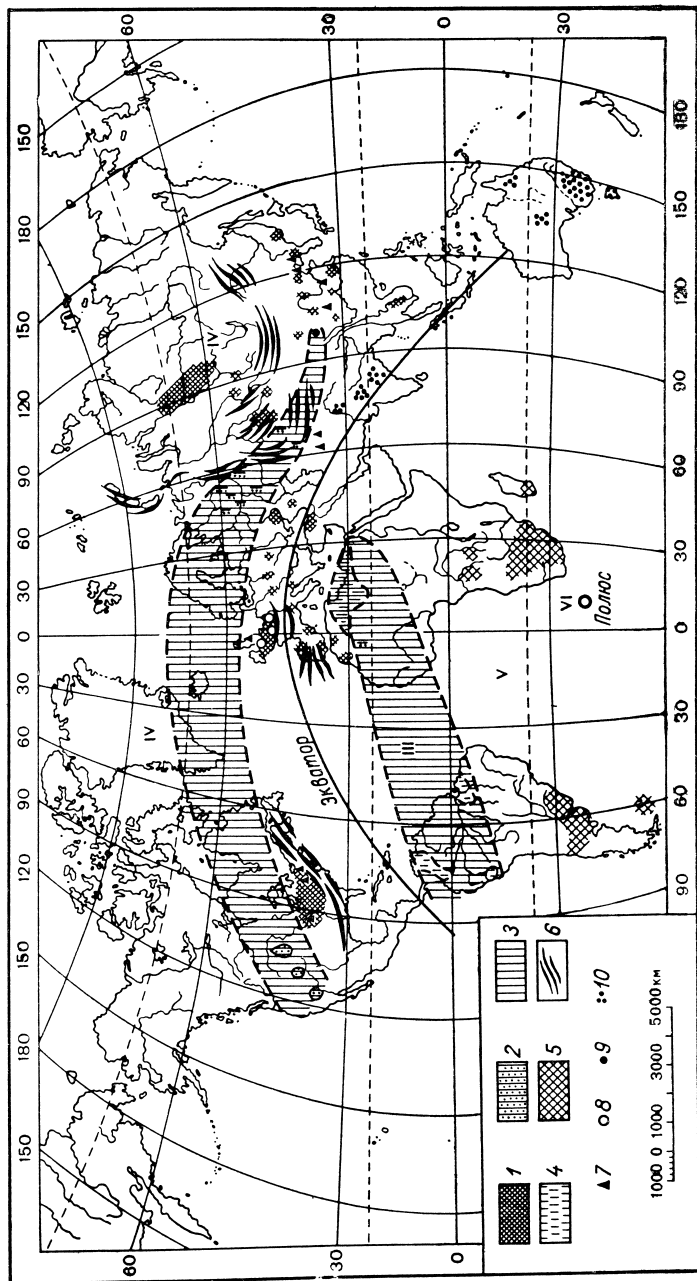


Рис. 19. Климатическая зональность среднего и верхнего карбона, по Страхову [89].

1 — угленосные отложения, 2 — гипсы, 3 — аридные зоны, 4 — карбонатные красноцветы, 5 и 10 — тиллиты, 6 — горные хребты, 7 — бокситы, 8 — железные руды, 9 — соли и гипсы. Зоны: III — южная аридная, IV — северная умеренновлажная, V — южная умеренновлажная, VI — околполярная.

с большим альбедо, даже на экваторе, нельзя считать серьезными, прежде всего, потому что в них не учитывается атмосферная циркуляция, связывающая воедино климаты всех областей (см. также § 4). Ясно, например, что материковое оледенение на экваторе разрушило бы пассатную циркуляцию и создаваемые ею субтропические аридные зоны. Но к северу от Индии аридная зона, показанная на рис. 19, документирована гипсами кайрактинской свиты Казахстана, гипсовыми песчаниками рек Ишим и Терс-Аккана, гипсоносными мергелями Джезказгана и Бедпакдалы, ангидритами в Тянь-Шане и гипсоносными красноцветами Соганпу в Западном Шанси [89].

Остаются, по-видимому, только две возможности — перенести Индию и Австралию с пермо-карбонового экватора на юг, т. е. допустить *движение континентов* и вернуться к карте типа рис. 15, или же трактовать индийские и австралийские тиллиты как следы *высокогорных оледенений*, возможных и на экваторе (например, снега Килиманджаро). Страхов предпочитает вторую возможность, сохраняя современное расположение континентов друг относительно друга и описывая распад Гондваны не как раздвижение ее осколков, а как опускание под воду значительных ее территорий, образовавших Южную Атлантику и Индийский океан (следовательно, с превращением континентальной коры в океаническую, что, однако, создает значительные геохимические трудности).

В отношении Австралии Страхов аргументирует свой выбор как обширными проявлениями вулканизма — андезитовыми лавами и туфами в содержащей тиллиты свите Куттунг, так и данными Лотце о гипсоносных отложениях в нижнем карбоне и верхней перми Австралии, заставляющими помещать ее в аридные зоны и до, и после пермо-карбонового оледенения, что затрудняет перенесение ее на юг на этот период. Но допущение обширных высокогорий в пермо-карбоне Индии и Австралии нуждается в тектоническом обосновании, да и трудности с их влиянием на пассатную циркуляцию и аридные зоны остаются в силе.

Страхов замечает, что интенсивные смещения полюсов происходили после геократических эпох, завершавших фанерозойские тектонические этапы эволюции земной коры: каледонский этап закончился силуром, а в конце девона произошло смещение полюсов; герцинский этап закончился пермью, а в триасе произошла следующая подвижка полюсов. Это, по-видимому, указывает на связь движений полюсов с асимметрией распределения масс в Земле, формировавшейся на протяжении тектонических этапов. Постоянство направления движения полюсов можно связывать с асимметрией тектонических процессов в южном полушарии, где существовала и затем распадалась Гондвана, и в северном полушарии, где, наоборот, росли первично разрозненные платформы.

Географию палеоклиматических индикаторов в различные периоды фанерозоя рассматривали и многие другие авторы. Так, например, Опдайк [119] построил полную серию фанерозойских палеогеографических карт эвапоритов, бокситов, тиллитов и био-

герм и убедился (рис. 20), что внешняя граница субтропиков в течение фанерозоя сравнительно монотонно передвигалась из нынешних высоких широт к современному положению, свидетельствуя опять-таки в пользу перемещения полюсов из низких широт в высокие.

Таким образом, глобальные палеоклиматические построения довольно уверенно свидетельствуют, во-первых, о наличии широтной зональности климата всех периодов фанерозоя; во-вторых, о значительных перемещениях полюсов в течение этой эры и, в-третьих, о том, что Северный полюс в нижнем палеозое находился в центральном районе Тихого океана (по-видимому, в его северных тропиках), откуда и перемещался в сторону Арктики.

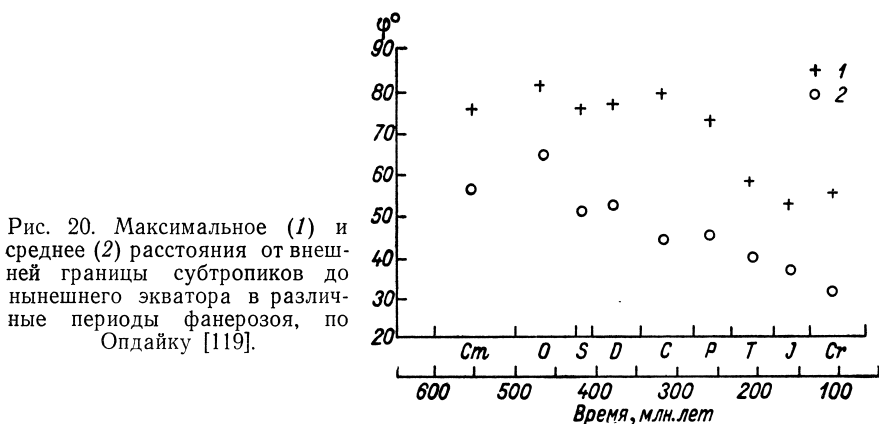


Рис. 20. Максимальное (1) и среднее (2) расстояния от внешней границы субтропиков до нынешнего экватора в различные периоды фанерозоя, по Опдайку [119].

Но происходили ли при этом также и движения континентов друг относительно друга? В палеоклиматических данных главным указанием на такую возможность следует признать пермо-карбонные тиллиты Индии и Австралии. Однако допущение о движениях этих блоков континентальной коры относительно, скажем, Китайской платформы встречается с некоторыми трудностями (например, данные Логге о до- и последледниковых эвапоритах в Австралии, требующие ее сложных поступательных и попятных движений *относительно движущегося экватора*). Поэтому желательно иметь еще и другие независимые данные о палеоширотах различных блоков континентальной коры. Таковыми, по-видимому, могут быть палеомагнитные данные, к рассмотрению которых мы теперь и перейдем.

#### Литература к разделу 8

89. Страхов Н. М. Основы теории литогенеза. Т. 1. Изд-во АН СССР, 1960.
90. Bradley W. H. Amer. J. Sci., 1931, ser. 5, 22.
91. Рихтер-Бернбург Г. В кн.: «Проблемы палеоклиматологии». «Мир», 1968, с. 336—344.
92. Ма Т. У. In „Res. on the past climates and continental drift“, 1943, 2; 1956. 10.

93. Фишер Дж. В кн.: «Проблемы палеоклиматологии». «Мир», 1968, с. 393—401.
94. Зенкевич Л. А. В кн.: «Тихий океан», Т. 7, кн. 2. «Наука», 1969.
95. Urey H. C. J. Chem. Soc., 1947, p. 562.
96. Urey H. C. et al. Bull. Geol. Soc. Amer., 1951, **62**, p. 399.
97. Боуэн Р. Палеотемпературный анализ. «Недра», 1969.
98. Epstein S., Mayeda T. Geochim. Cosmochim. Acta, 1953, **27**, 45, p. 213—224.
99. Lowenstam H. A., Epstein S. J. Geol., 1954, **62**, p. 207.
100. Lowenstam H. A., Epstein S. 20th Intern. Geol. Congr., Symp. del Cretacico, 1959, **1**, p. 65.
101. Найдин Д. П., Тейс Р. В., Чупахин М. С. Геохимия, 1956, № 8, с. 23; 1957, № 4, с. 273.
102. Найдин Д. П., Тейс Р. В., Задорожный П. К. Геохимия, 1964, № 2; 1964, № 10; 1966, № 11.
103. Bowen R. J. J. Paleontol., 1961, **35**, p. 1077; J. Geol. 1961, **69**, p. 75, 309; Bull. Geol. Soc. Am., 1961, **72**, p. 169.
104. Dorman F. H., Gill E. D. Proc. Roy. Soc. Victoria, 1959, **71**, p. 73.
105. Лауэнстам Г. А. В кн.: «Проблемы палеоклиматологии». «Мир», 1968, с. 132—152.
106. Рухин Л. Б. Основы общей палеогеографии. Гостоптехиздат, 1959.
107. Жижченко Б. П. Методы палеогеографических исследований. Гостоптехиздат, 1959.
108. Марков К. К. Палеогеография. Изд-во МГУ, 1960.
109. Синицын В. М. Введение в палеоклиматологию. «Недра», 1967.
110. Kreichgauer D. Die Aequatorfrage in der Geologie, Steyl, 1902.
111. Köppen W. Meteorol. Z., 1940, S. 106—110.
112. Lotze F. Steinsalz und Kalisalze, Gebr. Bortraeger. Berlin, 1938 (2nd Ed.—1957).
113. Лотце Ф. В кн.: «Проблемы палеоклиматологии». «Мир», 1968, с. 321—336.
114. Ma T. Y. Oceanogr. Sinica, 1960, **6**, Pt. 2; 1962, 7.
115. Schwarzbach M. Naturwissenschaften, 1949, **36**, S. 8.
116. Рухин Л. Б. Изв. ВГО, 1955, **87**, вып. 2.
117. Криштофович А. Н. Палеоботаника. Госгеолиздат, 1946.
118. Ронов А. Б., Хаин В. Е. Сов. геол. сб., 1949, 41; 1955, 48; 1956, 54.
119. Опдайк Н. Д. В кн.: «Дрейф континентов». «Мир», 1966, с. 159—182.

## 9. Палеомагнитные данные

Приведем сначала некоторые сведения о магнитном поле Земли. Его можно задать полем *магнитной индукции*  $\mathbf{B}(\theta, \lambda, r, t)$  (т. е. усредненной по «физически бесконечно малым» элементам объема напряженности магнитного поля микрочастиц), которое соленоидально ( $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ), и полем *намагниченности*  $\mathbf{M}(\theta, \lambda, r, t)$  (т. е. магнитного момента единицы объема). Величину  $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$  называют *напряженностью* магнитного поля в сплошной среде. В неферромагнитных изотропных телах при не слишком сильных магнитных полях  $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ , где  $\mu > 0$  — так называемая *магнитная проницаемость* (так что  $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$ , где  $\chi = (\mu - 1)/4\pi$  — *магнитная восприимчивость*). В воздухе и внутри Земли (но, конечно, вне ферромагнитных тел)  $\mu \approx 1$  и  $\mathbf{H} \approx \mathbf{B}$ . Поэтому геофизики привыкли измерять компоненты напряженности земного магнитного поля не в эрстедах, а в единицах магнитной индукции — гауссах (гс); доступная точность полевых измерений позволяет пользоваться единицей *гамма*, равной  $10^{-5}$  гс.

Магнитное поле Земли можно считать потенциальным, т. е.  $\mathbf{H} = \nabla W$ , где  $W$  — магнитный потенциал. Действительно, пренебрегая эффектами, связанными с конечностью скорости распространения электромагнитных возмущений, поле можно считать квазистационарным и полагать  $\operatorname{rot} \mathbf{H} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$ , где  $\mathbf{j}$  — плотность токов *проводимости*,  $c$  — скорость света (см., например, Ландау и Лифшиц [121, § 45]); в областях, где нет токов, поле  $\mathbf{H}$  оказывается безвихревым, т. е. потенциальным.

### Современное магнитное поле Земли

Величину напряженности земного магнитного поля обозначают  $|\mathbf{H}| = T$ , величину горизонтальной компоненты —  $H$ , вертикальную компоненту —  $Z$  (положительная вниз), меридиональную —  $X$  (положительная на север), широтную —  $Y$  (положительная на вос-

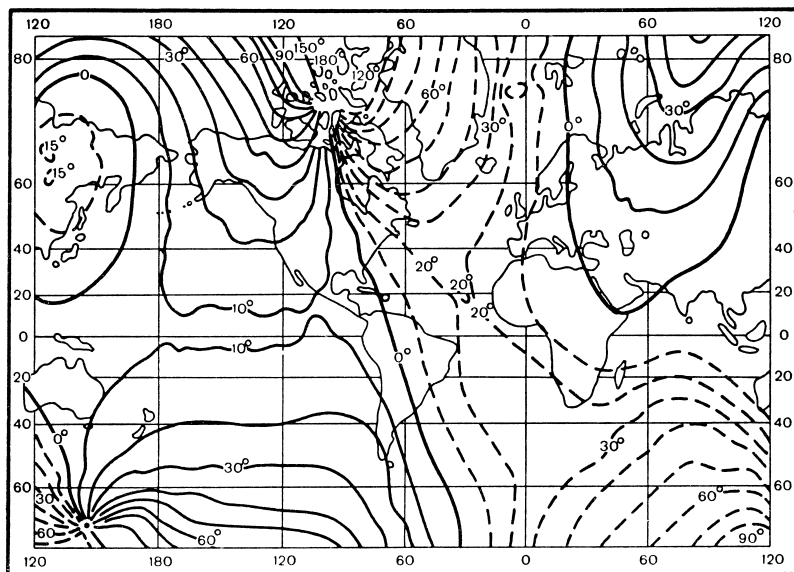


Рис. 21. Карта изогон  $D = \text{const}$  на 1945 г., по [120].

ток); угол между горизонтальной компонентой и направлением на север называется *склонением*  $D$  (положительное восточное;  $X = H \cos D$ ,  $Y = H \sin D$ ), а угол между  $\mathbf{H}$  и горизонтальной плоскостью — *наклоном*  $I$  (такой же знак, как  $Z$ ;  $H = T \cos I$ ,  $Z = T \sin I$ ). Полное представление о магнитном поле на поверхности Земли в фиксированную эпоху дают карты линий равного склонения — *изогон*  $D = \text{const}$  (рис. 21), линий равного наклона — *изоклин*  $I = \text{const}$  (рис. 22) и изолиний равной величины напряженности поля  $T = \text{const}$  (рис. 23), которые мы приводим по данным [120] на 1945 г.

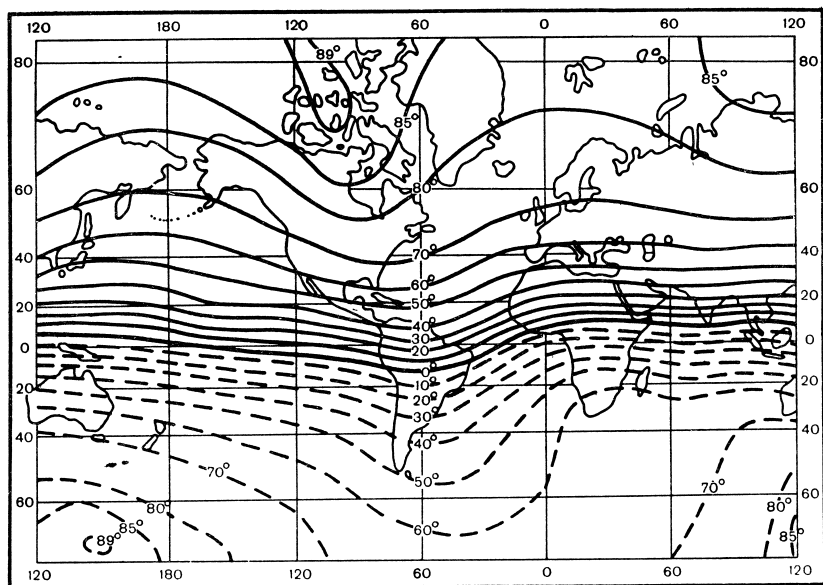


Рис. 22. Карта изоклин  $I=\text{const}$  на 1945 г., по [120].

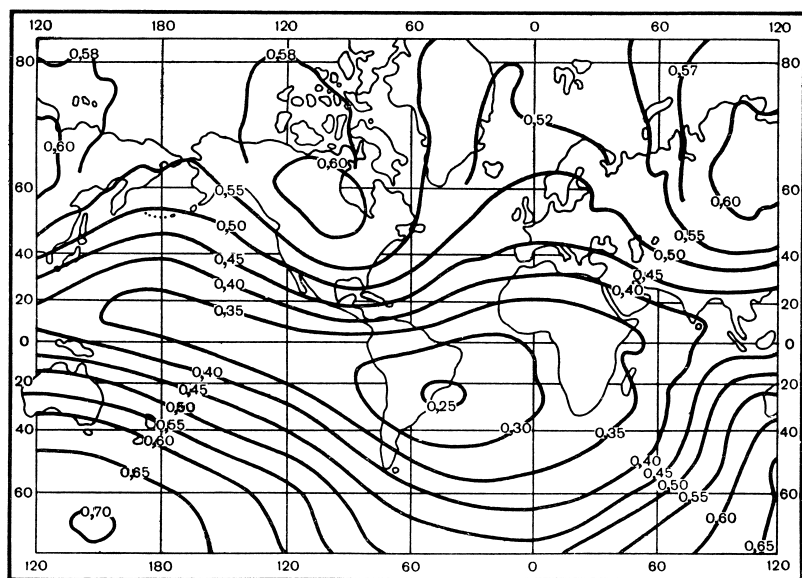


Рис. 23. Карта изолиний  $T=\text{const}$  на 1945 г., по [120].

На этих картах видны, прежде всего, два *магнитных полюса* — точки, в которых горизонтальная составляющая магнитного поля обращается в нуль. Один из них, южный полюс магнита, к которому притягивается северный конец стрелки компаса, находится в Гренландии ( $73^\circ$  с. ш.,  $100^\circ$  з. д.), другой, северный полюс магнита, — в Антарктике ( $68^\circ$  ю. ш.,  $143^\circ$  в. д.). Они сравнительно близки к полюсам вращения, но все же не совпадают с ними и даже не симметричны относительно центра Земли. *Магнитный экватор*, т. е. линия, на которой наклонение  $I$  равно нулю, отклоняется от географического экватора и не образует большого круга на поверхности Земли. Величина  $T$  напряженности поля невелика — она меняется от 0,25 гс у запада Южной Америки до 0,6 гс у гренландского и 0,7 гс у антарктического магнитных полюсов.

Такое магнитное поле в первом приближении можно аппроксимировать полем *магнитного диполя*, помещенного в центре Земли. Потенциал последнего имеет вид

$$W = \frac{1}{r^3} \mathbf{M} \cdot \mathbf{r},$$

где  $\mathbf{r}$  — геоцентрический радиус-вектор,  $\mathbf{M}$  — магнитный момент диполя.

Пусть магнитная ось диполя направлена от северного полюса Земли к южному. Тогда  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{r} = -Mr \cos \theta$ , где  $\theta$  — дополнение широты, и горизонтальная составляющая магнитного поля на поверхности Земли  $r = r_0$  будет равна

$$H = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right)_{r=r_0} = \frac{M \sin \theta}{r_0^3},$$

а вертикальная составляющая

$$Z = \left( \frac{\partial W}{\partial r} \right)_{r=r_0} = \frac{2M \cos \theta}{r_0^3};$$

наклонение можно определить из соотношения  $\operatorname{tg} I = Z/H$ , т. е.

$$\operatorname{tg} I = 2 \operatorname{ctg} \theta. \quad (42)$$

При этом максимальные значения  $Z$  (на полюсах,  $Z_{\max} = \frac{2M}{r_0^3}$ ) оказываются вдвое больше максимальных значений  $H$  (на экваторе,  $H_{\max} = \frac{M}{r_0^3}$ ), что приближенно соответствует условиям на

Земле. Для нее только следует выбрать ось диполя под углом  $11^\circ,5$  к оси вращения, так, чтобы ось диполя пересекала поверхность Земли в точках  $78^\circ,5$  с. ш.,  $69^\circ,1$  з. д. и  $78^\circ,5$  ю. ш.,  $110^\circ,9$  в. д. — это так называемые *геомагнитные полюсы*. Магнитный момент такого диполя оказывается равным  $M = H_{\max} r_0^3 = 8,06 \cdot 10^{25}$  CGSM. Отметим, что поле диполя эквивалентно полю



однородно намагниченной сферы; величина намагниченности  $M/\frac{4}{3}\pi r_0^3 = \frac{3}{4\pi} H_{\max}$  оказывается равной около 0,075 гс — больше, чем средняя намагниченность слоев земной коры.

Несовпадение геомагнитных полюсов с реальными магнитными полюсами указывает на наличие у магнитного поля Земли также и недипольной составляющей, которая, правда, на порядок меньше дипольной. В разложении магнитного потенциала по шаровым функциям

$$W = r_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{r_0}{r} \right)^{n+1} (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta) \quad (43)$$

слагаемые 1-го порядка ( $n=1$ ) описывают дипольную составляющую, а остальные — недипольную. Обзор данных о коэффициентах этого разложения приводит Мауэрсбергер [122]. По данным Финча и Литона [123] на 1955 г., коэффициенты 1-го порядка равны:  $g_1^0 = -0,3055$  гс,  $g_1^1 = -0,0227$  гс и  $h_1^1 = 0,0590$  гс, а 2-го порядка:  $g_2^0 = -0,0152$  гс,  $g_2^1 = 0,0303$  гс,  $h_2^1 = 0,0190$  гс,  $g_2^2 = 0,0158$  гс и  $h_2^2 = 0,0024$  гс. Дипольную аппроксимацию такого поля можно улучшить, сместив диполь из центра Земли на расстояние 436 км в точку  $15^\circ 41'$  с. ш.,  $150^\circ 49'$  в. д.

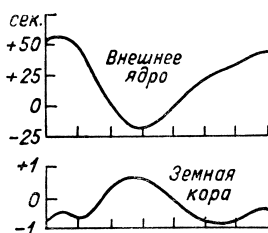
Важной особенностью магнитного поля Земли является его резкая вековая изменчивость, местами до  $10^{-3}$  гс/год, затрагивающая как основную дипольную, так и недипольную составляющие (см., например, Рикитак [124]; имеется и короткопериодическая изменчивость — магнитные бури, солнечные и лунные суточные вариации порядка  $10^{-4}$  гс и т. п., создаваемая возмущениями ионосферы и радиационных поясов, а также отчасти индуцируемыми ими электрическими токами внутри Земли). Наблюдениями за последние 150 лет установлено убывание дипольного магнитного момента  $M$  со скоростью около 5% в столетие — при такой скорости убывания дипольная составляющая исчезла бы за 2000 лет. Недипольная составляющая дрейфует на запад в среднем со скоростью  $0^\circ,18$  долготы в год (полный оборот за 2000 лет), что можно описать как западный дрейф экваториального диполя (и его смещение на север и от центра Земли).

Сейчас представляется наиболее правдоподобным связывать происхождение магнитного поля Земли с магнитогидродинамическими движениями в жидком внешнем слое ее ядра. Эту гипотезу мы подробно рассмотрим в следующем параграфе, пока же отметим, во-первых, что она существенно облегчает толкование вековых вариаций магнитного поля, типичные периоды которых много меньше, чем у геологических процессов в земной коре и мантии, но много больше, чем у процессов в атмосфере и океане. Во-вторых, поскольку на движения в жидком ядре должно влиять вращение Земли, оно может как-то сказываться и на форме магнитного поля:

можно ожидать, что это поле, осредненное по временам, большим по сравнению с типичными периодами своих вековых вариаций (но малым по сравнению с временами геологических процессов), будет симметричным относительно оси вращения Земли.

С позиций магнитогидродинамической гипотезы западный дрейф магнитного поля можно объяснить отставанием вращения внешнего ядра от вращения мантии и коры (см. Манк и Макдональд [58, гл. 11 § 12] и Рикитаки [124, гл. 6]). Тогда, поскольку мантия, обладающая небольшой электропроводностью, связана электромагнитным взаимодействием со всем ядром, возможен обмен моментом импульса между ядром и мантией, и флюктуации скорости вращения ядра, регистрируемые как неравномерности западного дрейфа магнитного поля, должны создавать флюктуации скорости вращения мантии и коры, регистрируемые астрономиче-

Рис. 24. Вариации скорости вращения внешнего ядра и земной коры, по Вестину [126].



скими методами. И действительно, Вестин [125, 126] нашел соответствие между установленными им неравномерностями западного дрейфа эксцентрического диполя в 1905—1945 гг. и установленными астрономами вековыми вариациями продолжительности суток в эти годы (рис. 24).

## Намагниченность горных пород

Обнаруженная магнитологами остаточная намагниченность некоторых горных пород — базальтовых лав, первично красноцветных и некоторых серых глинистых осадочных пород — открыла возможности реконструкций магнитного поля Земли в различные геологические периоды прошлого времени. Намагниченность этих пород возможна благодаря присутствию в них неметаллических ферромагнитных веществ — *ферритов* и прежде всего таких минералов, как *гематит*  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , *магнетит*  $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$ , *ильменит*  $\text{FeTiO}_3$ , *пирротин* и некоторые гидроокислы железа.

Напомним, что в ферромагнитных веществах (как и в парамагнитных, но в противоположность диамагнитным) атомы имеют отличные от нуля магнитные моменты; причем, в отличие от парамагнитных веществ, в кристаллической решетке ферромагнетика имеется *обменное взаимодействие* между соседними атомами, которое ниже критической температуры (называемой *точкой Кюри* и

разной для различных ферромагнетиков) создает одинаковую ориентацию магнитных моментов соседних атомов по тому или иному из термодинамически стабильных или метастабильных направлений (отвечающих минимумам термодинамического потенциала), и тело распадается на области с различными направлениями намагниченности — *домены* размерами порядка  $1-10^2$  мкм. При температурах же выше точки Кюри энергия тепловых колебаний атомов кристаллической решетки превышает энергию их обменного взаимодействия, домены не образуются, и тело ведет себя как парамагнитное.

При изменениях внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}(t)$  из-за наличия метастабильных состояний домены перестраиваются неполностью, и средняя намагниченность ферромагнетика оказывается зависящей не только от поля  $\mathbf{H}$  в данный момент времени, но и от его эволюции в прошлом (*гистерезис*). В частности, при снятии поля сохраняется некоторая остаточная намагниченность. Наиболее велика и устойчива *термоостаточная* намагниченность, возникающая при остывании горячего ферромагнетика в момент перехода через точку Кюри (фазовый переход второго рода). Ею обладают ферриты в изверженных породах, оказывающихся, таким образом, хранителями отпечатков магнитного поля Земли, имевшегося в момент их остывания. Иначе возникает намагниченность осадочных пород: намагниченные частицы ферритов во время своего осаждения в воде в какой-то степени ориентируются по направлению магнитного поля Земли или, по крайней мере, его горизонтальной компоненты (*ориентационная* намагниченность). Возможно и намагничивание во время физико-химических превращений ферритов.

Суждение о магнитном поле Земли в момент образования горной породы по обнаруживаемой сейчас ее намагниченности, к сожалению, встречается с многочисленными осложнениями. Так, например, некоторые ферриты намагничиваются не по полю  $\mathbf{H}$ , а противоположно ему или способны менять при определенных температурах направление своей намагниченности на обратное (*самообращение*). Вектор намагниченности может отклоняться от направления внешнего поля вследствие *анизотропии* как внутренней структуры тела (ориентированность кристаллитов в поликристалле, вытянутых или сплюснутых ферритовых зерен в породе), так и его формы (поскольку к внешнему полю, создающему намагниченность, прибавляется магнитное поле самого тела).

Из-за «магнитной вязкости» ферромагнетиков со временем первичная намагниченность медленно ослабевает, и появляется дополнительная «вязкая намагниченность», ориентированная приблизительно по современному полю. Дополнительная намагниченность может появляться также при вторичных нагревах, физико-химических изменениях в породе, вследствие механических напряжений (так как ферромагнетики обладают *магнитострикцией*), из-за магнитных полей при грозовых разрядах. Наконец, пространственная ориентация намагниченности может изменяться из-за движений слоев земной коры при тектонических процессах.

Из-за всех этих осложнений первые попытки реконструкций магнитного поля Земли в прошлом давали слишком пестрые картины, порождавшие скепсис. Но затем магнитологи научились различать виды намагниченности, оценивать *палеомагнитную стабильность* пород, отделять *первичную* намагниченность, оставшуюся от *начальной*, от *вторичной*, определять направление и величину первичной намагниченности и выяснять ее происхождение. Соответствующие методы см. в книгах Нагата [127] и Храмова и Шолпо [128].

Приведем, например, тесты палеомагнитной стабильности Грэхема: хаотическое распределение намагниченности галек в осадочной породе, неспособных при осаждении ориентироваться по магнитному полю, указывает на отсутствие или слабость вторичной намагниченности породы; об этом же свидетельствует увеличение *кучности* (параметра  $K$  в плотности вероятности

$$p(\theta) = \frac{K \sin \theta}{2 \operatorname{sh} K} e^{K \cos \theta}$$

*распределения Фишера* для углов  $\theta$  между векторами намагниченности образцов в породе и их средним направлением) при переходе от современной географической системы координат к системе координат, связанной с пластами.

При *магнитной чистке*, т. е. размагничивании образцов породы растущим переменным магнитным полем, нагревом или просто временем (в изоляции от современного магнитного поля), различные виды намагниченности ослабевают по-разному, что в какой-то мере позволяет их идентифицировать. Если имеется только один вид намагниченности, то общее направление намагниченности образца при размагничивании не меняется; в противном случае оно изменится на направление наиболее стабильной намагниченности. Размагничивание временем в течение двух-трех недель (иногда в сочетании с нагревом) призвано уничтожить вязкую намагниченность. Циклы нагревов и охлаждений позволяют диагностировать термостатичную намагниченность (метод Телье), опыты переосаждения — ориентационную. Петрографический, химический, рентгеноструктурный анализ, исследование фазовых переходов, намагничивание с последующим глубоким охлаждением позволяют установить природу ферритов в породе и оценить их первичность. Имеются методы и для анализа анизотропии образцов пород.

### Обращения земного магнитного поля

Использование перечисленных методов позволило получить уже довольно убедительные данные о магнитном поле Земли в прошлые эпохи. Одним из поразительных открытий явилось обнаружение *обращений* земного магнитного поля — происходивших в прошлом быстрых (за несколько тысяч лет) изменений знака его полярности на обратный. Обратная намагниченность некоторых лав была впервые обнаружена еще в 1906 г. во Франции Брюном [129] и

затем найдена во многих местах мира; в послевоенное время подробное обследование третичных лавовых потоков Франции, Англии и Исландии показало, что примерно половина из них намагничена нормально (т. е. приблизительно по современному полю) и половина — обратно. В большинстве случаев обратная намагниченность лав создана, по-видимому, не *самообращением* намагниченности ферритов (упоминавшимся выше), а обратной полярностью земного магнитного поля во время остывания этих лав.

Так, японские магнитологи нашли случаи обратного намагниченных интрузий в нормально намагниченном осадочном слое, причем обожженная лавой осадочная окрестность интрузии оказалась намагниченной обратно, хотя структура ферритов в ней совершенно иная, чем в лаве. Момоуз [130] и другие авторы обнаружили в вулканических породах тонкие переходные слои, в которых направление намагниченности плавно поворачивается от нормального до обратного, а интенсивность намагниченности ослабевает. Наконец, в серии работ Кокса, Доэлла, Далримпла и других авторов был определен абсолютный возраст (по калий-аргоновому методу) около 240 образцов нормально и обратно намагниченных четвертичных и верхнетретичных лав из различных районов мира и с хорошей корреляцией по разным районам была установлена четкая зависимость ориентации намагниченности от возраста лав (см. обзоры [131—138]).

Установлено, что за последние 4 млн. лет сменились четыре эпохи нормальной (Н) и обратной (О) полярности земного магнитного поля. Они названы именами ученых, внесших большой вклад в изучение земного магнетизма: от настоящего в прошлое — *эпохи полярности Брюн (Н), Матуяма (О), Гаусс (Н), Гильберт (О)*. Наилучшие оценки возраста границ между ними следующие: Брюн—Матуяма 0,7 млн. лет тому назад, Матуяма—Гаусс 2,5 млн. лет, Гаусс—Гильберт 3,32 млн. лет. Внутри них открыты (некоторые еще предположительно) на порядок короче всплески противоположной полярности земного магнитного поля — *события*, названные по местностям их обнаружения — *Джарамилло (Н) — 0,94 млн. лет тому назад, Гильза (Н) — 1,62 млн. лет, двойное событие Олдувай (Н) В — 1,87 млн. лет и А — 1,95 млн. лет, Каэна (О) — 2,80 млн. лет, Маммот (О) — 3,06 млн. лет, Кочити (Н) — 3,7 млн. лет, Нунивак (Н) — 4,1 млн. лет*. Соответствующая стратиграфическая схема изображена на рис. 25.

Указанная последовательность *эпох полярности и событий* получила хорошее подтверждение при измерениях направления намагниченности последовательных слоев в колонках океанических осадков [139—147]. Абсолютного возраста здесь не определялось, но отношения толщин нормально и обратно намагниченных слоев хорошо соответствовали отношениям длительностей эпох полярности по лавам (чего и следует ожидать при приблизительно постоянной скорости осадконакопления). Преимуществом колонок осадков является *непрерывность* записи в них изменений намагниченности со временем, позволяющая изучать тонкую структуру таких

изменений. Поэтому свидетельства в колонках осадков о *событиях* (в частности, о раздвоении события Олдувай) имеют высокую значимость.

Обратно намагниченные породы в изобилии обнаружены и в более древних слоях земной коры. Обобщая материалы по территории СССР, Храмов и Шолпо [128] констатируют, что в верхнем ордовике — нижнем силуре и почти во всем мезозое преобладало магнитное поле современной полярности с редкими всплесками обратной полярности. В верхнем протерозое — нижнем и среднем кембрии, среднем и верхнем девоне — нижнем карбоне, верхнем карбоне — нижней перми и в палеогене преобладала обратная полярность. Наконец, в верхнем кембрии — нижнем и среднем ордовике, верхнем силуре — нижнем девоне, среднем карбоне, верхней перми — нижнем триасе, в плиocene и четвертичном периоде происходило частое (через 0,5—5 млн. лет) чередование нормальной и обратной полярности магнитного поля. Отметим, в частности, хорошую корреляцию восьми эпох полярности в верхней перми — нижнем триасе Русской платформы и формаций Чагуотер и Маукопи в Северной Америке. Однако восстановление полной последовательности эпох полярности фанерозоя еще остается делом будущего.

Большой интерес представляет идея об отражении эпох полярности в поле магнитных аномалий на океанах. Подробные магнитные съемки в северо-восточной части Тихого океана, результаты которых опубликованы в 1961 г. Мэйсоном, Раффом, Вакье и Уорреном [148, 149], показали, что там имеются узкие (шириной порядка 30—40 км), параллельные друг другу (в этом районе ориентированные меридионально) полосы чередующихся положительных и отрицательных аномалий интенсивностью порядка 500γ, приблизительно постоянной вдоль каждой полосы (кстати, корреляция магнитных разрезов поперек простирания полос обнаружила смещения вдоль имеющих там широтных разломов коры Мендосино и Пайонир и западной ветви разлома Меррей соответственно на 1150, 265 и 750 км [150], показывая существование больших горизонтальных подвижек отдельных блоков земной коры).

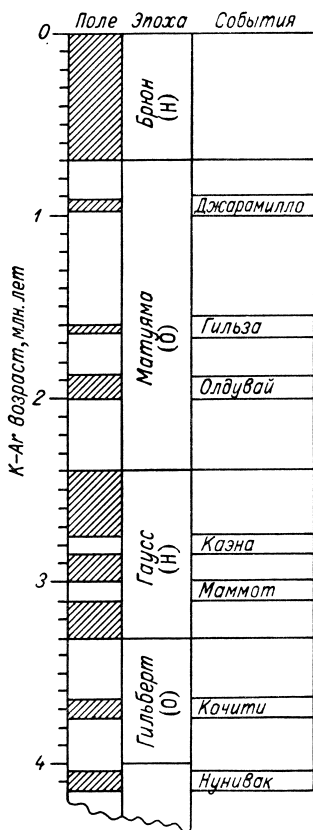


Рис. 25. Хронология обращений земного магнитного поля за последние 4 млн. лет.

Базируясь на результатах магнитной съемки в районе подводного хребта Карлсберг в северо-западной части Индийского океана, выполненной в 1962 г. судном «Оуэн», и на гипотезе о раздвижении океанского дна конвективными течениями мантии Земли, предложенной ранее Дитцем [151] и Хессом [152] (см. также их более поздние работы [153—155]), Вайн и Мэтьюз [156] высказали предположение, что полосы положительных и отрицательных магнитных аномалий в океанах, параллельные осям срединно-океанических хребтов, создаются нормально и обратно намагниченными породами, изверженными на осях хребтов во время соответствующих эпох полярности магнитного поля и раздвигаемыми в обе

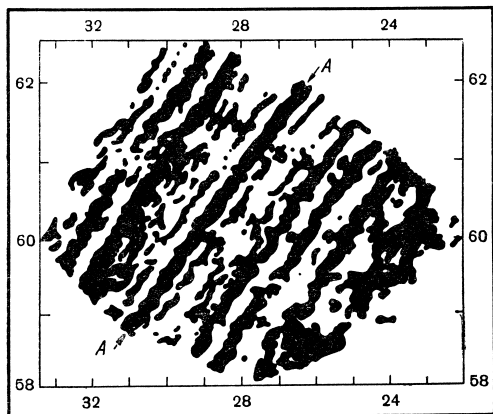


Рис. 26. Аномалии напряженности магнитного поля  $T$  в районе подводного хребта Рейкьянес в Северной Атлантике, по Хейртцлеру, Лепишону и Барону [160].

Полосы положительных аномалий зачернены;  
А—А — ось хребта.

стороны от осей хребтов вместе со всей океанической корой (аналогичную гипотезу независимо предложили также Морли и Лярошель [157]).

Гипотеза Вайна и Мэтьюза предсказывала *симметрию* полос магнитных аномалий относительно осей срединно-океанических хребтов и *пропорциональность* ширин полос длительностям соответствующих эпох полярности магнитного поля (пока скорости раздвижения коры в стороны от осей хребтов постоянны). В работах Вайна и Уилсона [158], Вайна [159], Хейртцлера, Лепишона и Барона [160] и в серии последующих исследова-

ний (см. обзор Булларда [138]) этим предсказаниям был найден ряд подтверждений.

Оказалось, что поля магнитных аномалий в широких окрестностях срединно-океанических хребтов действительно имеют полосчатую структуру с полосами, параллельными осям хребтов и симметричными относительно этих осей (см. на рис. 26 ставший уже классическим пример района хребта Рейкьянес в Северной Атлантике [160]), причем в ряде районов ширины близких к осям полос аномалий действительно приблизительно пропорциональны длительностям эпох полярности, указанных на рис. 25. Так, например, на рис. 27, заимствованном из работы Вайна [159], показана корреляция между ширинами полос аномалий в районах хребтов Рейкьянес, Хуан де Фука и Восточно-Тихоокеанского и длительностями эпох полярности Брюн, Матуяма и Гаусс (здесь выражены и события Джарамилло, Олдувай и Маммот, тогда как Гильза и Казна не были обнаружены). Отношения длин к временам Вайн

интерпретирует как скорости раздвижения океанского дна; в разных районах они оказываются различными (Рейкьянес — 1,0 см/год,

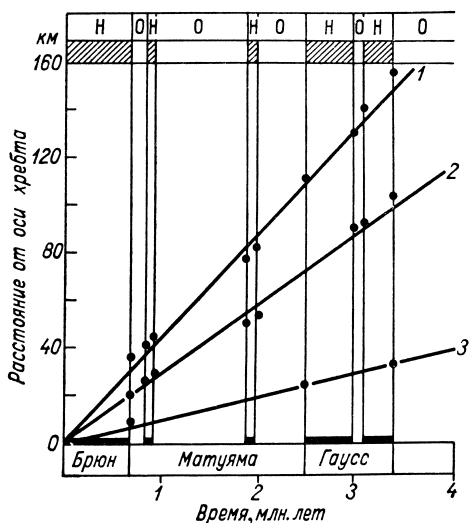
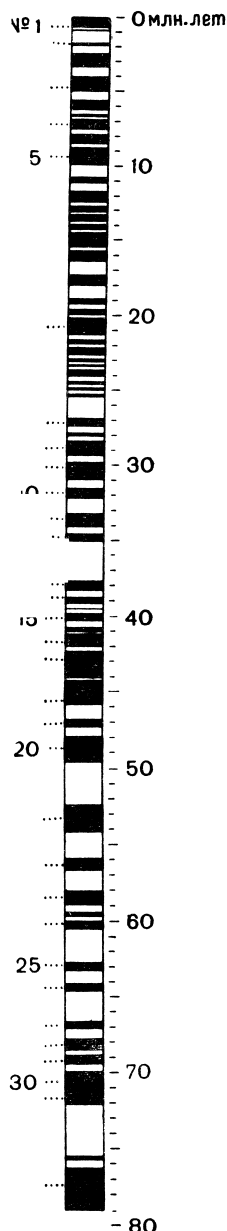


Рис. 27. Корреляция между ширинами полос магнитных аномалий в районах подводных хребтов Восточно-Тихоокеанского (1), Хуан де Фука (2), Рейкьянес (3) и длительностями эпох полярности Брюн, Матуяма и Гаусс, по Вайну [159].

Хуан де Фука — 2,9 см/год, Восточно-Тихоокеанский хребет — 4,4 см/год).

Обширные материалы магнитных съемок в зонах срединно-океанических хребтов Тихого, Атлантического и Индийского океанов были просуммированы в духе гипотезы Вайна и Мэтьюза в серии работ Хейртцлера, Лепишона, Питмена, Диксона и Херрона [161—164], в результате чего эти авторы предложили реконструкцию последовательности эпох полярности земного магнитного поля уже на 80 млн. лет назад (до верхнего мела), показанную на рис. 28. Они также сопоставили расстояния от осей хребтов до анома-

Рис. 28. Хронология обращений земного магнитного поля за последние 80 млн. лет, по [164].

лий с фиксированными номерами (указанными на рис. 28 слева от колонки) по четырем районам Мирового океана. Это



сопоставление показано на рис. 29. Близость кривых на этом графике к прямым линиям свидетельствует о пропорциональности ширин полос аномалий в разных районах. Разные наклоны прямых интерпретируются в рамках гипотезы Вайна и Мэтьюза как разные скорости раздвижения океанского дна в различных районах, искривления линий — как указания на неравномерности раздвижения.

Укажем еще данные о полосчатых магнитных аномалиях Деменичкой с соавторами [165, 166] по Арктическому бассейну и Гирдлера [167] по Красному морю (в котором эти данные, трактуемые в духе Вайна и Мэтьюза, указывают на самое начало раздвижения дна). Заметим, однако, что полосы магнитных аномалий об-

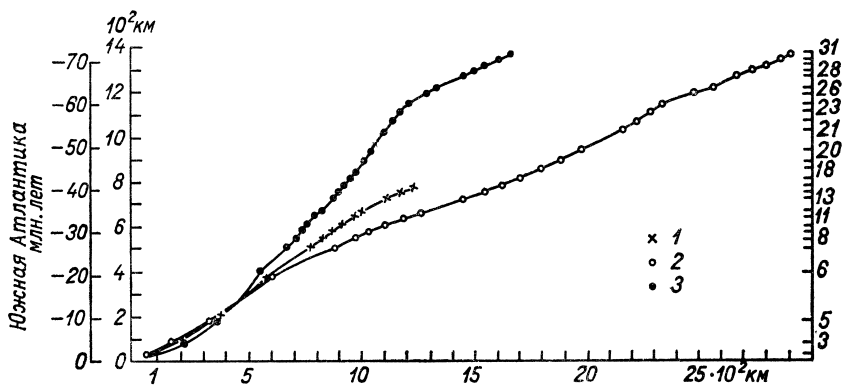


Рис. 29. Расстояния от осей срединно-океанических хребтов до магнитных аномалий (номера которых указаны в столбце справа) в Южной Атлантике, южной части Индийского океана (1), в северной (2) и южной (3) частях Тихого океана, по [164].

ладают значительной внутренней неоднородностью, их ширины не везде пропорциональны длительностям эпох полярности. В шестом рейсе судна «Академик Курчатов» в 1969 г. в Атлантике Удинцевым обнаружены указания на более глубинное происхождение полосчатых аномалий, чем это предполагалось ранее. Весьма желательной была бы корреляция полос аномалий рис. 28 со слоями нормальной и обратной намагниченности (с возрастом свыше 4 млн. лет) в сверхдлинных, проникающих до верхней юры колонках морских осадков, полученных при океанском бурении с судна «Гломар Челленджер».

Из гипотезы Вайна и Мэтьюза вытекают весьма революционные тектонические выводы о крупных горизонтальных движениях земной коры (включая, возможно, и дрейф континентов, обсуждаемый в этой связи, в частности, в [164]), важнейшей роли океанов в глобальной тектонике Земли и особенно рифтовых ущелий — *георифтогеналей* — на осях срединно-океанических хребтов, молодости океанической коры при вероятной древности существования океанов на Земле. Эти новые тектонические идеи еще мало развиты,

недостаточно согласованы с привычными представлениями об эпейрогенезе и геосинклинальном развитии континентальной коры и встречают некоторых противников (см., например, дискуссию между Белоусовым и Уилсоном [168, 169] и книгу Белоусова [170]). Однако тектонические выводы требуют отдельного рассмотрения; далее они здесь анализироваться не будут.

### Палеомагнитные полюсы

Реконструкция положения полюсов вращения в геологическом прошлом по результатам измерений остаточной намагниченности горных пород основывается [171], во-первых, на упоминавшемся выше предположении, что осредненное по достаточно длинным интервалам времени (порядка  $10^4$  лет) магнитное поле Земли (после устранения локальных аномалий типа КМА) должно быть *симметричным относительно оси вращения Земли*, и, во-вторых, на дополнительном предположении, что это осесимметричное поле *дипольно*, так что к нему применимо соотношение (42).

Пусть в месте с географическими координатами  $\theta_k, \lambda_k$  направление вектора остаточной намагниченности пород с геологическим возрастом  $t$  (определенное как среднее по образцам из не менее чем 10 стратиграфических горизонтов и не менее чем трех пунктов, отстоящих друг от друга по горизонтали не менее чем на 50 км) характеризуется склонением  $D_k(t)$  и наклоном  $I_k(t)$ . Тогда при сформулированных двух предположениях о магнитном поле воз-

раста  $t$  угловое расстояние  $\tilde{\theta}_k(t)$  места наблюдения от палеополюса этого возраста (т. е. дополнение *палеошироты* места наблюдения) и географические координаты палеополюса  $\theta(t), \lambda(t)$  будут определяться из соотношения (42) и простых формул сферической тригонометрии:

$$\operatorname{ctg} \tilde{\theta}_k(t) = \frac{1}{2} \operatorname{tg} I_k(t);$$

$$\cos \theta(t) = \cos \theta_k \cos \tilde{\theta}_k(t) + \sin \theta_k \sin \tilde{\theta}_k(t) \cos D_k(t);$$

$$\sin [\lambda(t) - \lambda_k] = \frac{\sin \tilde{\theta}_k(t) \sin D_k(t)}{\sin \tilde{\theta}(t)}. \quad (44)$$

Полюс с координатами  $\theta(t), \lambda(t)$ , определенными из этих соотношений по известным значениям  $\theta_k, \lambda_k, D_k(t), I_k(t)$ , называется *виртуальным полюсом*.

Заметим, что если магнитное поле осесимметрично, так что в формуле (43) для магнитного потенциала  $W$  отличны от нуля лишь слагаемые с  $m=0$ , но не дипольно, т. е.  $W$  содержит слагаемые не только с  $n=1$  (дипольные), но и с  $n=2$  (квадрупольные, у которых поле  $\mathbf{H}$  направлено вертикально не только на полюсах, но и на экваторе),  $n=3$  (октупольные, у которых  $\mathbf{H}$  вертикально на полюсах и на широтах около  $\pm 20^\circ$ ) и т. д., то связь между  $\tilde{\theta}(t)$

и  $I(t)$  будет отличаться от первого выражения (44) и будет определяться отношениями коэффициентов  $g_1^0, g_2^0, g_3^0, \dots$  в формуле (43) для  $W$ . Эти отношения в принципе можно определить по палеомагнитным измерениям, если найдется несколько пунктов, в которых значения палеосклонений  $D_k(t)$  указывают на один и тот же виртуальный полюс, а палеошироты оказываются различными [172]. Тем самым можно либо подтвердить дипольность магнитного поля возраста  $t$ , либо найти иное соотношение между  $\tilde{\theta}(t)$  и  $I(t)$ ; остальные два соотношения (44) при этом не меняются.

Однако накопленные до сих пор данные, по-видимому, были еще недостаточными для реализации такой процедуры, и пока что приходится ограничиваться подтверждениями гипотезы дипольности

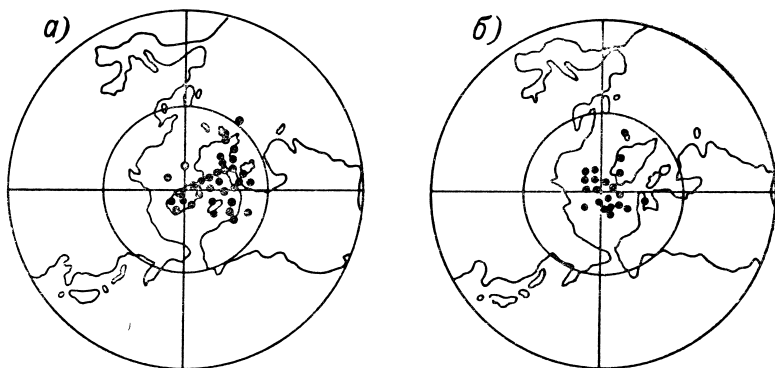


Рис. 30.

а — современные, не осредненные по времени виртуальные полюсы, б — виртуальные полюсы позднего плейстоцена и голоцена, по Коксу и Дозеллу [173].

хорошей кучностью виртуальных полюсов, найденных при помощи соотношений (44) по результатам палеомагнитных измерений в большом количестве пунктов. Так, виртуальные полюсы позднего плейстоцена и голоцена группируются у современного географического, а не геомагнитного полюса и оказываются более кучными, чем современные виртуальные полюсы, полученные без осреднения по времени и поэтому отражающие наличие недипольной части у современного магнитного поля (рис. 30). Аналогично (лишь с чуть большим разбросом) выглядят виртуальные полюсы с возрастами от олигоцена до раннего плейстоцена и большинство эоценовых полюсов (кроме нескольких, полученных по породам Индии и Австралии и, по-видимому, палеомагнитно нестабильным осадочным породам Северной Америки).

Таким образом, для последних 60 млн. лет подтверждается дипольность осредненного магнитного поля и выясняется, что полюс за это время не испытывал существенных смещений. Для более ранних геологических периодов свидетельствами о дипольности являются относительно малые разбросы виртуальных полюсов, по-

лученных по пунктам из одного и того же жесткого блока земной коры (которые, собственно, и делают возможным прослеживание за движением полюсов палеомагнитными методами), и хорошее согласие получаемых палеоширот с палеоклиматическими реконструкциями (см. ниже).

Сейчас накоплено уже немало палеомагнитных данных вида  $\theta_k$ ,  $\lambda_k$ ,  $D_k(t)$ ,  $I_k(t)$ . В обзоре 1960 г. Кокса и Доэлла [173] приводится 599 таких данных со всех континентов, из них 92 по докембрию, 56 по нижнему палеозою, 54 по карбону, 64 по перми, 109 по триасу, 52 по юре, 20 по мелу, 59 по эоцену и 93 по послеэоценовому времени. Первую сводку данных по территории СССР, содержащую 111 определений, опубликовал в 1961 г. Калашников [174]; в книге Храмова и Шолпо [128] приводится уже 303 определения. Обширные сводки мировых данных приводятся в работе Храмова и Шмелевой [175] и в монографии Ирвинга [176].

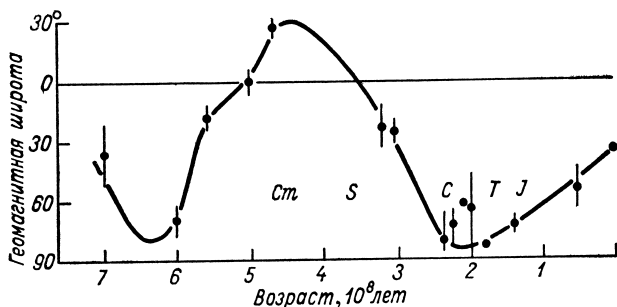


Рис. 31. Палеошироты юго-восточной части Австралии, по Ирвингу и Грину [183].

Одно из первых палеомагнитных свидетельств о движении полюсов было получено в 1954 г. Клеггом, Олмондом и Стаббсом [177] в результате измерений намагниченности красных песчаников триаса Англии: для нее было получено палеосклонение  $D(t) \approx 34^\circ$  и палеонаклонение  $I(t) \approx 34^\circ$  (а ряд образцов обнаружил намагниченность, приблизительно обратную этой), тогда как сейчас в Англии осредненное склонение  $D(0)$  равно нулю, и  $I(0) = 65^\circ$ . Отсюда был сделан вывод, исходящий из представления о неизменности положения полюса, что после триаса Англия сместилась на север и повернулась на  $34^\circ$  по часовой стрелке. Но поскольку неизвестно, двигалась ли Англия или полюс, или и Англия, и полюс, лучше сказать, что уменьшилось расстояние между Англией и полюсом и повернулась соединяющая их дуга большого круга.

Вскоре сенсационные результаты принесли измерения намагниченности базальтовых *траппов* Деккана в Индии с возрастными от юрских до третичных [178—182]. Они дали палеонаклонения  $I(t)$ , равные  $-64^\circ$  в юре,  $-60^\circ$  в мелу,  $-26^\circ$  в начале третичного периода и  $+17^\circ$  в середине последнего. По этим данным палеоширота Бомбея в юре равнялась  $40^\circ$  ю. ш.; сейчас Бомбей находится на  $19^\circ$  с. ш., так что расстояние между ним и северным

полюсом после юры сократилось на 7000 км (скорость сближения порядка 5 см/год).

Упомянем еще результаты Ирвинга и Грина [183], измеривших намагниченность многочисленных образцов пород из Австралии и обнаруживших сложные изменения ориентации этой намагниченности в течение геологического времени. На рис. 31 приводится построенный ими график изменений со временем палеошироты  $90^\circ -$

$\theta(t)$  юго-восточной части Австралии. Подчеркнем, что по этим данным в карбоне и перми Австралия находилась близко от Южного полюса, и это позволяет трактовать найденные в ней мощные пермо-карбоновые тиллиты как следы *околополярного материкового оледенения* (см. конец предыдущего параграфа; с этой точки зрения затруднения создают не тиллиты, а указание Лотце на нижнекарбоновые и верхнепермские гипсоносные отложения в Австралии, которое поэтому требует тщательного анализа).

Эти и последующие палеомагнитные данные определенно показывают, что в прошлом (до эоцена) имели место *движения полюсов* относительно жестких блоков земной коры. Более того, оказалось, что виртуальные полюсы, полученные по пунктам из разных блоков, в ряде случаев попадают в различные районы. Это приходится трактовать как *движения блоков* относительно друг друга, т. е. *движения континентов*.

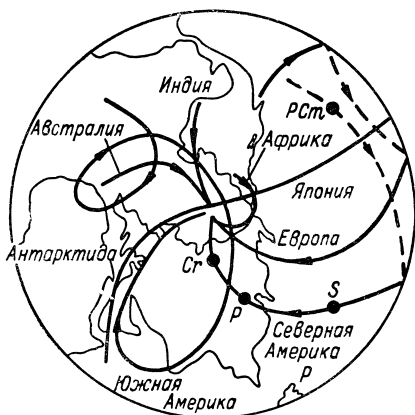


Рис. 32. Траектории Северного полюса относительно различных континентов, по [185].

Отрицать достоверность всей совокупности палеомагнитных данных теперь уже вряд ли возможно, а все осуществлявшиеся попытки иной ее интерпретации при помощи гипотез о пластическом растекании континентов, поворачивающем векторы намагниченности, о решающей роли вторичных намагничиваний, о неидеальности древних магнитных полей и т. п. представляются искусственными.

Допуская возможность движения континентов, группа английских палеомагнитологов в Ньюкастле, возглавляемая Ранкорном, предложила строить траектории движения полюса  $\theta(t)$ ,  $\lambda(t)$  относительно каждого континента в отдельности. Крир, Ирвинг и Ранкорн [184] построили траектории виртуальных полюсов относительно Европы и относительно Северной Америки. Они показаны на рис. 32, заимствованном из [185], на котором видно, что в до-мезозойское время североамериканская траектория лежит приблизительно на  $45^\circ$  западнее европейской, так что для их совмещения следует сблизить Европу и Северную Америку на  $45^\circ$  по долготе.

Это полностью закрывает Северную Атлантику и объединит Северную Америку и Евразию в единый материк — Лавразию. В мезозое траектории виртуальных полюсов постепенно сближаются, что можно трактовать как раздвижение Северной Америки и Европы, т. е. образование Северной Атлантики в зоне раскола Лавразии. На рис. 32 показаны также траектории виртуальных полюсов относительно Африки, Индии, Японии, Австралии, Антарктиды и Южной Америки, и ясно, что для совмещения этих траекторий нужно допустить движение всех континентов.

Храмов и Шолпо [128] проанализировали виртуальные полюсы различных возрастов, найденные по породам европейской части СССР и Средней Азии, которые оказались неплохо согласующимися с траекторией европейского полюса рис. 32, и отдельно — полюсы, найденные по породам Сибири и Дальнего Востока СССР. Начиная с триаса, в последних не обнаруживается систематических отличий от европейских полюсов, но в палеозое восточносоветские полюсы оказываются заметно южнее и западнее европейских. Из рис. 33, на котором показаны виртуальные полюсы верхнего кембрия и ордовика, видно, что все восточносоветские полюсы попадают в районы нынешней Австралии, а западносоветские — в северную половину Тихого океана. Эти данные можно рассматривать как указание на существование в палеозое отдельного сибирского материка — Ангарида, находившейся тогда по отношению к Русской платформе заметно северо-восточнее ее современного расположения.

Попытки реконструкции относительного расположения блоков земной коры в прошлом по палеомагнитным данным встречаются с той трудностью, что такие данные позволяют определять лишь

палеошироту каждого блока  $90^\circ \sim \tilde{\theta}(t)$  и его ориентацию относительно палеомеридиана (с которым должно совпадать направление горизонтальной компоненты осредненной намагниченности), но не

его палеодолготу  $\tilde{\lambda}(t)$ , так как она не фигурирует в соотношениях (44). Поэтому лондонская группа палеомагнитологов, включающая автора точнейшего *астатического* магнитометра Блэккетта, предпочитает изображать палеомагнитные данные иным способом —

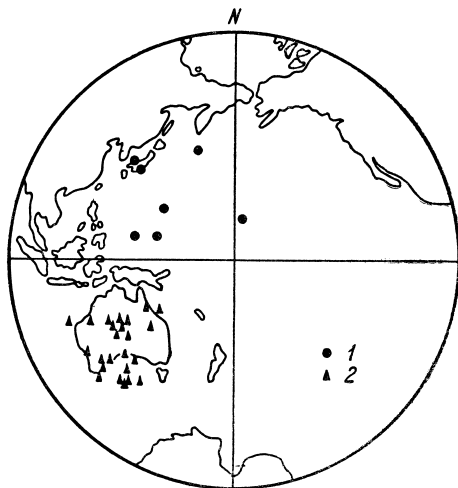


Рис. 33. Виртуальные полюсы верхнего кембрия и ордовика, по Храмову и Шолпо [128].

1 — западносоветские полюсы, 2 — восточносоветские полюсы.

указывая для каждого континентального блока его палеошироты и направления намагниченности различных возрастов (рис. 34) [186].

Рисунок 34 показывает, что Европа, Северная Америка, Индия и Австралия ранее находились заметно ближе к Южному полюсу, чем сейчас, и двигались на север со скоростями порядка 2—9 см/год, испытывая повороты (и, быть может, смещения по долготе). Таким образом, создается представление, что в начале фанерозоя большинство континентальных масс было сосредоточено в южном полушарии, образуя нечто вроде Пангеи Вегенера; по крайней мере, объединение Африки, Индии, Австралии, Антарк-

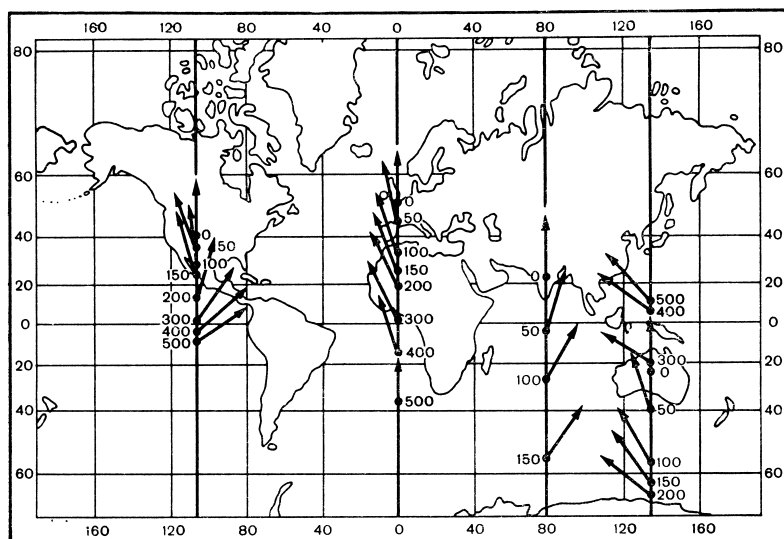


Рис. 34. Палеошироты и ориентации относительно палеомеридианов Европы, Северной Америки, Индии и Австралии, по [186].

тиды и Южной Америки в единую Гондвану представляется весьма вероятным.

Ирвинг [187] указал возможный способ реконструкции праматериков по палеомагнитным данным: имея несколько положений полюса относительно одного из осколков предполагаемого праматерика для времен, когда он еще не раскололся, следует помещать каждый другой осколок в точку пересечения всех кругов его палеоширот с центрами в имеющихся полюсах соответствующих возрастов. Этим способом Ирвинг успешно осуществил реконструкцию Гондваны.

Таким образом, палеомагнитные данные дают новые (и притом количественные) свидетельства о движениях континентов и подтверждают догадки палеогеографов о существовании в прошлом праматериков Гондваны и Лавразии, возможно, и Ангариды, а в какой-то форме и Пангеи. Из этого, как и из трактовки полосчатых магнитных аномалий в зонах срединно-океанических хреб-

тов как свидетельств о раздвижении океанского дна, вытекают радикальные тектонические выводы, находящиеся среди геологов и сторонников (в СССР — Кропоткин [188]), и противников. Большинство же геологов, по-видимому, предпочитает пока не спешить с такими выводами, а подождать дальнейшего подтверждения надежности и убедительности палеомагнитных данных.

Ряд авторов проверял согласие палеомагнитных данных с палеоклиматическими. При глобальном подходе следовало бы сопоставлять палеоклиматические и палеомагнитные траектории полюса. Однако построение единой палеомагнитной траектории требует передвижения континентов, которое неоднозначно из-за неопределенности их палеодолгот. К тому же все, что пока можно

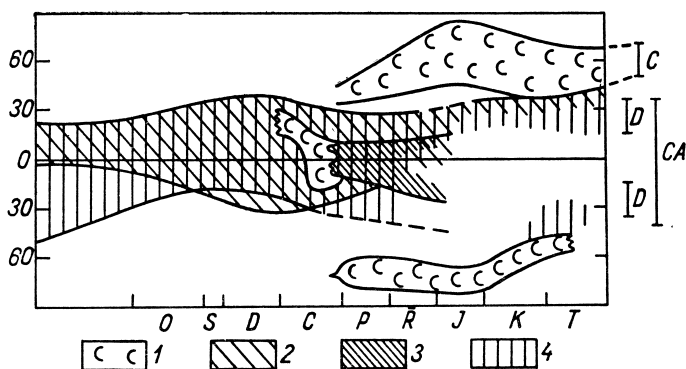


Рис. 35. Схема эволюции широтной зональности палеоклиматических индикаторов, по Брайдену и Ирвингу [197].

Справа показаны современные широты пустынных песков (D), мелководных карбонатов (CA) и торфа (C).  
1 — угли, 2 — красноцветные отложения и эвапориты, 3 — пустынные песчаники, 4 — карбонатные породы.

констатировать, это лишь неплохое качественное согласие палеоклиматической траектории (проходящей через Тихий океан) с палеомагнитной траекторией *относительно Европы*. Все это, возможно, свидетельствует о том, что Европа всегда занимала центральное положение среди всех континентов. Отметим и различия в деталях: европейская палеомагнитная траектория все же лежит несколько западнее палеоклиматической (пересекает Китай и Восточную Сибирь); палеомагнитные данные, по-видимому, не обнаруживают резких подвижек полюса в девоне и триасе, заподозренных Страховым (скорее возможна подвижка в карбоне, для которого виртуальные полюсы обладают повышенным разбросом [128]).

Из-за указанной трудности большинство авторов сосредоточилось на проверке согласия палеомагнитных широт в пределах отдельных континентов с палеоклиматическими индикаторами на их территориях. Ирвинг [187] и Ранкорн [189] сделали это по Западной Европе и Северной Америке, Ирвинг и Грин [183] — по Австралии, Форш и Храмов [190] — по карбону и перми Восточной



Европы, Храмов и Шолпо [128] — по силуру и девону Сибири; см. также работы [191—196]. Согласие получается весьма удовлетворительным, и это подтверждает статистика.

Так, Опдайк [119] убедился, что интервалы палеомагнитных широт индикаторов тропического и субтропического климата (эвапоритов, бокситов и биогерм) оказываются значительно уже интервалов их современных широт, причем в 36,3% случаев эти индикаторы имеют широты 0—10°, в 24,1% случаев 11—20°, в 22,7% случаев 21—30°, и только в 16,4% случаев их широты превышают 30°, т. е. четко вырисовывается *широтная зональность палеоклиматов*. Аналогичные результаты получили Брайден и Ирвинг [197], построившие для ряда геологических периодов гистограммы палеоширот различных палеоклиматических индикаторов и предложившие соответствующую схему фанерозойской эволюции широтной зональности этих индикаторов (рис. 35). Наконец, отметим еще раз, что палеошироты пермо-карбоновых тиллитов оказываются довольно высокими (по крайней мере, выше 55° ю. ш.), указывая на их околполярное происхождение.

Итак, палеомагнитные данные свидетельствуют о значительных перемещениях полюсов относительно отдельных континентов, дают для них палеошироты, хорошо согласующиеся с палеоклиматическими реконструкциями, и могут быть согласованы по всем континентам лишь при допущении их относительных движений.

#### Литература к разделу 9

120. Vestine E. et al. Carnegie Inst. Wash. Pub., 1947, **580**.
121. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. ГИТТЛ, 1957.
122. Manersberger P. In „Geomagnetism und Aeronomie“. Berlin, 1959, **3**, p. 95—213.
123. Finch H. F., Leaton B. R. Monthly not. Roy. astron. Soc. geoph. Suppl., 1957, **7**, p. 314—317.
124. Рикитак Т. Электромагнетизм и внутреннее строение Земли. «Недра», 1968.
125. Vestine E. J. Geophys. Res., 1953, **58**, p. 127—145.
126. Vestine E. Proc. benedum Earth magnetism symp., 1962, с. 57—67.
127. Нагата Т. Магнетизм горных пород. М., 1965.
128. Храмов А. Н., Шолпо Л. Е. Палеомагнетизм. «Недра», 1967.
129. Brunhes B. J. Physique, Radium, 1906, **5**, p. 705—724.
130. Momose K. Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo Univ., 1963, **41**, p. 487—534.
131. Cox A., Doell R. R., Dalrymple G. B. Nature, 1963, **198**, No. 4885, p. 1049—1051.
132. Cox A., Doell R. R., Dalrymple G. B. Science, 1964, **143**, p. 351—352; 1964, **144**, p. 1537—1543.
133. McDougall I., Chamalaun F. H. Nature, 1966, **212**, p. 1415—1418.
134. Cox A., Dalrymple G. B., Doell R. R. Scientific American, 1967, **216**, p. 44—54.
135. Cox A., Dalrymple G. B. J. Geophys. Res., 1967, **72**, No. 10, p. 2603—2614.
136. Cox A., Doell R. R., Dalrymple G. B. Q. J. Geol. Soc. London, 1968, **124**, p. 53—66.
137. Cox A., Doell R. R., Dalrymple G. B. In „The History of the Earth Crust“. Princeton, 1968, p. 101—108.

138. Bullard E. Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1968, A **263**, No. 1143, p. 481—524.
139. Harrison C. G. A., Funnell B. M. Nature, 1964, **204**, p. 566.
140. Harrison C. G. A. J. Geoph. Res., 1966, **71**, pp. 3033—3043.
141. Harrison C. G. A., Somayajulu B. L. K. Nature, 1966, **212**, p. 1193—1195.
142. Opdyke N. D. et al. Science, 1966, **154**, p. 349—357.
143. Ninkovich D. N. et al. Earth Planet. Sci. Letters, 1966, **1**, p. 476—492.
144. Dickson G. O., Foster J. H. Earth Planet. Sci. Letters, 1966, **1**, p. 458.
145. Watkins N. D., Goodell H. G. Earth Planet. Sci. Letters, 1967, **2**, p. 123—129.
146. Hays J. D., Opdyke N. D. Science, 1967, **158**, p. 1001.
147. Линькова Т. И., Лисицын А. П. Изв. АН СССР. Сер. геол., 1972.
148. Mason R. G., Raff A. D. Bull. Geol. Soc. Am., 1961, **72**, p. 1259—1265. 1267—1270.
149. Vacquier V., Raff A. D., Warren R. E. Bull. Geol. Soc. Am., 1961, **72**, p. 1251—1258.
150. Вакье В. В кн.: «Дрейф континентов», «Мир», 1966, с. 105—113.
151. Dietz R. S. Nature, 1961, **190**, p. 854—857.
152. Hess H. H. In „Petrological Studies“. New York, 1962, p. 559—620.
153. Hess H. H. In „Submarine Geology and Geophysics“. London, 1965, p. 317—333.
154. Dietz R. S. Amer. J. Sci., 1966, **264**, p. 177—193.
155. Дитц Р. С. В кн.: «Дрейф континентов». «Мир», 1966, с. 209—216.
156. Vine F. J., Matthews D. H. Nature, 1963, **199**, p. 947—949.
157. Morley L. W., Larochelle A. Roy. Soc. Canada Sp. Publ., 1964, **9**, p. 40—51.
158. Vine F. J., Wilson J. T. Science, 1965, **150**, p. 485—489.
159. Vine F. J. Science, 1966, **154**, p. 1405—1415.
160. Heirtzler J. R., Le Pichon X., Baron J. J. Deep-Sea Res., 1966, **13**, p. 427—433.
161. Pitman W. C., Herron E. M., Heirtzler J. R. J. Geophys. Res. 1968, **73** (6), p. 2069—2085.
162. Dickson G. O., Pitman W. C., Heirtzler J. R. J. Geophys. Res., 1968, **73** (6), p. 2087—2100.
163. Le Pichon X., Heirtzler J. R. J. Geophys. Res., 1968, **73** (6), p. 2101—2117.
164. Heirtzler J. R. et al. J. Geophys. Res., 1968, **73** (6), p. 2119—2136.
165. Деменицкая Р. М., Карасик А. М., Киселев Ю. Г. Проблемы Арктики и Антарктики, 1962, вып. 11.
166. Рассохо А. И. и др. ДАН СССР, 1967, **172**, № 3.
167. Girdler R. W. Nature, 1962, **194**, p. 521—524; 1968, **217**, p. 1102—1106.
168. Wilson J. T. Geotimes. Dec. 1968. p. 10—16, 20—22.
169. Beloussov V. V. Geotimes. Dec. 1968, p. 17—19.
170. Белоусов В. В. Земная кора и верхняя мантия океанов. «Наука», 1968.
171. Hospers J. J. Geol., 1955, **63**, p. 59—75.
172. Ранкорн С. К. В кн. «Проблемы палеоклиматологии». «Мир», 1968, с. 95—103.
173. Cox A., Doell R. R. Bull. Geol. Soc. Am., 1960, **71**, p. 645—768.
174. Калашников А. Г. Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1961, № 9.
175. Храмов А. Н., Шмелева А. Н. Тр. ВНИГРИ, 1963, вып. 204.
176. Irving E. Palaeomagnetism. New York, 1964.
177. Clegg J. A., Almond M., Stubbs P. H. S. Phil. Mag. 1954, **45**, p. 583—598.
178. Clegg J. A., Deutsch E. R., Griffith D. H. Phil. Mag., 1956, **1**, p. 419—431.
179. Clegg J. et al. Adv. Phys., 1957, **6**, p. 216.
180. Clegg J. A., Radakrishnamurty C., Sahasrabudhe P. W. Nature, 1958, **181**, p. 830—831.
181. Deutsch E. R. J. Alberta Soc. Petrol. Geol., 1958, **6**, p. 155—162.

182. Deutsch E., Radakrishnamurty C., Sahasrabudhe P. W. Trans Phil. Mag., 1958, 3, p. 170; Ann. Geophysique, 1959, 15, p. 39—59.
183. Irving E., Green R. Geophys. J., 1958, 1, p. 64—72.
184. Creer K. M., Irving E., Runcorn S. K. Phil. Trans., 1957, 250A, p. 144—156.
185. Runcorn S. K. (ed.) Continental Drift. Acad. Press, New York, 1962.
186. Blackett P. M. S., Clegg J. A., Stubbs P. H. S. Proc. Roy. Soc., 1960, A 256, p. 312.
187. Irving E. Geophys. J., 1958, 1, p. 224—237.
188. Кропоткин П. Н. Изв. АН СССР. Сер. геол., 1960, № 2; 1961, № 6; 1964, № 6; Сов. геология, 1961, № 5; Геотектоника, 1967, № 5; Бюлл. Моск. об-ва испыт. природы, 1968, т. 43 (5).
189. Runcorn S. K. Quart. J. Roy. Met. Soc., 1961, 87, p. 282.
190. Форш Н. Н., Храмов А. Н. ДАН СССР, 1961, 137, № 1.
191. Schöve D. J., Nairn A. E. M., Opdyke N. D. Geogr. Ann. Stockh., 1958, 40, p. 216.
192. Opdyke N. D. Int. J. Bioclim. Biomet., 1959, 3A, с. 1.
193. Creer K. M., Irving E., Nairn A. E. Geophys. J., 1959, 2, p. 306.
194. Nairn A. E. M. J. Geol., 1960, 68, p. 285.
195. Nairn A. E. M., Thorley N. In „Descriptive palaeoclimatology“. New York, 1961.
196. Blackett P. M. S. Proc. Roy. Soc., 1961, A 263, 1.
197. Брайден Дж. С., Ирвинг Е. В. кн. «Проблемы палеоклиматологии». «Мир», 1968, с. 105—129.

## 10. Происхождение магнитного поля Земли

Как упоминалось в предыдущем разделе, в настоящее время представляется наиболее правдоподобным связывать происхождение земного магнитного поля с магнитогидродинамическими движениями в жидком внешнем слое ядра Земли (в слое Е по модели внутреннего строения Земли Буллена [198]). Другие гипотезы (постоянная намагниченность Земли, электрические токи в ядре, гиромангнитный эффект, наличие у вращающейся Земли электрического заряда, индукция токов геомагнитными бурями, термоэлектрические токи в жидком ядре, электризация из-за сжатия) уже отвергнуты (см., например, Рикитаки [124]), но гипотеза Вестина об усилении магнитного поля термоэлектрических токов на границе ядра токами Холла (перпендикулярными электрическому полю) в полупроводящей нижней мантии и гипотеза Альфвена о растяжении и закручивании в петли магнитных силовых линий дифференциальным вращением жидкого ядра еще заслуживают дальнейшего рассмотрения.

Магнитогидродинамические движения в жидком ядре, конечно, должны испытывать влияние вращения Земли; представляется, что именно поэтому ось магнитного диполя, составляющего основную часть геомагнитного поля, близка к оси вращения Земли. С другой стороны, изменения геомагнитного поля за геологические времена, как мы видели, весьма важны для палеоклиматических реконструкций. По этим причинам рассмотрение магнитогидродинамической гипотезы о происхождении геомагнитного поля представляется вполне уместным в настоящей книге.

## Внешний слой земного ядра

Сведения о характеристиках внешнего слоя земного ядра (слоя Е) весьма неполны и во многом неопределенны. Некоторые характеристики удалось как-то оценить по косвенным данным, для других же предложен ряд теоретических моделей, обладающих той или иной степенью правдоподобия. Одна из таких моделей излагается ниже.

Внешний слой земного ядра ограничен глубинами 2900—4900 км или радиусами 1470—3470 км, так что его толщина равна 2000 км, и он занимает около 15% объема Земли. С внешней стороны он примыкает к нижней мантии — ее слою D'' толщиной около 160 км, в котором скорости распространения сейсмических волн перестают расти с глубиной (они равны там 13,6 км/сек. для продольных и 7,3 км/сек. для поперечных волн) и даже, может быть, слегка уменьшаются. С внутренней стороны слой Е примыкает к твердому ядру — его переходному слою F толщиной около 200 км.

Плотность вещества в слое Е растет с глубиной, по одной из моделей от 9,7 до 11,8 г/см<sup>3</sup>. Ускорение силы тяжести, вычисляемое по формуле

$$g \approx \frac{\partial \Phi}{\partial r} \approx \frac{4\pi G}{r^2} \int_0^r \rho r^2 dr \quad (45)$$

(где  $G$  — гравитационная постоянная,  $\Phi$  — гравитационный потенциал) в слое Е заметно *уменьшается с глубиной*, по указанной модели от 1017 до 480 см/сек.<sup>2</sup> Гидростатическое давление в этой модели растет с глубиной от 1,36 до 3,17 млн. атм. Эффективный коэффициент теплопроводности в ядре, вероятно, имеет значения порядка 0,5 кал/см·сек.·град. — на два порядка больше, чем в земной коре. Температура на границах слоя Е должна равняться температуре плавления вещества, а внутри слоя — превышать температуру плавления (растущую с глубиной — по Гилварри, температура плавления железа в слое Е растет с глубиной от 4000 до 6000°; предлагались и более низкие значения температуры плавления); она, по-видимому, находится где-то в интервале 4000—6000°. Характер роста температуры с глубиной в слое Е должен быть существенным для динамики течений в нем: при сверхадиабатических градиентах температуры в слое будет развиваться конвекция (что и предполагается ныне многими авторами), а при доадиабатических градиентах (на что появились некоторые указания) в слое могут развиваться внутренние волны.

Электропроводность  $\sigma$  в слое Е, по-видимому, заключена в пределах  $10$ — $10^4$  ом<sup>-1</sup>·см<sup>-1</sup> (напомним, что  $1$  ом<sup>-1</sup>·см<sup>-1</sup> =  $9 \cdot 10^{11}$  сек.<sup>-1</sup>); в некоторых теоретических расчетах для нее принимают значение  $\sigma = 3 \cdot 10^3$  ом<sup>-1</sup>·см<sup>-1</sup> (заметим, что электропроводность сухих пород земной коры имеет порядок  $10^{-6}$  ом<sup>-1</sup>·см<sup>-1</sup>; по одной из предлагавшихся моделей это значение сохраняется и в верхней мантии до глубин около 400 км, где  $\sigma$  возрастает скачком более чем на три

порядка, возможно, из-за перехода оливина в шпинелевую модификацию, а глубже  $\sigma$  растет плавно, достигая в нижней мантии значений порядка  $1 \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  [124]. Скорость продольных сейсмических волн в слое Е растет с глубиной от 8,1 до 10,4 км/сек.; поперечные волны в этом слое, по-видимому, не распространяются. Модуль объемной упругости  $k$  растет с глубиной от  $6 \cdot 10^{12}$  до  $1,2 \times 10^{13}$  дин/см<sup>2</sup>, магнитная проницаемость  $\mu$  вещества слоя Е должна быть очень близкой к единице, так что магнитную индукцию **В** и напряженность магнитного поля **Н** можно не различать.

### Самовозбуждающиеся динамо

Кроме токов, создаваемых электрическим полем, при движении проводника со скоростью **v** в магнитном поле с напряженностью **Н** в проводнике возникает *ток индукции*, перпендикулярный и к **v**, и к **Н** и направленный по движению буравчика, поворачиваемого от направления **v** к направлению **Н**. Таким образом, при описываемых полем скорости **v** внутренних движениях вещества в слое Е, обладающего электропроводностью  $\sigma$ , в этом веществе возникают электрические токи с плотностью

$$\mathbf{j} = \sigma \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right\}, \quad (46)$$

где **E** и **Н** — напряженности имеющихся электрического и магнитного полей. Второе слагаемое здесь соответствует току индукции.

С другой стороны, ток **j** создает вокруг себя магнитное поле, которое в квазистационарном случае, когда можно пренебрегать эффектами, связанными с конечностью скорости распространения электромагнитных возмущений (в данном случае пренебрегать *током смещения*

$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$  по сравнению с токами проводимости и индукции (46)) определяется из уравнений

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; \quad \text{div } \mathbf{H} = 0 \quad (47)$$

при надлежащих краевых условиях на границах рассматриваемой области пространства (непрерывность тангенциальных компонент поля **Н** и его векторного потенциала). Решение этих уравнений с исчезающим на бесконечности векторным потенциалом имеет вид

$$\mathbf{H} = \frac{1}{c} \int [\mathbf{j} \times \mathbf{R}] \frac{dV}{R^3},$$

где **R** — вектор, направленный из  $dV$  в точку наблюдения (в случае линейного тока эта формула выражает известный *закон Био и Савара*).

Взаимодействие магнитного поля **Н** и токов **j** в системе с заданным движением **v** можно представить себе следующим образом: при наличии некоторого начального магнитного поля **Н**<sub>0</sub>

(в слое  $E$  земного ядра создаваемого, например, космическим фоном или термоэлектрическими токами) движение порождает токи индукции, и их магнитное поле прибавляется к начальному, так что при некоторых конфигурациях полей  $\mathbf{H}_0$  и  $\mathbf{v}$  начальное магнитное поле может усиливаться — тогда будут усиливаться и токи  $\mathbf{j}$ , и система окажется *самовозбуждающимся генератором*.

Простейший пример такой системы, предложенный в 1955 г. Буллардом [199], изображен на рис. 36. Электропроводящий диск вращается в магнитном поле, направленном вдоль оси вращения. Возникающие в диске токи индукции направлены от его оси к краю. Они снимаются щеткой и по спирально закрученному проводу возвращаются на ось диска. Магнитное поле тока в спиральном проводе оказывается направленным вдоль оси диска и усиливает начальное поле. Магнитное поле и ток здесь будут усили-

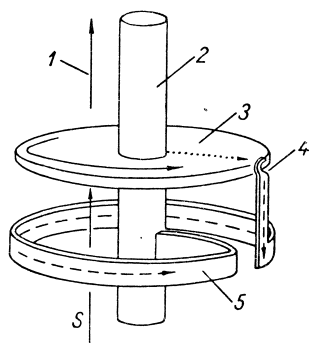


Рис. 36. Дисковое динамо, по Булларду [199].

1 — направление начального магнитного поля, 2 — ось, 3 — вращающийся диск, 4 — щетки, 5 — спиральный провод.

ваться, пока генерация тока не уравнивается потерями на преодоление электрического сопротивления (т. е. генерацией джоулева тепла). Эта система была названа *дисковым динамо* (точнее, ее следовало бы называть не динамо, а генератором, но название динамо прочно вошло в литературу, и далее мы будем употреблять его без новых оговорок).

Отметим, что поле движения испытывает воздействие со стороны магнитного поля, так как на проводник с током в магнитном поле благодаря наличию максвелловских напряжений действует механическая (*пондеромоторная*) сила, приближенно равная

$$\rho \mathbf{F} = \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}] = \frac{1}{4\pi} [\text{rot} \mathbf{H} \times \mathbf{H}] \quad (48)$$

и являющаяся результатом усреднения сил Лоренца, которые действуют на заряды, движущиеся в магнитном поле. Поэтому при заданном механическом моменте  $G$ , движущем диск динамо, скорость вращения диска  $\omega$  будет меняться вместе с током  $I$  в электрической цепи. Если  $L$  и  $R$  — самоиндукция и сопротивление цепи,  $2\pi M$  — взаимная индукция между спиральным проводом и периферией диска, и  $C$  — момент инерции диска, то изменения тока  $I$  и

скорости вращения  $\omega$  со временем в пренебрежении трением в подшипниках описываются уравнениями:

$$L \frac{dI}{dt} + RI = MI\omega; \quad C \frac{d\omega}{dt} = G - MI^2, \quad (49)$$

которые имеют стационарное решение  $\omega = R/M$ ,  $I = \pm (G/M)^{1/2}$ . При обычных параметрах лабораторной модели  $R \sim 10$  ом и  $M \sim 10$  см ( $M$  имеет порядок радиуса диска) получается огромная скорость вращения  $\omega \sim 10^8$  сек.<sup>-1</sup>, откуда видно, что стационарное дисковое динамо лабораторных размеров неосуществимо. Нестационарные решения уравнений (49) находятся в квадратурах и оказываются негармоническими колебаниями с периодическими резкими всплесками тока: самоподдерживающиеся колебания возможны даже при потерях на электрическом сопротивлении  $R$ . Обращений направления магнитного поля здесь не возникает.

РикитакИ рассмотрел два последовательно соединенных дисковых динамо (рис. 37), каждое из которых описывается уравнениями вида (49) с той только

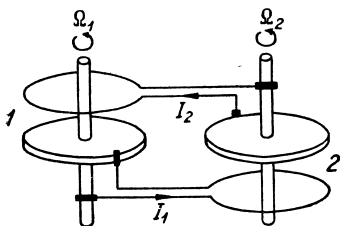


Рис. 37. Двухдисковое динамо, по РикитакИ [124].

разницей, что в правой части уравнения для тока в каждом из динамо фигурирует ток из другого динамо, а в правых частях уравнений для скоростей вращения вместо  $I^2$  фигурируют произведения токов  $I_1 I_2$ . Эти уравнения имеют семейство стационарных решений с любыми значениями отношения токов  $I_1/I_2$ . При рассмотрении нестационарных решений целесообразно ограничиться случаем подобных динамо, у которых  $M_{12}/G_1 = M_{21}/G_2$ , так как иначе в выражениях для скоростей вращения появится вековой член, линейно растущий со временем. У подобных же динамо скорости вращения будут отличаться лишь масштабами и постоянным слагаемым. Безразмерные токи  $x_1$ ,  $x_2$  и скорости вращения  $y_1$ ,  $y_2$  здесь будут удовлетворять уравнениям:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 + \mu_1 x_1 &= y_1 x_2; & \dot{x}_2 + \mu_2 x_2 &= y_2 x_1; \\ \dot{y}_1 &= \dot{y}_2 = 1 - x_1 x_2, \end{aligned} \quad (50)$$

где  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  — безразмерные электрические сопротивления. Аналитическое решение этих уравнений отнюдь не безнадежно, но они подвергались рядом авторов лишь численному интегрированию [124], показавшему, что в двухдисковом динамо возникают колебания около одного из стационарных состояний, разрастание которых приводит к обращению направления тока и колебаниям около другого стационарного состояния и т. д. (см. два рассчитанных примера на рис. 38). Таким образом, эта модель демонстрирует возможность *обращений магнитного поля* в самовозбуждающихся динамо. Анализировались системы и из  $n > 2$  дисковых динамо, стационарные состояния которых оказались нестабильными относительно малых возмущений.

Герценберг [200] теоретически проанализировал модель, сходную с двухдисковым динамо, в которой вместо дисков фигурируют два твердых вращающихся

электропроводящих шаров А и В с фиксированными осями вращения (не параллельными друг другу), а роль спиральных проводников, передающих генерируемый в дисках ток на их оси, играет окружающая шары А и В неподвижная электропроводящая среда (образующая, например, большой шар С), с которой вращающиеся шары находятся в электрическом контакте. При вращении электропроводящего шара в магнитном поле А, симметричном относительно оси вращения, образующиеся в шаре токи индукции создают вокруг себя магнитное поле А', которое пропорционально скорости вращения и, следовательно, при достаточно быстром вращении может быть очень сильным. Около шара В поле А' будет приблизительно постоянным, и вращение шара В в этом поле породит магнитное поле В', которое около шара А тоже будет приблизительно постоянным.

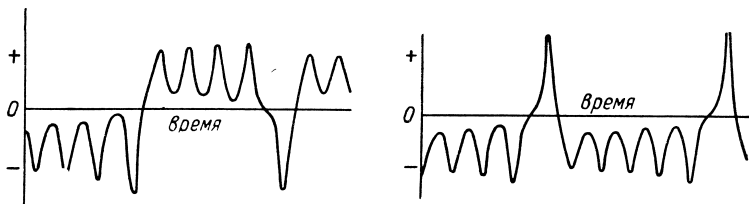


Рис. 38. Рассчитанные примеры колебаний одного из токов в двухдисковом динамо, из обзора Буллара [138].

ным, так что при надлежащей ориентации осей вращения каждый из шаров А и В будет подпитывать магнитное поле около другого шара.

Из-за наличия границы у среды С надо ввести еще «отраженные» поля А'' и В'', так что в стационарном динамо указанного типа магнитные поля должны удовлетворять уравнениям  $A = B' + A'' + B''$ ,  $B = A' + A'' + B''$ . Герценберг доказал, что при некоторых скоростях вращения  $\omega_A$  и  $\omega_B$  эти уравнения имеют ненулевое решение. При этом вне большого шара С будет присутствовать магнитное поле, в том числе и дипольное.

Лоуэсу и Уилкинсону [201] удалось построить лабораторную модель самовозбуждающегося динамо, действующую по схеме Герценберга. Вместо шаров А

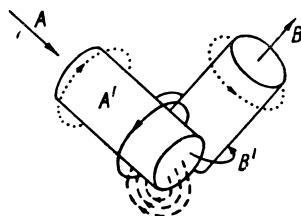


Рис. 39. Лабораторная модель самовозбуждающегося динамо Лоуэса и Уилкинсона [201].

и В здесь использовались цилиндры (радиусами 3,5 см) с перпендикулярными осями (лежащими в плоскостях, отстоящих друг от друга на расстоянии 8 см), причем среда между ними была заполнена сплавом железа — перминваром с большой магнитной проницаемостью ( $\mu \sim 250$ ), а электрический контакт между цилиндрами и средой осуществлялся через слой ртути (но верхние половины цилиндров были покрыты изоляцией). Эта модель показана на рис. 39, где точечными линиями показаны направления вращения цилиндров, пунктирами — токи в цилиндре А, сплошными линиями со стрелками — магнитные поля; поле А' здесь направлено по оси цилиндра В, а поле В' — по оси цилиндра А, так что они усиливают исходные поля.

В эксперименте с этой моделью один из цилиндров вращался с постоянной скоростью 2650 об/мин., а другой постепенно разгонялся из состояния покоя, и когда скорость его вращения достигла 1500 об/мин., интенсивность индуцированного магнитного поля, до этого очень малая, скачкообразно возросла (до 6 гс), указывая на возникшее самовозбуждение.



Подчеркнем, однако, что конфигурация полей  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{H}$  в земном ядре, очевидно, должна быть гораздо сложнее, чем во всех рассмотренных выше моделях самовозбуждающихся динамо.

### Динамо в земном ядре

Предположение о генерации магнитных полей космических тел механизмами самовозбуждающихся динамо было высказано еще в 1919 г. Ларморов (в применении к Солнцу). После доказательства Каулингом [202] невозможности самовозбуждения магнитного поля в строго осесимметричном случае интерес к этой гипотезе временно ослаб. Но геомагнитное поле не является строго осесимметричным, и в послевоенные годы Эльзассер [203] и Буллард [204] возродили гипотезу самовозбуждающегося динамо в применении к земному ядру. Для описания их моделей динамо в земном ядре заметим, что всякое непрерывное векторное поле, исчезающее на бесконечности, есть сумма *потенциальной* (безвихревой, *продольной*) и *соленоидальной* (бездивергентной, *поперечной*) компонент, причем вторая из них может быть представлена в виде суммы *тороидальной* компоненты  $\mathbf{T} = \text{rot}(\mathbf{T}r_0)$  и *полоидальной* компоненты  $\mathbf{S} = \text{rot rot}(\mathbf{S}r_0)$ , где  $r_0$  — орт радиуса-вектора  $\mathbf{r}$ , а  $T$  и  $S$  — некоторые скалярные поля. В сферических координатах тороидальная и полоидальная компоненты имеют вид:

$$\begin{aligned} T_r &= 0; & S_r &= -\Delta_2 S = -\frac{1}{r^2} \sum n(n+1) S_n^m(r) Y_n^m; \\ T_\theta &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \lambda} = \frac{1}{r \sin \theta} \sum T_n^m(r) \frac{\partial Y_n^m}{\partial \lambda}; & S_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial S}{\partial r} = \\ &= \frac{1}{r} \sum \frac{\partial S_n^m(r)}{\partial r} \frac{\partial Y_n^m}{\partial \theta}; \\ T_\lambda &= -\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} = -\frac{1}{r} \sum T_n^m(r) \frac{\partial Y_n^m}{\partial \theta}; & S_\lambda &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\partial S}{\partial r} = \\ &= \frac{1}{r \sin \theta} \sum \frac{\partial S_n^m(r)}{\partial r} \frac{\partial Y_n^m}{\partial \lambda}, \end{aligned} \quad (51)$$

где  $\Delta_2$  — двумерный оператор Лапласа на сфере радиуса  $r$ ;  $Y_n^m = P_n^m(\cos \theta) \cos m\lambda$  — сферические гармоники. Тороидальная компонента, очевидно, перпендикулярна радиусу-вектору. У осесимметричного поля  $T_\theta = S_\lambda = 0$ , так что векторные линии тороидальной компоненты суть окружности с центрами на оси симметрии в плоскостях, перпендикулярных этой оси, а векторные линии полоидальной компоненты лежат в меридиональных плоскостях.

В модели динамо Эльзассера (см., например, его обзор [205]) принимается, что дифференциальное вращение в земном ядре закручивает силовые линии первичного полоидального магнитного

поля, порождая в ядре тороидальное поле, а конвекционные движения в слое Е, закручиваемые силой Кориолиса, создают на силовых линиях тороидального поля пегли, из которых в статистическом среднем благодаря асимметрии восходящих и нисходящих конвекционных движений порождается дополнительное полоидальное поле.

В модели динамо Булларда, изложенной наиболее подробно в [206], поле скорости  $\mathbf{v}$  движений в ядре берется в виде  $T_1^0 + S_2^{2c}$  (индексы  $c$  и  $s$  будут отвечать здесь сферическим гармоникам  $Y_n^m$  с  $\cos m\lambda$  и  $\sin m\lambda$  соответственно), т. е. в виде суммы тороидального (зонального) движения — дифференциального вращения [с функцией  $T_1^0(r) = \varepsilon r^2(1-r)$ , где  $r$  измеряется в единицах радиуса ядра] и полоидального движения — *регулярных* конвективных ячеек [с функцией  $S_2^{2c}(r) = r^3(1-r)^2$ ]. Магнитное поле  $\mathbf{H}$  в этой модели берется в виде суммы  $S_1^0 + T_2^0 + T_2^{2c} + T_2^{2s}$  полоидальной (дипольной) и трех тороидальных компонент, а поле токов  $\mathbf{j}$  — в виде суммы тороидальной и трех полоидальных компонент  $T_1^0 + S_2^0 + S_2^{2c} + S_2^{2s}$ . Взаимодействием указанных компонент трех полей со всеми другими их компонентами *пренебрегается* (в надежде, что более высокие гармоники быстро затухают, подкрепленной расчетом, в котором учитывались компоненты магнитного поля с номерами до  $n=4$ ), что все же остается основным недостатком этой модели с математической точки зрения.

Взаимодействия между компонентами движения, магнитного поля и токов в этой модели осуществляются по следующей цепочке: (поле  $S_1^0$  + движение  $T_1^0$ )  $\rightarrow$  ток  $S_2^0 \rightarrow$  (поле  $T_2^0$  + движение  $S_2^{2c}$ )  $\rightarrow$  ток  $S_2^{2c} \rightarrow$  (поле  $T_2^{2c}$  + движение  $T_1^0$ )  $\rightarrow$  ток  $S_2^{2s} \rightarrow$  (поле  $T_2^{2s}$  + движение  $S_2^{2c}$ )  $\rightarrow$  ток  $T_1^0 \rightarrow$  поле  $S_1^0$ . Таким образом, эта цепочка взаимодействий поддерживает дипольное магнитное поле  $S_1^0$ . Подстановка полей такого вида в стационарные *уравнения магнитной гидродинамики* (они будут указаны ниже) дала для радиальных функций четырех компонент магнитного поля однородную систему линейных уравнений, так как вид поля скорости задан; величина скорости здесь играет роль собственного значения. Численное интегрирование уравнений привело к *положительному* собственному значению, показав тем самым возможность существования стационарного самовозбуждающегося динамо в земном ядре.

Отметим, что тороидальное магнитное поле  $T_2^0$  в этой модели получилось намного сильнее, чем дипольное поле  $S_1^0$ . Если считать, что пондеромоторная сила (48) приблизительно уравновешивается силой Кориолиса, то максимум напряженности поля  $T_2^0$  в модели Булларда получается равным 480 гс, и при электропроводности  $\sigma = 3 \cdot 10^3 \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  для максимальной скорости зонального движения  $T_1^0$  получается значение 0,04 см/сек.  $\approx 12$  км/год,

что на радиусе  $r \sim 3000$  км отвечает полному обороту вокруг Земли за время порядка 2000 лет.

Инглис [207] построил уравнения электромеханической модели, имитирующей взаимодействия между компонентами движения, магнитного поля и токов по схеме Буллара. Эта модель описывается нелинейной системой обыкновенных дифференциальных уравнений 4-го порядка, имеющей как стационарное решение (при параметрах, соответствующих условиям земного ядра), так и нестационарные решения (однако обращения магнитного поля здесь возможны лишь при очень сильных возмущениях стационарного состояния). В лабораторных масштабах самовозбуждение в этой модели, как и в случае дисковых динамо, неосуществимо.

Упомянем, наконец, работу Баккуса [208], в которой строгими методами проанализированы поля скорости  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  (вообще говоря, нестационарные), способные обеспечить самовозбуждение динамо в земном ядре, и показано, что одним из таковых является поле скорости, описывающее короткие всплески интенсивного движения, которые чередуются с длительными периодами покоя. Более детальное описание динамо Баккуса дает нижеследующая схема.

Пусть начальным является осесимметричное полоидальное магнитное поле  $S_1$  с наибольшим возможным временем затухания и с малой добавкой  $R$  и имеется интенсивное неоднородное тороидальное движение  $T_1$  с той же осью симметрии. Тогда породится интенсивное тороидальное поле  $T_1$  с добавкой, которая либо сразу будет малой, либо быстро затухнет после прекращения движения  $T_1$ . Затем после периода покоя на короткое время вводится неосесимметричное движение с вертикальной компонентой, которое передаст часть энергии поля  $T_1$  обратно в поле  $S_1$ , и после остановки этого движения через некоторое время останется лишь поле вида  $\alpha(S_1 + R')$ , где  $\alpha > 1$ , а  $R'$  — малая добавка. Баккус строго доказал, что повторения этого цикла будут поддерживать или даже усиливать исходное полоидальное поле  $S_1$ .

Модель прерывистого движения в земном ядре, конечно, представляется искусственной, но аргументы Баккуса, по-видимому, приложимы и к более общему классу движений, которые могут быть аппроксимированы последовательностями всплесков. Подчеркнем, однако, что в полной теории поле скорости надо не задавать, а находить как решение уравнений динамики. К их рассмотрению мы теперь и перейдем.

### Уравнения магнитной гидродинамики

Определив из первого уравнения (47) плотность тока  $\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot } \mathbf{H}$  и подставив это выражение в левую часть уравнения (46), можно при помощи получившегося уравнения выразить электрическое поле  $\mathbf{E}$  через поля  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{H}$ :

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} [\mathbf{v} \cdot \mathbf{H}] + \frac{c}{4\pi\sigma} \text{rot } \mathbf{H}.$$

Подставив эту формулу в уравнение Максвелла  $\partial \mathbf{H} / \partial t = -c \operatorname{rot} \mathbf{E}$ , получаем следующее уравнение для магнитного поля в движущейся электропроводящей среде:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \operatorname{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] = -\frac{c^2}{4\pi} \operatorname{rot} \frac{\operatorname{rot} \mathbf{H}}{\sigma}. \quad (52)$$

Это — одно из основных уравнений *магнитной гидродинамики*. Чтобы понять, какова эволюция магнитного поля в движущейся среде, описываемая этим уравнением, заметим прежде всего, что его левую часть с учетом условия  $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$  можно привести к виду

$$\operatorname{helm} \mathbf{H} = \frac{d\mathbf{H}}{dt} - (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{H} \operatorname{div} \mathbf{v}. \quad (53)$$

Определяемый этой формулой векторный линейный оператор  $\operatorname{helm}$  (здесь — действующий на  $\mathbf{H}$ ) называют *гельмгольцианом*. Далее, обозначим фигурирующий в правой части уравнения (52) коэффициент  $c^2/4\pi\sigma$  буквой  $\nu_m$ ; он имеет размерность кинематического коэффициента вязкости и называется *коэффициентом магнитной вязкости*. Используя это обозначение и учитывая при реализации операторов  $\operatorname{rot}$  условие  $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$ , уравнение (52) теперь можно переписать в виде

$$\operatorname{helm} \mathbf{H} = \nu_m \Delta \mathbf{H} + [\operatorname{rot} \mathbf{H} \times \nabla \nu_m]. \quad (52')$$

Если изменения  $\nu_m$  в пространстве относительно невелики, то вторым слагаемым в правой части этого уравнения можно пренебречь, и тогда видно, что правая часть описывает *диффузию* магнитного поля под действием магнитной вязкости. В слое E земного ядра при электропроводности  $\sigma = 3 \cdot 10^3 \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  коэффициент магнитной вязкости оказывается равным  $\nu_m \approx 2,5 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{сек.}$ ; *магнитное число Рейнольдса*  $R_m = UL/\nu_m$  для движений глобальных масштабов  $L \sim 10^4 \text{ км}$  со скоростями порядка  $U \sim 10^{-2} \text{ см/сек.}$  будет порядка  $10^3$ ; время затухания глобального магнитного поля из-за его диффузии  $\tau \sim L^2/\nu_m$  будет порядка  $10^6 \text{ лет}$ , т. е. будет сравнимым с длительностями основных эпох полярности геомагнитного поля, обнаруженных палеомагнитологами (см. предыдущий параграф).

В течение периодов времени, малых по сравнению с  $\tau \sim L^2/\nu_m$ , затухание магнитного поля из-за диффузии (из-за потерь энергии на преодоление электрического сопротивления среды) будет мало-заметным, правой частью уравнения (52') можно пренебречь, и оно примет вид  $\operatorname{helm} \mathbf{H} = 0$ . Известно, что *равенство нулю гельмгольциана гидродинамического векторного поля А необходимо и достаточно для того, чтобы векторные линии этого поля* (т. е. линии, касательные к которым в каждой точке имеют направление поля  $\mathbf{A}$ ) *сохранились* (т. е. состояли все время из одних и тех же жидких частиц), *а интенсивность векторных трубок* (стенки которых состоят из векторных линий) *не менялась со временем* (интенсивностью векторной трубки называется поток  $\int_{\mathbf{S}} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$  вектора  $\mathbf{A}$

через любое ее сечение  $S$ ) [209, § 21]. Таким образом, уравнение  $\text{helm } \mathbf{H} = 0$  означает, что магнитные силовые линии движутся вместе с жидкостью, и поток магнитной индукции через любую площадку, движущуюся вместе с жидкостью, не изменяется со временем. При этих условиях можно сказать, что магнитное поле «вморожено» в движущуюся жидкость. Это и давало основание выше говорить о закручивании магнитных силовых линий дифференциальным вращением в земном ядре, образовании на них петель конвекционными движениями и т. п.

Воспользуемся теперь следующей легко доказываемой гидродинамической теоремой: *для всякого векторного поля  $\mathbf{A}$  и всякого скалярного поля  $S$ , удовлетворяющего уравнению*

$$\frac{dS}{dt} = \varepsilon, \quad (54)$$

*выполняется соотношение*

$$\rho \frac{d}{dt} \frac{\mathbf{A} \cdot \nabla S}{\rho} = \nabla S \cdot \text{helm } \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla \varepsilon, \quad (55)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости, удовлетворяющая уравнению неразрывности  $d\rho/dt = -\rho \operatorname{div} \mathbf{v}$ . Если  $\varepsilon = 0$ , так что  $dS/dt = 0$  (всякая гидродинамическая характеристика  $S$ , удовлетворяющая такому уравнению, называется *лагранжевым инвариантом* течения), и если, кроме того,  $\nabla S \cdot \text{helm } \mathbf{A} = 0$  (это условие выполняется, в частности, в случае когда  $\text{helm } \mathbf{A} = 0$ ), то вследствие указанной теоремы величина  $\mathbf{A} \cdot \nabla S / \rho$  оказывается новым лагранжевым инвариантом течения.

Возьмем, например, в качестве  $\mathbf{A}$  магнитное поле  $\mathbf{H}$  и в качестве  $S$  энтропию  $S(p, \rho)$  единицы массы жидкости (так что произведение  $\varepsilon$  на температуру  $T$  будет скоростью притока тепла к единице массы); для них соотношение (55) с помощью уравнения (52') приводится к виду

$$\rho \frac{d}{dt} \frac{\mathbf{H} \cdot \nabla S}{\rho} = \nabla S (\nu_m \Delta \mathbf{H} + [\operatorname{rot} \mathbf{H} \times \nabla \nu_m]) + \mathbf{H} \cdot \nabla \varepsilon. \quad (56)$$

В адиабатическом приближении пренебрегается и притоками тепла, и диссипативными процессами (в том числе, конечно, и омической диссипацией), так что следует положить  $\varepsilon = \nu_m = 0$ ; из (56) тогда видно, что величина  $\mathbf{H} \cdot \nabla S / \rho$  является *адиабатическим лагранжевым инвариантом магнитной гидродинамики*. Ее можно назвать, например, *зарядом магнитного поля*, так что (56) есть уравнение неадиабатической эволюции этого заряда.

Другой интересный пример использования вышеуказанной теоремы мы получим, взяв в качестве  $\mathbf{A}$  поле вихря скорости  $\boldsymbol{\Omega} = \operatorname{rot} \mathbf{v}$ , удовлетворяющее уравнению Фридмана

$$\text{helm } \boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{\rho^2} [\nabla \rho \times \nabla p] + \operatorname{rot} \mathbf{f},$$

где  $\mathbf{f}$  — сумма силы вязкости и внешней массовой силы (в нашем случае пондеромоторной силы  $\mathbf{F}$ , определяемой формулой (48)). Поскольку при  $S=S(p, \rho)$  получается  $\nabla S \cdot [\nabla \rho \times \nabla p] = 0$ , общее соотношение (55) в этом случае принимает вид

$$\rho \frac{d}{dt} \frac{\Omega \cdot \nabla S}{\rho} = \nabla S \cdot \text{rot } \mathbf{f} + \Omega \cdot \nabla \varepsilon. \quad (57)$$

В адиабатическом приближении пренебрегается притоками тепла и силами вязкости; в обычной гидродинамике отсутствует и пондеромоторная сила, и величина  $\Omega \cdot \nabla S / \rho$  оказывается адиабатическим лагранжевым инвариантом, она называется *потенциальным вихрем* (общая процедура построения адиабатических лагранжевых инвариантов обычной гидродинамики сформулирована Гаврилиным и Заславским [210]); уравнение неадиабатической эволюции потенциального вихря (57) выведено Обуховым [211]. В магнитной гидродинамике потенциальный вихрь уже не является адиабатическим инвариантом — из-за члена с пондеромоторной силой  $\nabla S \cdot \text{rot } \mathbf{F}$  в правой части уравнения (57) он эволюционирует даже в адиабатическом приближении.

В обычной гидродинамике адиабатические лагранжевы инварианты — энтропия и потенциальный вихрь — оказались полезными для описания медленных гидродинамических процессов (сводящихся к переносу жидкостью и неадиабатической эволюции величин  $S$  и  $\Omega \cdot \Delta S / \rho$ ) отдельно от быстрых процессов (акустических и гравитационных волн) [45]. Уравнения для описания медленных процессов при этом сводятся к уравнениям (54) и (57), содержащим две производные по времени, и *синхронным* (т. е. не содержащим производных по времени) соотношениям между гидродинамическими полями — уравнению состояния  $p=p(\rho, T)$ , формуле для энтропии  $S=S(p, \rho)$  и соотношениям, получаемым упрощением уравнений движения при помощи некоторых асимптотических разложений гидродинамических полей, а именно уравнению статики и формулам геострофического ветра (или более точному соотношению между полями функции тока и давления, называемому *уравнением баланса*). Таким образом, уравнения для медленных процессов имеют второй порядок по времени и тем самым оказываются значительно проще полных уравнений гидродинамики, имеющих пятый порядок по времени. В результате этого акустические и гравитационные волны уже не входят в число решений уравнений медленных процессов, т. е. они оказываются «отфильтрованными».

При переходе к магнитной гидродинамике мы должны ввести в уравнения движения пондеромоторную силу (48) и привлечь уравнения для магнитного поля (52'), так что полная система уравнений будет иметь восьмой порядок по времени. В числе ее решений появится новый класс волн — так называемые *магнитогидродинамические волны* Альфвена. Действительно, линеаризируя уравнения адиабатического приближения относительно состояния покоя с постоянным магнитным полем  $\mathbf{H}_0$ , мы получим для колебаний поля  $\mathbf{h} = \mathbf{H} - \mathbf{H}_0$ , малых по сравнению с  $\mathbf{H}_0$ , уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} = \text{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}_0] \quad (\text{показывающее, в частности, что у плоских волн}$$

колебания  $\mathbf{h}$  перпендикулярны волновому вектору, т. е. оказываются *поперечными*), а выражение для  $\partial \mathbf{v} / \partial t$  будет содержать

линеаризированную пондеромоторную силу  $-\frac{1}{4\pi\rho_0}[\text{rot } \mathbf{h} \times \mathbf{H}_0]$ , так что выражение для  $\partial^2 \mathbf{v} / \partial t^2$  будет содержать член вида  $\frac{1}{4\pi\rho_0}(\mathbf{H}_0 \cdot \nabla)^2 \mathbf{v}$ , описывающий распространение волн по направлениям  $\pm \mathbf{H}_0$  со скоростью  $c_0 = H_0 / \sqrt{4\pi\rho_0}$ .

Отметим, что в этих волнах энергия разделена между механическими колебаниями  $\mathbf{v}$  и колебаниями магнитного поля  $\mathbf{h}$  поровну, т. е.  $\frac{1}{2}\rho v^2 = h^2/8\pi$ . Отсюда получается  $v/c_0 = h/H_0$ , и поскольку это отношение мало, волны являются *быстрыми* в том смысле, что скорость их распространения значительно превышает скорость колебаний жидкости в этих волнах. При напряженности магнитного поля  $H_0$  порядка 500 гс, получающейся для земного ядра в модели Булларда, и при  $\rho_0 \sim 10$  г/см<sup>3</sup> скорость  $c_0$  оказывается порядка 0,5 м/сек.; период  $\tau = L/c_0$  волн длиной  $L \sim 1000$  км будет порядка месяца. Из этих оценок видно, что при описании вековых вариаций и геологической эволюции земного магнитного поля магнитогидродинамические волны можно считать быстрыми процессами, которые желательно «отфильтровать».

Представляется, что для описания медленных магнитогидродинамических процессов можно использовать уравнения (54), (56) и (57), содержащие три производные по времени, добавив к ним надлежащим образом выведенные *синхронные* соотношения между магнитогидродинамическими полями. Такая система уравнений будет много проще полной системы уравнений магнитной гидродинамики, имеющей восьмой порядок по времени. Ее решения уже не будут содержать акустических, гравитационных и магнитогидродинамических волн. Она будет отнюдь не безнадежной для численного интегрирования при помощи ЭВМ с достаточно большими шагами по времени.

До сих пор мы выписывали все уравнения в неподвижной системе отсчета. Для описания эффекта вращения Земли следует перейти к системе отсчета, вращающейся «вместе с Землей» с угловой скоростью  $\boldsymbol{\omega}$ . Тогда  $\mathbf{v} = \mathbf{u} + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}]$  и  $\boldsymbol{\Omega} = \text{rot } \mathbf{u} + 2\boldsymbol{\omega}$ ; оператор helm и все уравнения магнитной гидродинамики сохранят свой вид с той только разницей, что теперь в них всюду вместо  $\mathbf{v}$  будет стоять относительная скорость  $\mathbf{u}$ , и в уравнениях движения появится сила Кориолиса —  $2[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}]$ . В состав силы  $\mathbf{f}$  в уравнении для потенциального вихря (57) она не войдет, но будет играть существенную роль в синхронных соотношениях между магнитогидродинамическими полями.

#### Литература к разделу 10

198. Bullen K. E. Encyclopedia of Physics. Springer, 1956, vol. 47, p. 75—118.
199. Bullard E. C. Proc. Cambr. Phil. Soc., 1955, 51, p. 744—760.
200. Herzenberg A. Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1958, A 250, p. 543—585.

201. Lowes F. J., Wilkinson I. *Nature*, 1963, **198**, p. 1158—1160.
202. Cowling T. G. *Monthly Notices, Roy. Astron. Soc.*, 1934, **94**, p. 39—48.
203. Elsasser W. M. *Phys. Rev.*, 1946, **69**, p. 106—116; **70**, p. 202—212; 1947; **72**, p. 821—833.
204. Bullard E. C. *Proc. Roy. Soc. A*, 1949, **197**, p. 433—453; **199**, p. 413—433.
205. Elsasser W. M. *Amer. J. Phys.*, 1955, **23**, p. 590—609.
206. Bullard E. C., Gellman H. *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, 1954, **247**, p. 213—278.
207. Inglis D. R. *Rev. Mod. Phys.*, 1955, **27**, p. 212—248.
208. Backus G. *Ann. of Phys.*, 1958, **4**, No. 4, p. 372—447.
209. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. Изд-во АН СССР, 1961.
210. Гаврилин Б. Л., Заславский М. М. *ДАН СССР*, 1970, **192**, № 1, с. 48—51.
211. Обухов А. М. *ДАН СССР*, 1962, **145**, № 6, с. 1239.



# Содержание

Предисловие . . . . .	3
<b>1. Гравитация и вращение . . . . .</b>	<b>6</b>
Гравитационное поле Земли . . . . .	6
Закон сохранения момента импульса . . . . .	9
<b>2. Прецессия и нутация . . . . .</b>	<b>10</b>
Уравнения Эйлера . . . . .	11
Уравнения Пуассона . . . . .	12
<b>3. Взаимодействия планет . . . . .</b>	<b>16</b>
Устойчивость планетных систем . . . . .	17
Возмущения вращения Земли . . . . .	19
<b>4. Астрономическая теория колебаний климата . . . . .</b>	<b>20</b>
Суточная и сезонная инсоляция . . . . .	21
Инсоляция за калорические полугодия . . . . .	27
Хронология оледенений плейстоцена . . . . .	28
<b>5. История системы Земля—Луна . . . . .</b>	<b>33</b>
Приливное трение . . . . .	35
Расчет приливной эволюции системы Земля—Луна . . . . .	37
Результаты расчета приливной эволюции . . . . .	43
Диссипация энергии приливов . . . . .	46
Приливная эволюция вращения Земли . . . . .	47
<b>6. Малые колебания полюсов . . . . .</b>	<b>49</b>
Возбуждающая функция . . . . .	50
Фактические данные . . . . .	51
Годичные и чандлеровские колебания . . . . .	52
<b>7. Возможность глобальных перемещений полюсов . . . . .</b>	<b>55</b>
Возбуждающие функции . . . . .	55
Квазистационарные положения полюсов . . . . .	58
Реологические модели . . . . .	59
Движения полюсов в модели Максвелла . . . . .	61
<b>8. Палеоклиматические полюсы . . . . .</b>	<b>63</b>
Широтная зональность палеоклиматов . . . . .	63
Палеотемпературы . . . . .	65
Палеоклиматические индикаторы . . . . .	67
Палеоклиматические траектории полюсов . . . . .	68
<b>9. Палеомагнитные данные . . . . .</b>	<b>76</b>
Современное магнитное поле Земли . . . . .	77
Намагниченность горных пород . . . . .	81
Обращения земного магнитного поля . . . . .	83
Палеомагнитные полюсы . . . . .	89
<b>10. Происхождение магнитного поля Земли . . . . .</b>	<b>98</b>
Внешний слой земного ядра . . . . .	99
Самовозбуждающиеся динамо . . . . .	100
Динамо в земном ядре . . . . .	104
Уравнения магнитной гидродинамики . . . . .	106

Сканирование - Беспалов, Николаева  
DjVu-кодирование - Беспалов





40

The book contains a knowledge on phenomena connected with the Earth's rotation and important for understanding of climate genesis and its variations during the Earth's geological history.

These phenomena include the gravitational interactions of planets producing changes of the Earth's orbit and direction in space of Earth's rotation axis and the tidal interactions of the Earth and the Moon able to produce radical changes of the Earth rotation and consequently of climate in geological periods. The possibility of motions of the Earth's body relative to its rotation axis, i. e. polar wandering, is analyzed and palaeoclimatic data on polar wandering in geological periods are considered. Palaeomagnetic evidence of polar wandering is also studied and for its explanation modern ideas on the origin of the Earth's magnetic field (the theory of self-exciting dynamo) are discussed.

The book is addressed to experts in meteorology, geography and geophysics.





# Вращение Земли и климат

А. С. Монин



УДК 551.583.7 : 525

В книге синтезируются сведения о явлениях, связанных с вращением Земли и важных для понимания генезиса климата и его колебаний в течение геологической истории Земли.

К ним относятся гравитационные воздействия планет, создающие изменения орбиты Земли и направления оси ее вращения в пространстве, а также приливные взаимодействия Земли и Луны, могущие создавать за геологические времена радикальные изменения вращения Земли и, следовательно, климата. Анализируется возможность перемещений тела Земли относительно оси ее вращения, т. е. движения полюсов, и приводятся палеоклиматические данные о движениях полюсов за геологическое время. Рассматриваются палеомагнитные свидетельства о движении полюсов, и в целях их объяснения излагаются современные представления о происхождении магнитного поля Земли (теория самовозбуждающегося динамо).

Книга рассчитана на специалистов - метеорологов, географов, геофизиков.