

Г. И. ГЛУШКОВ,  
*д-р техн. наук, проф.*

# РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ, ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ



МОСКВА  
СТРОИИЗДАТ  
1977

Г. И. ГЛУШКОВ,

*д-р техн. наук, проф.*

# РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ, ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ



МОСКВА  
СТРОИИЗДАТ  
1977



Печатается по решению секции литературы по строительной физике и конструкциям редакционного совета Стройиздата.

**Глушков Г. И.** Расчет сооружений, заглубленных в грунт. М., Стройиздат, 1977. 295 с.

В книге рассмотрены методы расчета сооружений, заглубленных в грунт, на воздействие статических и динамических нагрузок. Особое внимание уделено способам расчета сооружений на динамическое действие нагрузок малой продолжительности и воздействие взрывных нагрузок. Приведен расчет заглубленных сооружений в стадии упругопластического сопротивления грунта. Изложены методы определения сжимаемости грунтов при статических и динамических нагрузках.

Книга предназначена для научных работников и инженеров-проектировщиков.

Табл. 33, рис. 147, список лит.: 95 назв.

В материалах XXV съезда КПСС подчеркивается, что основной задачей советской науки остается ускорение научно-технического прогресса и повышение эффективности и качества научных исследований.

В настоящее время при проектировании возникает ряд сложных новых проблем, связанных с необходимостью расчета сооружений на мощные статические нагрузки и динамическое воздействие нагрузок от взрывных работ, а также на сейсмическое воздействие и другие ударные эффекты (на некоторых карьерах и шахтах масса взрывааемых зарядов достигала 400 т и тенденция к дальнейшему увеличению массы зарядов сохраняется).

В условиях взрывного нагружения большое значение приобретают конструктивные особенности зданий и сооружений, определяемые расчетом с учетом волновых явлений при взрывах. Аэродромные сооружения должны рассчитываться на воздействие тяжелых и сверхтяжелых самолетов, приземляющихся с большими скоростями.

Для сохранности зданий и сооружений, а также оборудования, установленного в них, необходимо знать их перемещения, скорости и ускорения при воздействии ударных нагрузок. Новые, все возрастающие запросы практики требуют скорейшей разработки достаточно надежной теории динамического расчета (как по упругой, так и по предельной стадиям) сооружений, заглубленных в грунт.

В предлагаемой книге рассмотрены методы расчета сооружений, заглубленных в грунт, на воздействие статических и динамических нагрузок. Приведены методы расчета заглубленных сооружений с учетом упругой стадии работы грунта, а также по предельным нагрузкам, соответствующим состоянию предельного равновесия. Основное внимание уделено способам расчета сооружений на динамическое действие нагрузок малой продолжительности (удары, импульсы большой силы и т. п.), на воздействие взрывных нагрузок с учетом отражения волн и податливости сооружений в грунте; кроме того, рассмотрен расчет заглубленных сооружений в стадии упругопластического сопротивления грунта. Наряду с теоретическими решениями приведены результаты отечественных и зарубежных экспериментальных исследований. Изложены наиболее совершенные методы определения сжимаемости грунтов при динамических нагрузках, описаны методы полевых определений механических свойств грунтов при действии статических и динамических нагрузок, а также аппаратура и приборы. Приведены результаты экспериментов и даны практические рекомендации. Уделено внимание вопросам определения нагрузок на заглубленные в грунт

сооружения, в том числе и с учетом податливости прокладок между сооружением и грунтом.

В отличие от книги автора «Статика и динамика сооружений, заглубленных в грунт», изданной в 1967 г., в данной книге уделено большее внимание вопросам определения нагрузок на заглубленные в грунт сооружения. Одновременно уточнены методы расчета заглубленных в грунт сооружений на воздействие динамических нагрузок с учетом влияния неупругих сопротивлений грунта.

Главы, связанные с динамическим расчетом сооружений в стадии упругопластического сопротивления грунта и определением механических параметров грунтов при воздействии динамических, в том числе и взрывных, нагрузок, написаны заново с учетом новейших достижений динамики и механики грунтов.

Автор приносит благодарность за большую помощь, оказанную при проведении экспериментальных работ, канд. техн. наук В. В. Горшкову и Ф. П. Шарову, а также докторам техн. наук, профессорам А. П. Синицыну и И. И. Черкасову, канд. техн. наук Л. Г. Претынину за их советы, оказавшие автору помощь при исследовании работы заглубленных в грунт сооружений на воздействие динамических и статических нагрузок, и д-ру техн. наук, проф. Г. К. Клейну за ценные замечания, сделанные им при рецензировании рукописи.

Все критические замечания читателей, касающиеся содержания книги, автор примет с большой признательностью и вниманием.

# ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СООРУЖЕНИЯХ, ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ, И УСЛОВИЯХ ИХ РАБОТЫ

---

## 1. ТИПЫ ЗАГЛУБЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ

Рациональное решение ряда сложных задач, возникающих при проектировании и строительстве, связано с расчетом сооружений, заглубленных в грунт. Под заглубленным будем подразумевать сооружение, возводимое в открытых котлованах или траншеях с вскрытием дневной поверхности. Такие сооружения, подвергающиеся воздействию вертикальных и горизонтальных сил, широко распространены в различных отраслях строительной техники, например в промышленном, гидротехническом, железнодорожном и аэродромном строительстве.

Все сооружения можно разделить на два типа: сооружения, устраиваемые в котлованах (сооружения неглубокого заложения), — рис. 1.1, а, и сооружения, устраиваемые в грунте (сооружения глубокого заложения), — рис. 1.1, б. Нижняя контактная поверхность сооружения с грунтом носит название подошвы сооружения, верхняя — перекрытия. Расстояние от отметки поверхности грунта до подошвы сооружения называют глубиной заложения сооружения. Отметка поверхности грунта может совпадать с отметкой перекрытия. Заглубленные сооружения как неглубокого, так и глубокого заложения могут быть пустотелыми с помещениями, предназначенными для различных целей, и массивными монолитными, заполненными бетоном. По последнему типу, как правило, устраивают фундаменты различных зданий и сооружений.

Заглубленные сооружения обоих типов в зависимости от характера работы делят на жесткие и гибкие. При расчете жестких сооружений деформации конструкций при определении реактивного давления по подошве и боковым граням не учитывают. Гибкие сооружения (или сооружения конечной жесткости) работают совместно со сжимаемым грунтом, и при расчетах реактивное давление находят с учетом деформаций конструкций. Применение сооружений, имеющих конечную жесткость, позволяет иногда значительно снизить величину расчетных усилий.

Сооружения глубокого заложения отличаются от сооружений неглубокого заложения следующими особенностями:

1) их устраивают способами, исключаяющими в ряде случаев необходимость предварительного вскрытия котлована (с помощью

проходки и использования временной крепи — железобетонных или чугунных тубингов или опускных колодцев);

2) расчет их на горизонтальные силы и моменты производится с учетом упругой заделки в грунт, что позволяет передать на окружающее сооружение массив грунта значительные нагрузки;

3) для восприятия вертикальных усилий кроме реактивного давления по подошве могут быть введены в расчет и силы трения, развивающиеся по их боковым граням вследствие плотного прилегания грунта.

Воздействию горизонтальных и вертикальных сил подвержены заглубленные резервуары, подземные переходы, коробчатые фундаменты, казематы, убежища гражданской обороны, складские помещения, массивные заглубленные стены и фундаменты. В таких же условиях работают мостовые и береговые опоры, широко применяемые при строительстве железных и автомобильных дорог. Комплексное воздействие вертикальных и горизонтальных сил испытывают различные конструкции заглубленных стен (стены туннелей, массивные подпорные стенки и др.).

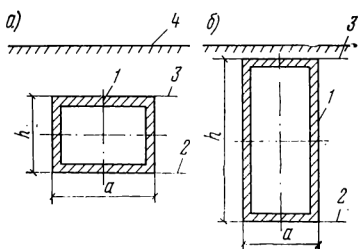


Рис. 1.1. Схема сооружений, заглубленных в грунт

$a$  — неглубокое заложение;  $b$  — глубокое заложение; 1 — сооружение; 2 — отметка подошвы сооружения; 3 — отметка перекрытия сооружения; 4 — отметка поверхности грунта

С мощными горизонтальными усилиями, передаваемыми на заглубленные сооружения, приходится сталкиваться в аэродромном строительстве при сооружении монолитных предварительно - напря-

женных железобетонных покрытий взлетно-посадочных полос. Для устройства этих покрытий с натяжением продольной арматуры до бетонирования необходимо предусматривать концевые заглубленные опоры. Возможны различные технические решения таких элементов, как заглубленные в грунт анкеры (например, в виде массивных железобетонных стен) и железобетонные анкерные плиты длиной, равной ширине сооружаемого покрытия. В последнем случае анкерные плиты под воздействием горизонтальных сил сдвига, развиваемых присоединенной к ним напряженной арматурой, работают как неразрезные балки-стенки. Сопротивление смещению обеспечивается в результате наличия у этих анкерных плит массивных железобетонных стен.

По схеме сооружения, заглубленного в грунт, в аэродромном и дорожном строительстве работают заглубленные сооружения подземных туннельных переходов, а также специальных и водосточных систем. В этих случаях горизонтальная нагрузка может передаваться в виде бокового распора грунта под колесом самолета или автомобиля, стоящего рядом с сооружением.

Большие вертикальные и горизонтальные нагрузки воспринимают железобетонные якоря, предназначенные для крепления судов. Такие якоря выполняют в виде заглубленных массивов, и они должны рассчитываться на вырывающие горизонтальные силы, создаваемые натяжением тросов. При проектировании массивных фундаментов под машины с динамическими нагрузками встречаются случаи, когда вертикальные нагрузки прикладываются внецентренно, а на фундамент передаются горизонтальные нагрузки. При расчете подобных фундаментов с большой глубиной заложения в некоторых случаях целесообразно учитывать их упругую заделку в грунт.

При устройстве вертолетных швартовочных площадок возникает необходимость в устройстве якорей в виде железобетонных отдельно стоящих фундаментных массивов. Якоря должны быть рассчитаны на воздействие динамических нагрузок от вертолетов.

В материалах Международной конференции по сейсмостойкому строительству в Сан-Франциско (США) указано, что землетрясения вызывают серьезное повреждение мостов. Проведенные обследования показали, что основные повреждения наблюдались в их нижней части. Поэтому в Японии разрабатываются методы расчета нижних строений мостов на сейсмостойкость.

При взрывах в грунтах образуются группы волн, действие которых подобно действию землетрясения средней интенсивности. Заглубленные в грунт сооружения подвержены в этом случае мощным горизонтальным и вертикальным нагрузкам, связанным с воздействием волн сжатия и перемещением грунта. Одним из основных требований для создания взрывоустойчивых заглубленных сооружений является усовершенствование теории расчета заглубленных в грунт сооружений на воздействие сейсмовзрывных нагрузок.

При расчете различных сооружений необходимо учитывать определенную специфику их работы под нагрузкой. Однако большинство сооружений, заглубленных в грунт, имеет некоторые общие условия работы, связанные с величиной реактивного отпора грунта, характером перемещения, влиянием сил трения, которые и определяют общую устойчивость и прочность сооружений под воздействием расчетных нагрузок.

Расчет сооружений, заглубленных в грунт, рекомендуется выполнять в такой последовательности:

- 1) в зависимости от геологического строения строительной площадки, несущей способности грунта и назначения выбирают тип заглубленного сооружения (неглубокого или глубокого заложения) и ориентировочно устанавливают глубину его заложения;
- 2) при выбранном типе конструкций определяют нагрузки, действующие на заглубленное сооружение;
- 3) исходя из нормативного давления на грунт устанавливают размеры сооружения и производят расчет;
- 4) находят осадки, крены сооружения, скорости и ускорения при динамических расчетах) и сопоставляют их с допустимыми;

5) определяют расчетные усилия для конструкций заглубленных сооружений и проверяют их прочность, рассматривая их совместную работу с деформируемым грунтом.

Для выяснения условий работы сооружений, заглубленных в грунт, необходимо знать характер нагрузок, действующих на сооружения различных типов.

## **2. НАГРУЗКИ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА СООРУЖЕНИЯ, ЗАГЛУБЛЕННЫЕ В ГРУНТ**

Нагрузки, действующие на сооружения, заглубленные в грунт, зависят от назначения этих сооружений, а также от их конструктивных особенностей. Согласно строительным нормам и правилам, нагрузки и воздействия делят на постоянные, временные и особые. Постоянными называются нагрузки и воздействия, которые могут проявляться при строительстве или эксплуатации постоянно: собственный вес сооружения, вертикальное и горизонтальное давление грунта, действие предварительного напряжения бетона и т. п. Временными называются нагрузки и воздействия, которые в отдельные периоды строительства или эксплуатации могут отсутствовать: воздействие транспортных средств и различных динамических нагрузок.

В зависимости от длительности действия временные нагрузки бывают:

длительно действующими, наблюдаемыми в период строительства и эксплуатации сооружения длительное время (вес стационарного оборудования, давление жидкости, грунта и т. п.);

кратковременными, наблюдаемыми в процессе строительства и эксплуатации непродолжительное время (нагрузки от ветра, льда, воды и т. п.).

Особыми называются нагрузки, возникающие в период строительства и эксплуатации сооружения в исключительных случаях (сейсмические, ударные воздействия и т. п.).

При расчетах сооружений, заглубленных в грунт, необходимо выявлять возможные неблагоприятные сочетания нагрузок и воздействий. Строительные нормы и правила предусматривают основные, дополнительные и особые сочетания нагрузок и воздействий.

Основные сочетания включают в себя постоянные и временные нагрузки. Дополнительные сочетания состоят из постоянных и специфических временных нагрузок (строительных нагрузок, воздействий ветра и т. п.). Особые сочетания состоят из постоянных и временных нагрузок и особых воздействий (например, сейсмические нагрузки).

Нагрузки разделяют на нормативные и расчетные. Нормативными называются наибольшие нагрузки и воздействия, не нарушающие нормальных условий эксплуатации сооружений. Возможные отклонения нагрузок в неблагоприятную (большую или мень-

шую) сторону от нормальных значений вследствие их изменчивости учитывают, вводя коэффициент перегрузки. Коэффициенты перегрузки зависят от назначения сооружения и изменяются в пределах 1,1—1,3. Расчетными называются нагрузки, определенные как произведение нормативных нагрузок на коэффициент перегрузки. Они определяются на основании специальных расчетов, обобщения опыта проектирования и строительства, а также специальных исследований.

При расчете сооружений, заглубленных в грунт, обычно рассматривают нагрузки двух видов: 1) нагрузки на сооружения, обусловленные собственным весом грунта; 2) нагрузки на сооружение (статические или динамические), приложенные на поверхности земли.

Кратко рассмотрим методику определения этих нагрузок, действующих на сооружения.

**Нагрузки на сооружения от собственного веса грунта.** Вертикальные напряжения  $\sigma_z$ , возникающие от собственного веса грунта, принимают возрастающими пропорционально глубине:

$$\sigma_z = \gamma z. \quad (1.1)$$

Горизонтальные нормальные напряжения  $\sigma_x$ , возникающие от давления собственного веса грунта, вычисляют по формуле

$$\sigma_x = \xi \sigma_z = \xi \gamma z, \quad (1.2)$$

где  $\gamma$  — объемная масса грунта;  $\xi$  — коэффициент бокового давления.

Для  $n$  нормальных горизонтальных слоев с различной объемной массой вертикальные напряжения  $\sigma_z$  на границе какого-либо слоя определяют по формуле

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i, \quad (1.3)$$

где  $n$  — число разнородных грунтовых слоев от поверхности до рассматриваемой глубины;  $\gamma_i$  — объемная масса грунта в  $i$ -том слое;  $h_i$  — толщина  $i$ -того слоя.

Формулы (1.1) и (1.3) справедливы лишь при отсутствии вблизи сооружения стенок котлована. При возведении сооружения открытым способом с последующей обратной засыпкой котлована свойства вынутого грунта всегда отличаются от свойств ненарушенного грунта. Как бы тщательно ни был уплотнен вынутый грунт, при обратной засыпке он все же имеет нарушенную структуру и меньшую плотность. Уплотняясь под действием собственного веса и перемещающихся по поверхности земли подвижных нагрузок, грунт засыпки оседает, и между стенками котлована и сооружением возникают силы трения. Эти силы воспринимают часть веса засыпки, расположенной над сооружением. Оставшаяся часть веса засыпки воспринимается сооружением и заполняющей частью грунта между сооружением и стенами котлована.



Для определения веса засыпки, передаваемого на сооружение, рассмотрим длинный котлован — траншею с вертикальными стенками (рис. 1.2). Выделим элементарный слой  $dz$  на глубине  $z$  от поверхности и составим для него уравнения равновесия для плоскостного действия сил [22]. Рассматриваемый слой будет находиться под действием следующих сил: собственного веса  $\gamma B dz$ , вертикального давления сверху  $Q_z$  и снизу  $Q_z + dz$ , сил сцепления и трения, действующих у стенок котлована.

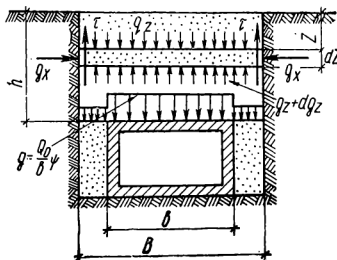
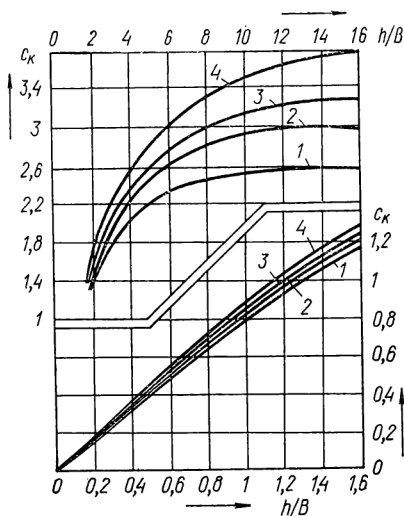


Рис. 1.2. Расчетная схема для определения вертикального давления на сооружение

Рис. 1.3. График для определения коэффициента  $c_k$

1—4 — кривые, выбираемые по табл. 1.1



Для упрощения решения примем следующие допущения:

а) сопротивление грунта сдвигу у стенок котлована равно:

$$\tau = c + \sigma_x \operatorname{tg} \varphi_0, \quad (1.4)$$

где  $c$  — удельное сцепление;  $\sigma_x$  — нормальное напряжение, действующее горизонтально;  $\varphi_0$  — угол трения засыпки о стенку котлована;

б) полное вертикальное давление  $Q_z$  на рассматриваемой глубине  $z$  распределяется равномерно по ширине  $B$  котлована; отношение между горизонтальными и вертикальными напряжениями в каждой точке грунта у стенки котлована является величиной постоянной:

$$\frac{g_x}{g_z} = \xi_1. \quad (1.5)$$

Проектируя все силы на вертикальную ось, получим [32]

$$-\gamma B dz - g_z B + g_z B + dq_z B + 2cdz + 2\xi_1 q_z \operatorname{tg} \varphi_0 dz = 0. \quad (1.6)$$

В результате преобразования имеем

$$q_z = \frac{\gamma B \left( 1 - \frac{2c}{\gamma B} \right)}{2\xi_1 \operatorname{tg} \varphi_0} \left( 1 - \exp \left\{ -\xi_1 \frac{2z}{B} \operatorname{tg} \varphi_0 \right\} \right). \quad (1.7)$$

На уровне верха сооружения при  $z = h$  полное вертикальное давление равно:

$$Q_B = q_B B = c_K \gamma B^2; \quad (1.8)$$

$$c_K = \frac{1 - \frac{2c}{\gamma B}}{2\xi_1 \operatorname{tg} \varphi_0} \left( 1 - \exp \left\{ -\frac{2h}{B} \xi_1 \operatorname{tg} \varphi_0 \right\} \right). \quad (1.9)$$

Для определения коэффициента  $c_K$  составлен график [32] (рис. 1.3). Значение  $c_K$  зависит от отношения  $h/B$  и вида грунта засыпки (табл. 1.1).

Т а б л и ц а 1.1

Грунты засыпки	Номер кривой на рис. 1.3
Пески и растительный грунт сухие . . . . .	1
То же, влажные и насыщенные водой, а также глинистые твердые . . . . .	2
Глинистые пластичные . . . . .	3
Глинистые текучие . . . . .	4

Для учета передачи части полной нагрузки на засыпку пазух при плотном их уплотнении рекомендуется в формулу (1.8) вводить поправочный множитель

$$\psi = \frac{B+b}{2B}, \quad (1.10)$$

тогда формула (1.8) может быть записана так:

$$Q_B = c_K \gamma B^2 \psi. \quad (1.11)$$

Анализ последней формулы показывает, что при определенном значении  $B/b$  стенки котлована не влияют на величину расчетной нагрузки на сооружение, которое в этом случае будет находиться в условиях укладки в насыпи. Поэтому нагрузка, определенная по формулам (1.8), (1.11), не должна превышать нагрузку для сооружения, уложенного в насыпи. Полная вертикальная нагрузка на сооружение, уложенное в насыпи, определяется по формуле

$$Q_H = c_H \gamma B^2. \quad (1.12)$$

Коэффициент  $c_H$  зависит от отношения  $h/b$ , вида грунта основания (табл. 1.2) и определяется по рис. 1.4.

**Статические нагрузки на сооружение, приложенные на поверхности земли.** Случай, когда давление на заглубленные сооружения передается от нагрузок, приложенных на поверхности земли, весьма распространен. В этих условиях постоянной нагрузкой является собственный вес сооружения, а временной — вертикальное и горизонтальное давление грунта от нагрузок, приложенных на поверхности.

Таблица 1.2

Грунты основания	Номер кривых на рис. 1.4
Скальные и полускальные . . . . .	1, 2
Крупнообломочные . . . . .	3
Песчаные:	
гравелистые, крупные и средней крупности плотные	3
средней плотности, а также мелкие и пылеватые плот-	4
ные . . . . .	
Глинистые:	
твердые . . . . .	3
пластичные . . . . .	5
текучие . . . . .	6

В настоящее время существуют два принципиально различных метода определения давления грунта на сооружения от нагрузок, приложенных на поверхности земли. Первый метод основан на тео-

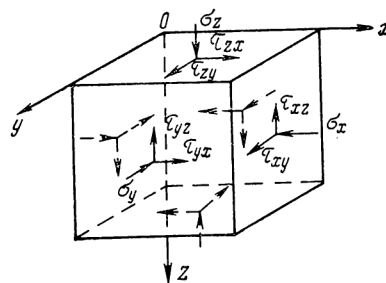
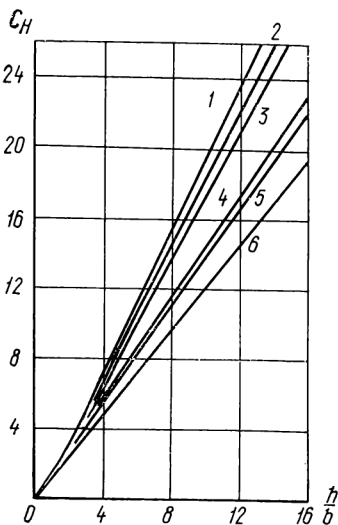


Рис. 1.5. Схема напряжений, действующих по граням элементарного параллелепипеда

Рис. 1.4. График для определения коэффициента  $c_n$   
1—6 — кривые, выбираемые по табл. 1.2

рии предельного сопротивления грунта. Расчетные формулы этого метода позволяют определять активное давление и пассивное сопротивление грунта, а также давление грунта от нагрузок, приложенных на его поверхности. Получены решения для сплошной равномерной нагрузки, а также полосовой и сосредоточенной нагрузок, которые подробно изложены в технической литературе. Второй метод основан на применении формул теории упругости и дает возможность определять давление на заглубленные сооружения от нагрузок, приложенных на поверхности земли.

Первый метод позволяет определять давление на сооружение при его движении в начальный момент. Такой подход вполне уместен

при расчете подпорных стен. Сборно-монолитные или имеющие очень жесткие стенки сооружения, заглубленные в грунт, испытывают одинаковое давление с обеих сторон, и поэтому их перемещения в ряде случаев слишком малы для того, чтобы давление засыпки снизилось до величины активного давления. В таких же условиях работы находятся и массивные подпорные стены на скальном основании.

Заглубленные в грунт сооружения обычно испытывают предельное давление грунта, который можно рассматривать как упругое тело. Поэтому применение второго метода, основанного на теории упругости, для определения давления грунта на сооружения, заглубленные в грунт, более оправдано. Этот метод также дает возможность определять осадки и крены сооружений с учетом деформации грунта. В теории предельного равновесия, на которой основан первый метод, деформации и перемещения не рассматриваются. Поэтому основное внимание в данной главе будет уделено определению давления грунта на сооружения с помощью второго метода.

В качестве предварительного этапа решения этой задачи необходимо определять напряжения в грунте от нагрузки, приложенной на его поверхности. Напряжения в грунтах определяют по теории линейно-деформируемой среды, использующей решения теории упругости. Напряженное состояние в какой-либо точке грунтового массива характеризуется составляющими напряжениями, действующими по направлению осей прямоугольной системы координат (рис. 1.5). По граням элементарного параллелепипеда в точке внутри грунтового массива действуют следующие составляющие напряжения:  $\sigma_z$  — вертикальное нормальное;  $\sigma_x$  — горизонтальное нормальное, действующее в направлении оси  $x$ ;  $\sigma_y$  — горизонтальное нормальное, действующее в направлении оси  $y$ , а также три пары касательных напряжений  $\tau_{zx}$  и  $\tau_{xz}$ ;  $\tau_{xy}$  и  $\tau_{yx}$ ;  $\tau_{yz}$  и  $\tau_{zy}$ .

Как известно из теории упругости, для описания напряженно-деформированного состояния среды используют уравнения трех видов:

1) дифференциальные уравнения равновесия (движения), выражающие сумму проекций на координатные оси всех сил (включая объемную массу грунта  $\gamma$  и силы инерции), приложенных к элементарному объему (кубику) среды:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= 0 \text{ или } \left( \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right); \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= 0 \text{ или } \left( \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right); \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma &= 0 \text{ или } \left( \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right); \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

2) геометрические уравнения, выражающие дифференциальные зависимости компонентов деформаций от компонентов смещений:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}; & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}; \\ e_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}; & e_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}; \\ e_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

3) физические уравнения, характеризующие связь между соответствующими компонентами напряжений и деформаций среды:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z)]; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu (\sigma_x + \sigma_z)]; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y)]; \\ e_{xy} &= \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{xy}; \\ e_{yz} &= \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{yz}; \\ e_{zx} &= \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{zx}, \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

где  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$  — компоненты напряжений;  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, e_{xy}, e_{yz}, e_{zx}$  — компоненты деформаций;  $u, v, w$  — компоненты перемещений.

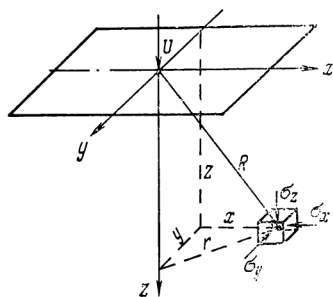


Рис. 1.6. Схема координатных осей и напряжений

Приведенные равенства (1.13)—(1.15) содержат 15 неизвестных; таким образом с математической точки зрения система определима. Однако точное решение пространственных задач весьма сложно, в результате чего до сих пор было получено лишь небольшое число строгих решений. Ряд важных задач решен советскими и зарубежными учеными — Фламаном, Буссинеском, Миндличным, Харром, Г. Б. Колосовым, Д. Е. Польшиным, В. А. Флориным, К. Е. Егоровым, Г. К. Клейном и др.

Распределение напряжений в грунте от действия сосредоточенной силы. Решение о распределении напряжений в однородном упругоизотропном полупространстве от действия вертикальной сосредоточенной силы получено Буссинеском в 1885 г. и приводится в пособиях по теории упругости. Формулы для составляющих напряжений в прямоуголь-

ной системе координат в соответствии с обозначениями на рис. 1.5 и 1.6 имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{3}{2} \frac{Vz^2}{\pi R^5}; \\ \sigma_x &= \frac{3V}{2\pi} \left\{ \frac{zx^2}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R^3 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} - \frac{x^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \right] \right\}; \\ \sigma_y &= \frac{3V}{2\pi} \left\{ \frac{zy^2}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R^3 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} - \frac{y^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \right] \right\}; \\ \tau_{zy} &= -\frac{3V}{2\pi} \frac{yz^2}{R^5}; \quad \tau_{zx} = -\frac{3U}{2\pi} \frac{xz^2}{R^5}; \\ \tau_{xy} &= \frac{3V}{2\pi} \left[ \frac{xyz}{R^5} - \frac{1-2\mu}{3} \frac{xy(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \right], \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

где  $V$  — сосредоточенная сила, приложенная нормально к поверхности;  $R$  — расстояние от точки приложения силы до точки, в которой определяется напряжение;  $x, y, z$  — расстояния по осям координат от точки приложения силы до точки, в которой определяется напряжение;  $\mu$  — коэффициент Пуассона для грунта, который может быть выражен через коэффициент бокового давления  $\xi$  по известной зависимости

$$\mu = \frac{\xi}{1-\xi}. \quad (1.17)$$

Значения коэффициентов  $\xi$  и  $\mu$  для различных грунтов приведены в табл. 1.3.

Т а б л и ц а 1.3

Грунты	$\xi$	$\mu$
Крупнообломочные . . . . .	0,37	0,27
Пески и супеси . . . . .	0,43	0,3
Суглинки . . . . .	0,54	0,35
Глины . . . . .	0,72	0,42

Вертикальные напряжения после некоторых преобразований можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= K \frac{V}{z^2}; \\ K &= \frac{3}{2\pi} \left[ 1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2 \right]^{-\frac{5}{2}}; \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

Значение коэффициента  $K$  принимается по табл. 1.4 в зависимости от отношения  $r/z$ .

Таблица 1.4

$r/z$	$K$	$r/z$	$K$	$r/z$	$K$	$r/z$	$K$
0	0,4785	0,54	0,2518	1,08	0,0691	1,62	0,0191
0,02	0,477	0,56	0,2414	1,1	0,0658	1,64	0,0183
0,04	0,4756	0,58	0,2313	1,12	0,0625	1,66	0,0175
0,06	0,4732	0,6	0,2214	1,14	0,0595	1,68	0,0167
0,08	0,4699	0,62	0,2117	1,16	0,0567	1,7	0,016
0,1	0,4657	0,64	0,2024	1,18	0,0539	1,74	0,0147
0,12	0,4607	0,66	0,1934	1,2	0,0513	1,78	0,0135
0,14	0,4548	0,68	0,1846	1,22	0,0489	1,82	0,0124
0,16	0,4482	0,7	0,1762	1,24	0,0466	1,86	0,0114
0,18	0,4409	0,72	0,1681	1,26	0,0443	1,9	0,0105
0,2	0,4329	0,74	0,1603	1,28	0,0422	1,94	0,0097
0,22	0,4242	0,76	0,1527	1,3	0,0402	1,98	0,0089
0,24	0,4151	0,78	0,1455	1,32	0,0384	2,1	0,007
0,26	0,4054	0,8	0,1386	1,34	0,0365	2,2	0,0058
0,28	0,3954	0,82	0,132	1,36	0,0348	2,3	0,0048
0,3	0,3849	0,84	0,1257	1,38	0,0332	2,4	0,004
0,32	0,3742	0,86	0,1196	1,4	0,0317	2,5	0,0034
0,34	0,3632	0,88	0,1138	1,42	0,0302	2,6	0,0029
0,36	0,3521	0,9	0,1083	1,44	0,0288	2,7	0,0024
0,38	0,3408	0,92	0,1031	1,46	0,0275	2,8	0,0021
0,4	0,3294	0,94	0,0981	1,48	0,0263	2,9	0,0017
0,42	0,3181	0,96	0,0933	1,5	0,0251	3	0,0015
0,44	0,3068	0,98	0,0887	1,52	0,024	3,5	0,0007
0,46	0,2955	1	0,0844	1,54	0,0229	4	0,0004
0,48	0,2843	1,02	0,803	1,56	0,0219	4,5	0,0002
0,5	0,2733	1,04	0,0764	1,58	0,0209	5	0,0001
0,52	0,2625	1,06	0,0727	1,6	0,02	6	0,0001

Пользуясь формулой (1.18), можно вычислить вертикальные напряжения для любой точки полупространства. Если соединим точки, в которых вертикальные напряжения равны, то получим характерный график—луковицу напряжений (рис. 1.7). Для построения луковицы напряжений под штампом применяют прием суммирования напряжений от ряда эквивалентных сосредоточенных сил, которыми заменяют распределенную нагрузку на площади контакта штампа с поверхностью земли (рис. 1.8). График построен в координатной системе, выраженной в долях ширины штампа, которая принята равной единице. Давление на каждой изобаре определено в долях среднего удельного давления под штампом, ширина которого также принята равной 1. Луковица напряжений пригодна для определения вертикальных напряжений для геометрически подобных штампов любых размеров при любых удельных давлениях, не превышающих несущей способности грунта.

Горизонтальное напряжение  $\sigma_x$  может быть выражено так:

$$\sigma_x = K_1 \frac{V}{z^2}, \quad (1.19)$$

где

$$K_1 = \frac{3z^2}{2\pi} \left\{ \frac{zx^2}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R^2 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} - \frac{x^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \right] \right\}. \quad (1.20)$$

Так как  $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , приходим к выводу, что величина  $K_1$  является функцией лишь двух отношений:

$$\alpha_1 = \frac{x}{z}; \quad \alpha_2 = \frac{y}{x}. \quad (1.21)$$

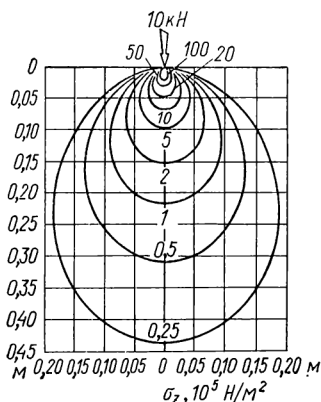


Рис. 1.7. Луковица вертикальных напряжений под сосредоточенной силой

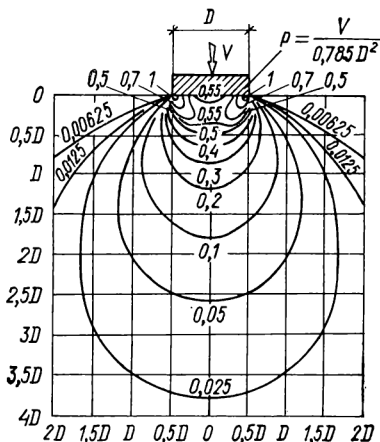


Рис. 1.8. Луковица вертикальных напряжений под жестким круглым штампом (по К. Е. Егорову)

Для определения значения  $K_1$  по заданным значениям  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  автором книги составлены графики, нанесенные на полулогарифмическую сетку при двух значениях коэффициента Пуассона  $\mu = 0,3$  (рис. 1.9) и  $\mu = 0,5$  (рис. 1.10).

График при  $\mu = 0$  построен М. Е. Харром (рис. 1.11) [83]. Эти графики в равной мере применимы для определения горизонтального напряжения  $\sigma_y$ . На рис. 1.12 изображены изобары горизонтальных напряжений в грунте от сосредоточенной нагрузки, равной 10 кН. Как видно из рисунка, распределение горизонтальных напряжений значительно сложнее, чем распределение вертикальных напряжений. Напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  в некоторой области могут оказаться растягивающими. Однако в большинстве случаев они будут погашаться сжимающими напряжениями от собственного веса грунта.

Формула (1.19) выведена для случая приложения к поверхности полупространства одной сосредоточенной силы. Для вычисления же напряжений от любой распределенной нагрузки может быть использован принцип суммирования. В этом случае распределенная на-



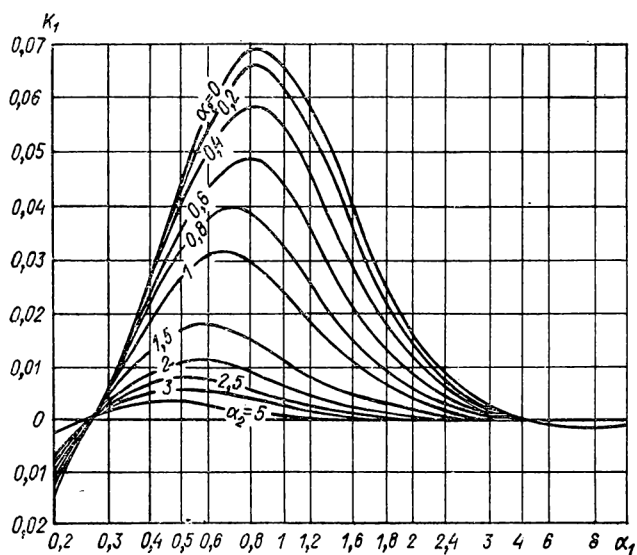


Рис. 1.9. График для определения коэффициента  $k_1$  при  $\mu=0,3$

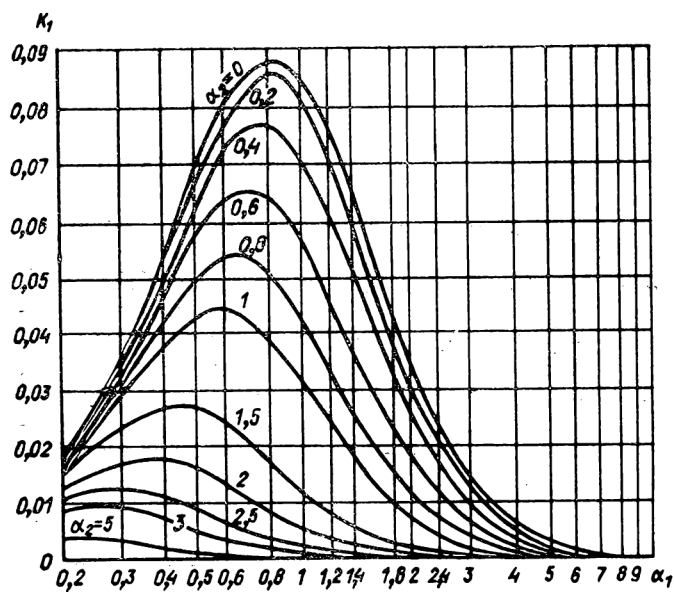


Рис. 1.10. График для определения коэффициента  $k_1$  при  $\mu=0,5$

грузка заменяется группой сосредоточенных эквивалентных сил. В каждой исследуемой точке определяются напряжения от каждой из таких сил, и затем эти напряжения суммируются. Внешняя нагрузка, прикладываемая к поверхности грунта, как правило, распределяется по некоторой площади. В этом случае нужно разбить нагружаемую площадь на ряд достаточно малых площадок, в центре которых необходимо приложить эквивалентные силы. Если нагрузка распределена равномерно, а все площадки равновелики, то каждая из эквивалентных сил определяется по формуле

$$V_i = V/n, \quad (1.22)$$

где  $V$  — общая нагрузка;  $n$  — число площадок.

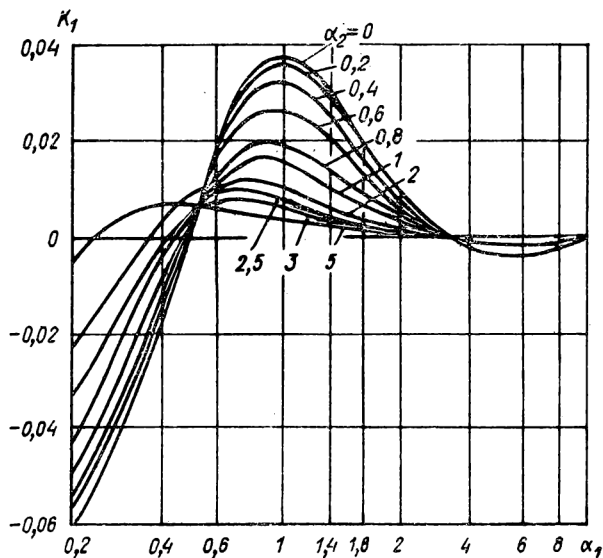


Рис. 1.11. График для определения коэффициента  $k_1$  при  $\mu=0$  (по М. Е. Харру)

После этого для каждой точки, в которой определяется напряжение, вычисляется коэффициент  $K_1$  для каждой из эквивалентных сил и подсчитывается суммарное напряжение от действия всех этих сил.

Вертикальные напряжения при действии на грунт равномерно распределенной нагрузки. Напряжения от вертикальной нагрузки, равномерно распределенной по прямоугольной площади, определяют путем двойного интегрирования выражения для сосредоточенной силы (1.18). Решение получено А. Лявом и В. Г. Короткиным. Заменяя сосредоточенную силу в исходных уравнениях на  $pd\xi d\eta$  и производя интегрирование в пределах от  $-l_1$  до  $+l_1$  и от  $-b_1$  до  $+b_1$  (рис. 1.13),

получаем вертикальные напряжения в любой точке:

$$\sigma_z = \frac{3p}{2\pi} \int_{-b_1}^{+b_1} \int_{-l_1}^{+l_1} \frac{z^3 d\xi d\eta}{\sqrt{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^5}}. \quad (1.23)$$

Вертикальные напряжения  $\sigma_z$  вдоль оси, проведенной через центр тяжести равномерно загруженного прямоугольника, вычисляют по формуле

$$\sigma_z = \frac{2\rho}{\pi} \left[ \frac{l_1 b_1 z}{D} \cdot \frac{l_1^2 + b_1^2 + 2z^2}{D^2 z^2 + b_1^2 l_1^2} + \arcsin \left( \frac{l_1 b_1}{\sqrt{l_1^2 + z^2} \sqrt{b_1^2 + z^2}} \right) \right], \quad (1.24)$$

где  $p$  — интенсивность внешней равномерно распределенной нагрузки;  $z$  — глубина рассматриваемой точки;  $l$  и  $b$  — размеры загруженной площади:  $l = 2l_1$ ,  $b = 2b_1$ .

$$D^2 = l_1^2 + b_1^2 + z^2. \quad (1.25)$$

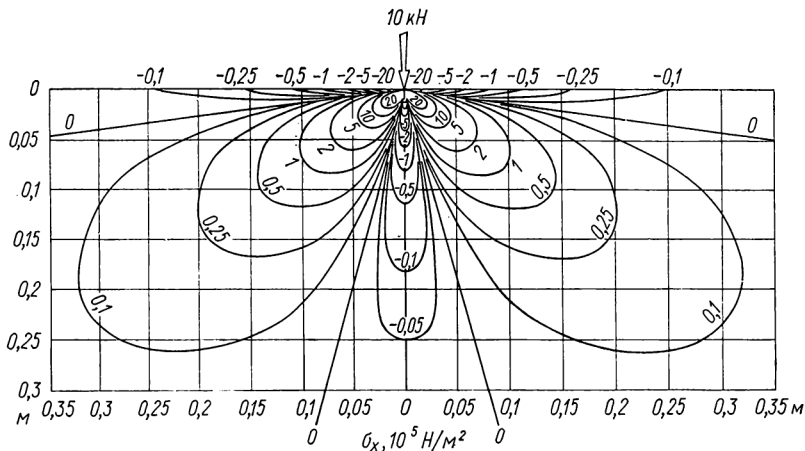


Рис. 1.12. Изобара горизонтальных напряжений в грунте

Вертикальные напряжения  $\sigma_z$  для всех точек, лежащих на оси, проведенной через угол загруженного прямоугольника, определяют по формуле

$$\sigma_{zy} = \frac{p}{2\pi} \left[ \frac{lbz}{D} \frac{l^2 + b^2 + 2z^2}{D^2 z^2 + l^2 b^2} + \arcsin \left( \frac{lb}{\sqrt{l^2 + b^2} \sqrt{b^2 + z^2}} \right) \right]. \quad (1.26)$$

Сопоставление выражений (1.25) и (1.26) показывает, что вертикальные напряжения под углом и центром загруженной площади связаны соотношением

$$\sigma_{zy} = 0,25\sigma_{\frac{z}{2}}. \quad (1.27)$$

Из соотношения (1.27) следует, что вертикальное напряжение под углом загруженного прямоугольника на любой глубине  $z$  равно 0,25 вертикального напряжения под центром того же прямоугольника при глубине  $0,5 z$ . Используя соотношение (1.27), Д. Е. Польшин предложил определять вертикальные сжимающие напряжения по методу угловых точек. По этому методу вертикальные напряжения для любой точки грунтового полупространства находят по заранее вычисленным угловым напряжениям [84].

Вертикальные напряжения при действии на грунт нагрузки, равномерно распреде-

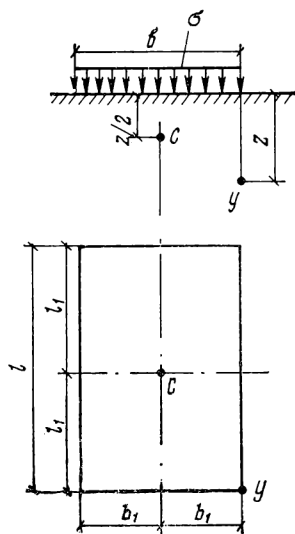


Рис. 1.13. Схема к определению напряжений при действии на грунт равномерно распределенной нагрузки по площади прямоугольника

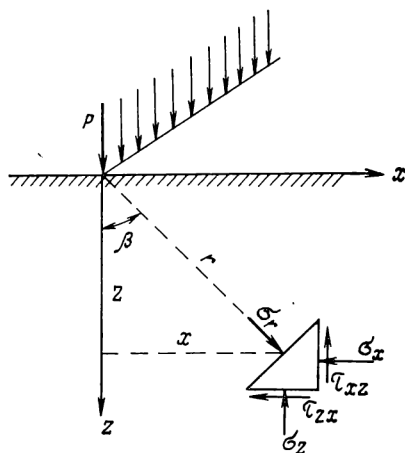


Рис. 1.14. Схема к определению напряжений от вертикальной сосредоточенной нагрузки, равномерно распределенной по прямой линии

ленной по круговой и кольцевой площадям. Формула для определения вертикальных напряжений в точках, расположенных на вертикали, проходящей через центр круга, имеет вид

$$\sigma_z = p(1 - \cos^2 \beta) - p \left\{ 1 - \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2} \right]^{\frac{3}{2}} \right\}, \quad (1.28)$$

где  $\beta$  — угол, образуемый вертикалью и прямой, соединяющей рассматриваемую точку с любой точкой на окружности радиусом  $r$ .

Вертикальные напряжения на той же вертикали от нагрузки, равномерно распределенной по кольцевой площади, находят как

разность  $\sigma_z$ , вычисленную для кругов, имеющих наружный и внутренний радиусы кольца.

Распределение напряжений в грунтах при действии полосовой нагрузки (плоская задача). Этот случай применим для сооружений, длина которых намного больше поперечных размеров, а также для подпорных стенок (рис. 1.14). Решение для этого случая получено Фламаном. Формулы для составляющих напряжений имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= -\frac{2p}{\pi} \frac{\cos^2 \beta}{r}; \\ \sigma_y &= -\frac{2p}{\pi} \frac{\sin^2 \beta \cos \beta}{r}; \\ \tau_{zx} &= -\frac{2p}{\pi} \frac{\sin \beta \cos^2 \beta}{r}, \end{aligned} \right\} \quad (1.29)$$

где  $p$  — сосредоточенная сила на единицу длины;  $\beta$  — угол, образуемый радиусом-вектором, проведенным из начала координат в рассматриваемую точку, и продолжением линии действия погонной нагрузки;  $r$  — расстояние от начала координат до рассматриваемой точки.

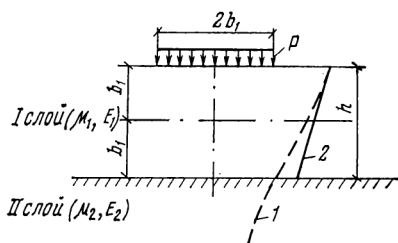


Рис. 1.15. Схематические эпюры вертикальных напряжений под центром прямоугольной площадки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой

1 — кривая, характеризующая распределение напряжений в однородном основании; 2 — то же, концентрацию напряжений

Концентрация напряжений. После определения напряжений в грунте можно перейти к вычислению вертикального и горизонтального давления на заглубленные сооружения, которое возникает от действия сосредоточенных сил или местных нагрузок, приложенных на поверхности земли. Все приведенные выше формулы не учитывают концентрацию напряжений, вызываемую жесткостью сооружения. Многочисленными экспериментами установлено, что фактические напряжения на контакте грунта и сооружения или слоя грунта, залегающего на несжимаемом основании,

больше, чем вычисленные по теории упругости. Увеличение напряжений принято называть концентрацией напряжений. Главнейшими причинами концентрации напряжений являются: неодинаковая жесткость грунта и сооружения, неоднородность грунта по глубине, различная деформативность грунта в вертикальном и горизонтальном направлениях. В общем случае неоднородность грунта может быть двух типов: непрерывная и разрывная. В первом случае непрерывно изменяются деформативные характеристики грунта по глубине вследствие возрастания его плотности в вышележащих слоях. Во втором случае наблюдается резкое изменение деформативных ха-

рактических грунтя, залегающего на несжимаемом основании — скале. Этот же случай характерен при резком различии жесткости грунтя и сооружения. Различная деформативность грунтя в вертикальном и горизонтальном направлениях — анизотропия — проявляется вследствие различной уплотняемости грунтя, извлекаемого из котлована при устройстве заглубленного сооружения.

Анализ, выполненный проф. Г. К. Клейном, показал, что с концентрацией напряжений вследствие непрерывной неоднородности грунтя можно не считаться.

Важной для практических целей является концентрация вследствие разрывной неоднородности — скальное основание и высокая жесткость сооружения. Проф. М. И. Горбунов-Посадов для определения вертикальных напряжений на граничной плоскости между однородным сжимаемым слоем грунтя и жестким основанием  $\sigma_z^H$  рекомендует следующую формулу [20]:

$$\sigma_z^H = K_z^H \frac{P}{z^2}, \quad (1.30)$$

где  $P$  — сосредоточенная сила на поверхности;  $z$  — глубина точки, в которой определяется напряжение;  $K_z^H$  — коэффициент, зависящий от глубины расположения точки, в которой определяется напряжение.

Подсчет по формуле (1.30) показывает, что наличие жесткого подстилающего слоя существенно увеличивает концентрацию напряжений на контакте слоя.

В табл. 1.5 [73] приведены значения  $\sigma_z/p$  на контакте с несжимаемым слоем в точках  $x = 0$  и  $y = 0$  под центром круговой и прямоугольной площадки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой  $p$  (рис. 1.15).

Таблица 1.5

$\frac{h}{b_1}$	Радиус круга $b_1$	Значения $\sigma_z/p$ для прямоугольника с				
		$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=\infty$
0	1	1	1	1	1	1
0,25	1,009	1,009	1,009	1,009	1,009	1,009
0,5	1,064	1,063	1,033	1,033	1,033	1,033
0,75	1,072	1,082	1,059	1,059	1,069	1,059
1	0,965	1,027	1,039	1,026	1,025	1,025
2	0,473	0,541	0,717	0,76	0,761	0,761
3	0,243	0,298	0,474	0,549	0,56	0,56
5	0,098	0,125	0,222	0,287	0,359	0,359

Эти же данные с известным приближением могут быть использованы и для учета концентрации при наличии жесткого сооружения, заглубленного в грунт. Если сооружение будет обладать полной неподвижностью, т. е. совершенно не будет перемещаться под действием давления грунтя, то коэффициент концентрации превышает единицу, т. е. давление на сооружение будет больше давления, вычисленного по всем приведенным выше формулам.

Для учета концентрации горизонтальных давлений на неподвижную жесткую вертикальную стенку или сооружение может быть использован способ зеркальных изображений, по которому давление должно быть удвоено [32]. Упругие смещения сооружения, вызываемые давлением грунта, уменьшают концентрацию напряжений. Поэтому значение коэффициента концентрации может быть уменьшено, а в отдельных случаях принято равным единице.

**Пример 1.** Построить объемную эпюру напряжений и вычислить ее равнодействующую для неподвижной вертикальной стенки шириной 1,5 м и глубиной 1 м, к которой вплотную приложена нагрузка, передающая на грунт силу 400 кН. Нагрузка приложена на площади прямоугольной формы размером 1 × 1 м. Расчет произвести для коэффициента Пуассона  $\mu = 0,3$ .

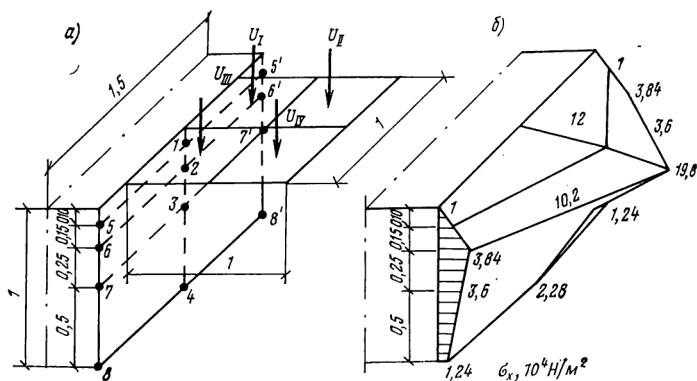


Рис. 1.16. Схема для вычисления горизонтального давления на вертикальную стену

*a* — разбивка нагружающей площади на элементарные площадки, размещение эквивалентных сил и точек, в которых вычисляются напряжения; *b* — суммарная объемная эпюра горизонтального давления на стену при  $\mu=0,3$

**Решение 1.** Разбиваем площадь приложения нагрузки на четыре прямоугольные площадки, в центре которых прикладываем эквивалентные силы, равные:

$$V_i = 400/4 = 100 \text{ кН.}$$

2. На вертикальной стенке отмечаем точки 1\*, в которых должны быть определены напряжения, и вычисляем соответствующие значения  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $R$  (рис. 1.16). Заметим, что крайние точки по вертикали расположены симметрично, а средняя лежит на оси симметрии всей системы.

3. Находим значения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  для каждой точки и каждой силы.

4. Определяем напряжения в каждой точке, умножая полученные напряжения на коэффициент концентрации, равный 2.

5. Вычисляем равнодействующую силу суммированием напряжений.

\* Число точек, в которых определяются напряжения, и число площадок принято минимальным для того, чтобы не загромождать книгу таблицами. В практических расчетах следует производить более мелкую разбивку.

Расчеты сводим в табл. 1.6, где приводятся окончательные значения горизонтальных напряжений.

Равнодействующая горизонтальных сдвигающих сил, определенная объемным суммированием напряжений, равна 93,2 кН.

Таблица 1.6

№ точек на рис. 1.16	z, м	$\frac{V_i}{z^2}, 10^4 \text{ Н/м}^2$	$\Sigma K_i = K_i^I + K_i^{II} +$ $+ K_i^{III} + K_i^{IV}$	$\sigma_{\Sigma} = \frac{V_i}{z^2} \Sigma K_i,$ $10^4 \text{ Н/м}^2$
1	0,1	1000	0,006	12
2	0,25	160	0,062	19,8
3	0,5	40	0,126	10,2
4	1	10	0,114	2,28
5	0,1	1000	0,0005	1
6	0,25	160	0,012	3,84
7	0,5	40	0,045	3,6
8	1	10	0,062	1,24

**Давление на сооружение от динамических нагрузок, приложенных на поверхности земли.** Часто при расчете заглубленных в грунт сооружений возникает необходимость в учете особых воздействий в виде сейсмических, взрывных и различных динамических нагрузок. Рассмотрим способы определения давления на сооружения, заглубленные в грунт, от таких нагрузок.

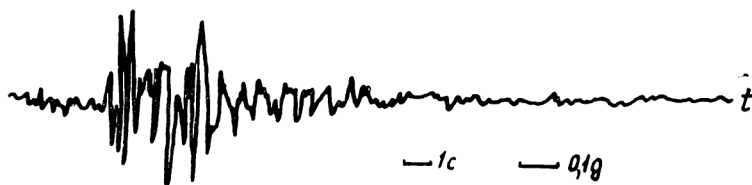


Рис. 1.17. Акселерограмма землетрясения силой 8 баллов

**Давление грунта на сооружения при сейсмических воздействиях.** При землетрясениях грунт испытывает колебательное движение, в результате которого заглубленные сооружения подвергаются сейсмическим нагрузкам и воздействиям. В основу теории сейсмостойкости сооружений положены законы сейсмических движений грунта, представленные в виде графиков ускорений колебаний грунта при землетрясении в функции времени, называемых акселерограммами. Акселерограмма землетрясения силой 8 баллов [45] представлена на рис. 1.17. Обработка акселерограмм показала, что им свойственны некоторые общие черты: продолжительность колебаний равна 10—40 с; вертикальная составляющая ускорений чаще имеет меньшие амплитуды, чем горизонтальная; начальный участок акселерограмм имеет меньшие



амплитуды по сравнению со средним и конечным, а наибольшие амплитуды ускорений характерны для среднего участка.

Сейсмическое движение грунта для среднего участка Ш. Г. Непетваридзе рекомендует представлять в виде упрощенных диаграмм кинематических элементов (рис. 1.18). При этом аналитические зависимости имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= A \left( \cos \frac{2\pi}{T} t - 1 \right) + A_1; \\ \dot{u}(t) &= -A \left( \frac{2\pi}{T} \sin \frac{2\pi}{T} t \right); \\ \ddot{u}(t) &= -A \frac{4\pi^2}{T^2} \cos \frac{2\pi}{T} t. \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

С. В. Медведевым и Б. К. Карапетяном на основе обработки имеющихся акселерограмм получены спектральные кривые записанных

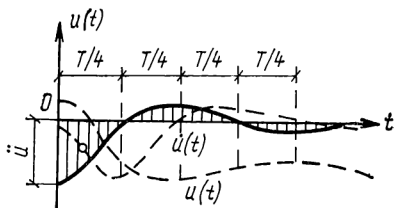


Рис. 1.18. Диаграмма движения грунта при сейсмических воздействиях по Ш. Г. Непетваридзе

землетрясений. Эти кривые позволили составить спектральные кривые ускорений вертикальных систем с одной степенью свободы и получить формулу для определения сейсмической нагрузки в какой-либо точке сооружения:

$$S_{ik} = Q_k k_c \beta_i \eta_{ik}, \quad (1.32)$$

где  $S_{ik}$  — сейсмическая сила;  $Q_k$  — нагрузка, вызывающая инерционную силу, принятая сосредоточенной в точке  $k$ ;  $k_c$  — коэффициент сейсмичности, равный отношению сейсмического ускорения грунта к ускорению силы тяжести;  $\beta_i$  — коэффициент динамичности, определяемый по рис. 1.19 [79];  $\eta_{ik}$  — коэффициент, зависящий от формы деформации сооружения при его свободных колебаниях и места приложения нагрузки.

Для жестких сооружений и подпорных стен расчет может производиться только с учетом первой формы колебаний. При этом коэффициент  $\eta_{ik}$  определяется по упрощенной формуле

$$\eta_{ik} = \frac{z_k \sum_{j=1}^n Q_j z_j}{\sum_{j=1}^n Q_j z_j}, \quad (1.33)$$

где  $z_k$  и  $z_j$  — расстояния между  $k$ -й и  $j$ -той точками, в которых приняты сосредоточенные массы сооружения, и центром колебаний.

Давление грунта при сейсмических воздействиях на сооружения, заглубленные в грунт, определяют с учетом сейсмической силы инерции  $S$ , вызванной давлением  $G$  сползающей призмы, по методам предельного равновесия. При этом сила инерции  $S$  находится по формуле

$$S = mj = \frac{G}{g} j = Gk_c, \quad (1.34)$$

где  $m$  — масса сползающей призмы;  $G$  — вес сползающей призмы;  $j$  — сейсмическое ускорение;  $g$  — ускорение свободного падения;  $k_c = j/g$  — коэффициент сейсмичности, зависящий от расчетной сейсмичности, выраженный в баллах: для 7 — 0,025, для 8 — 0,05, для 9 — 0,1.

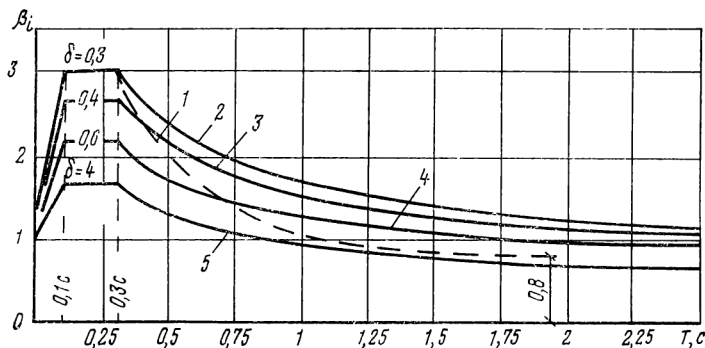


Рис. 1.19. Кривые для определения коэффициента динамичности

1 — для зданий с несущими стенами; 2 — для тонкостенных и башенных сооружений; 3 — для бетонных гидротехнических сооружений; 4 — для плотин из местных материалов; 5 — для подземных сооружений

Формулы для определения сейсмического давления грунта получены по методике предельных состояний Кулона и имеют следующий вид:

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \lambda_c, \quad (1.35)$$

где  $P$  — сейсмическое давление грунта;  $\gamma$  — объемная масса грунта;  $h$  — глубина заложения сооружения;  $\lambda_c$  — коэффициент активного сейсмического давления грунта.

Для горизонтальной поверхности грунта и вертикальных стенок сооружения коэффициент активного сейсмического давления грунта определяется по формуле

$$\begin{aligned} \lambda_c &= \left[ \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi + \omega}{2} \right) + k_c \right]^2 \cos \omega \approx \\ &\approx (1 + 2k_c \operatorname{tg} \varphi) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \end{aligned} \quad (1.36)$$

где  $\varphi$  — угол внутреннего трения грунта, определяемый с учетом сейсмического воздействия;  $k_c$  — коэффициент сейсмичности;  $\omega = \arctg k_c$ .

Для сооружений, соприкасающихся с грунтовой водой, необходимо учитывать дополнительное инерционное давление воды, определяемое по следующей формуле:

$$p_z = k_c \gamma_B z, \quad (1.37)$$

где  $\gamma_B$  — объемная масса воды;  $z$  — глубина воды относительно рассматриваемой точки.

Помимо рассмотренного метода определения сейсмического давления грунта на заглубленные сооружения в последнее время рассматриваются методы с привлечением аппарата теории упругости. Этой проблеме посвящены работы Ш. Г. Непетваридзе, А. В. Рухадзе, А. С. Гехмана (СССР), а также Н. Матуо и С. Охара (Япония).

Для упругой среды и плоских волн исходное дифференциальное уравнение имеет вид:

$$c_1^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_2^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k_c g \cos pt = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad (1.38)$$

$$\left. \begin{aligned} c_1^2 &= \frac{\lambda + 2G}{\rho}; \quad c_2^2 = \frac{G}{\rho}; \\ G &= \frac{E}{2(1+\mu)}, \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

где  $G$  — модуль сдвига среды;  $E$  — модуль упругости среды;  $k_c$  — коэффициент сейсмичности;  $\rho$  — плотность среды;  $\lambda$  — коэффициент Ляме, равный:

$$\lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}; \quad (1.40)$$

$p$  — частота вынужденных колебаний, равная:

$$p = \frac{2\pi}{T}, \quad (1.41)$$

$T$  — период колебаний;  $u$  — горизонтальное перемещение.

Н. Матуо, С. Охара и А. С. Гехманом выполнено решение уравнения (1.39). Формула для определения максимального сейсмического инерционного давления грунта на заглубленную стенку, полученная А. С. Гехманом, имеет вид:

$$\begin{aligned} p_x &= 4k_c \gamma \frac{c_1^2}{c_2^2} \sum \frac{1}{\left[ \frac{(2m+1)^2 \pi^2}{4h^2} - \frac{p^2}{c_2^2} \right] (2m+1) \pi} \times \\ &\times \sqrt{\frac{c_2^2}{c_1^2} \frac{(2m+1)^2 \pi^2}{4h^2} - \frac{p^2}{c_1^2}} \sin \frac{2m+1}{2h} \pi z, \end{aligned} \quad (1.42)$$

где  $\gamma$  — объемная масса грунта;  $h$  — глубина заложения сооружения;  $z$  — отметка, отсчитанная от подошвы сооружения.

Давление грунта на сооружения от взрывных нагрузок. Проектирование ряда сооружений связано с необходимостью их расчета на воздействие взрывных нагрузок.

Например, широко применяемые в народном хозяйстве взрывные работы часто производятся вблизи наземных и заглубленных сооружений. Ранее указывалось, что на карьерах и шахтах масса взрывааемых зарядов достигала 400 т, а в дальнейшем возрастет еще больше [44].

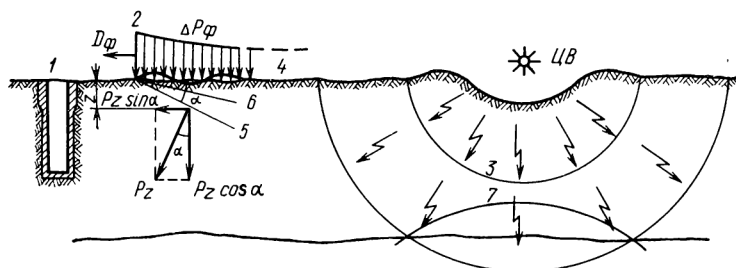


Рис. 1.20. Схема сил, действующих на заглубление в грунт сооружения [47]

1 — сооружение; 2 — воздушная ударная волна; 3 — прямая волна сжатия; 4 — поверхностная волна; 5 — продольная волна сжатия; 6 — поперечная волна сдвига; 7 — отраженная волна

В отечественной и иностранной литературе [47], [59], [53], [38] уделяется много внимания расчету заглубленных сооружений, устойчивых к действию специальных взрывов.

При наземном взрыве обычного и специального заряда поверхность земли подвергается воздействию огромного давления и от эпицентра взрыва распространяются сферические ударные волны в воздухе и прямые волны сжатия в грунте [47].

Воздушная ударная волна, распространяясь по поверхности земли, возбуждает поверхностные волны сжатия и разрежения. Поскольку скорость распространения волны в грунте отстает от скорости распространения фронта воздушной волны, в грунте возникают продольные и поперечные волны. При наличии подстилающих твердых пород на границах раздела слоев возникают отраженные волны (рис. 1.20). В результате воздействия сейсмовзрывных волн грунт подвергается интенсивным вертикальным и горизонтальным колебаниям, происходящим в относительно небольшой промежуток времени. На рис. 1.21 показаны характерные кривые вертикальных колебаний грунта и перегрузок при взрыве 50 000 кг тринитротолуола на расстоянии 69 м от центра взрыва [38].

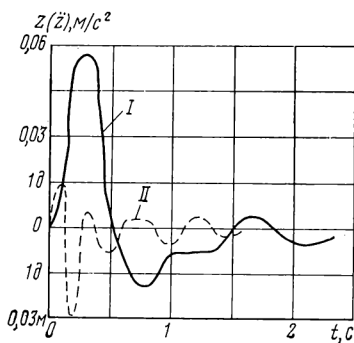


Рис. 1.21. Кривые, характеризующие колебания грунта

I — смещение; II — ускорение

Заглубленные сооружения при взрыве подвержены нагрузкам, связанным с воздействием волн сжатия и перемещением грунта. Движение грунта, вызванное прохождением взрывной волны, может привести к разрушению конструкций сооружения, оборудования, машин. Так как взрывные нагрузки могут разрушить заглубленные сооружения, необходимо уметь их определять и прочностные расчеты производить с их учетом. Разработке методики определения нагрузок от взрывных волн в грунтах посвящены работы Г. И. Покровского, Г. М. Ляхова, А. И. Ханукаева, С. С. Григорьяна, Г. В. Рыкова и других ученых.

Взрывные волны, распространяющиеся во все стороны от места взрыва, в зависимости от их интенсивности подразделяются на ударные волны и волны сжатия. Волны с постепенным нарастанием давления называются волнами сжатия (рис. 1.22, а), а волны с резким нарастанием давления — ударными (рис. 1.22, б).

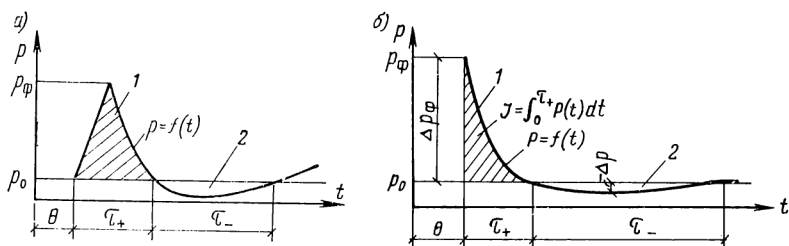


Рис. 1.22. Взрывные волны в грунтах

а — волна сжатия; б — ударная волна; 1, 2 — соответственно фаза сжатия и разрежения

Напряжения сжатия, действующие в направлении радиуса, исходящего из места взрыва, называют радиальными напряжениями сжатия  $R$  [52]. Для мягких нескальных грунтов значения максимальных радиальных напряжений определяются по формуле [52]

$$\sigma_R = \frac{Fk}{20} \frac{q}{R^3}, \quad (1.43)$$

где  $\sigma_R$  — максимальные радиальные напряжения,  $10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $F$  — коэффициент, учитывающий влияние глубины заложения заряда;  $k$  — коэффициент, учитывающий свойства грунта;  $R$  — расстояние от места взрыва, м;  $q$  — общая масса заряда, кг.

Радиус заряда, приведенного к сферической форме, м, равен:

$$R_0 = 0,05 \sqrt[3]{q}. \quad (1.44)$$

Ниже приведена зависимость  $F$  от  $W/R_0$  ( $W$  — глубина заложения заряда, м) для взрывчатых веществ средней мощности:

$W/R_0$	0	3	6	9	12 и больше
$F$ . . . . .	0,2	0,5	0,7	0,8	1

Значения коэффициента, учитывающего свойства грунта, могут быть следующими: для лёсса — 30 — 120; ила — 90 — 600, суглинка — 90—200, глины, не насыщенной и насыщенной водой, соответственно 700—1400 и 3500—10 000.

В скальных грунтах радиальные напряжения определяются по формуле, предложенной А. И. Ханукаевым:

$$\sigma_R = F \left( 2300 \frac{q}{R_3} - 1200 \frac{q^{\frac{2}{3}}}{R^2} + 350 \frac{q^{\frac{1}{3}}}{R} \right). \quad (1.45)$$

Время действия волны  $t$ , с, почти не зависит от расстояния. В твердых породах можно принять приближенно

$$t = \frac{\sqrt[3]{q}}{2000}. \quad (1.46)$$

Максимальная скорость смещения грунта  $v_R$ , м/с, равна:

$$v_R = \frac{1}{150} \sigma_R. \quad (1.47)$$

Смещения породы при прохождении взрывной волны приближенно можно определить по формуле

$$S_R = \frac{1}{2} v_R t. \quad (1.48)$$

Используя формулы (1.46) и (1.47), получим

$$S_R = F \left( \frac{1}{130} \frac{q}{R^3} - \frac{1}{250} \frac{q^{2/3}}{R^2} + \frac{1}{860} \frac{q^{1/3}}{R} \right). \quad (1.49)$$

Большие напряжения взрывных волн в грунтах при специальных взрывах не позволяют использовать для расчета положения классической сейсмологии.

При получении формул для определения перемещений и перегрузок в грунте при специальных взрывах используются теоретические исследования и экспериментальные данные. Исследования за рубежом в этой области выполнены Ньюмарком, Кардером, Клоудом и др. [38]. Скоростной профиль волны, принятый Ньюмарком при выводе расчетных формул, показан на рис. 1.23. Максимальные компоненты перемещений породы на некотором расстоянии от кратера в интервале избыточных давлений в воздухе 7—42 кг/см<sup>2</sup> для скальных грунтов (однородный гранит) Ньюмарк рекомендует определять по следующим формулам [38]:

$$d_v = 0,81 \omega^{0,83} R^{-15}; \quad (1.50)$$

$$a_v = 0,061 \omega^{0,83} R^{-3,5} c_L^2, \quad (1.51)$$

где  $d_v$  — вертикальное перемещение, см;  $\omega$  — мощность взрыва, Мт;  $R$  — расстояние, м;  $a_v$  — вертикальное ускорение, м/с<sup>2</sup>;  $c_L$  — сейсмическая скорость, м/с.

В скальных грунтах напряжения рекомендуется определять по формуле

$$\sigma_R = \frac{5,6 \cdot 10^6}{R^{1,5}}, \quad (1.52)$$

где  $\sigma_R$  — напряжения, кг/см<sup>2</sup>;  $R$  — расстояние от места взрыва, м.

Перемещение грунта, вызванное ударной волной в воздухе, действующей на поверхность, Ньюмарк рекомендует определять по формулам:

$$d_v = 3,55 \frac{P_{so}^{0,4} \omega^{0,33}}{G_L}; \quad (1.53)$$

$$a_v = 11,2 \frac{P_{so}}{z \left( 1 + \frac{z P_{so}^{0,6}}{294 \omega^{0,33}} \right)}, \quad (1.54)$$

где  $P_{so}$  — избыточное давление в воздухе, кг/см<sup>2</sup>;  $z$  — глубина расположения точки, м;  $d_v$ ,  $a_v$ ,  $\omega$  — то же, что в формулах (1.50) и (1.51).

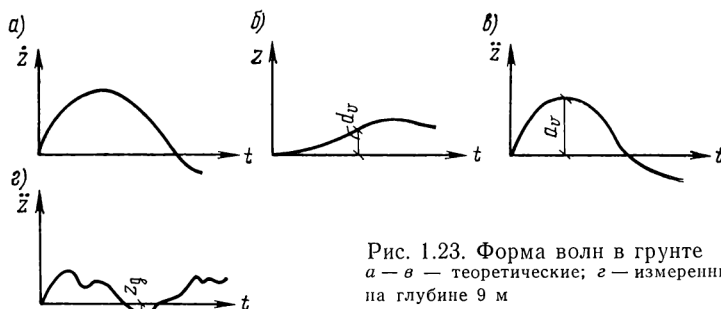


Рис. 1.23. Форма волн в грунте  
а — в — теоретические; г — измеренные  
на глубине 9 м

Максимальное давление в волне сжатия зависит от мощности специального взрыва  $q$ , избыточного давления  $\Delta p_\Phi$  и глубины  $z$ ; его находят по формуле [47]

$$p_z = \frac{\Delta p_\Phi}{1 + \frac{\Delta p_\Phi z}{1200 \sqrt[3]{q}}}, \quad (1.55)$$

где  $p_z$  — давление во фронте волны сжатия на глубине  $z$ , кгс/см<sup>2</sup>;  $q$  — тротиловый эквивалент специального заряда, Мт.

Избыточное давление во фронте воздушной ударной волны на любом расстоянии от центра воздушного взрыва определяется по [47]:

$$\Delta p_\Phi = 0,84 \frac{\sqrt[3]{q_{y.в}}}{R} + 2,7 \frac{\sqrt[3]{q_{y.в}^2}}{R^2} + 7 \frac{q_{y.в}}{R^3}, \quad (1.56)$$

где  $q_{y.в}$  — величина тротилового эквивалента по ударной волне;  $R$  — расстояние от центра взрыва до рассматриваемой точки.

Для определения избыточного давления во фронте воздушной ударной волны при наземном взрыве специального заряда в формуле (1.56) значения  $q_{y.в}$  необходимо удвоить, так как ударная волна в этом случае образуется в виде полусферы. Значение  $\Delta p_\phi$  при этих условиях определяется по формуле [47]

$$\Delta p_\phi = 1,06 \frac{\sqrt[3]{q_{y.в}}}{R} + 4,3 \frac{\sqrt[3]{q_{y.в}^2}}{R^2} + 14 \frac{q_{y.в}}{R^3}. \quad (1.57)$$

Скорость распространения фронта воздушной ударной волны равна [47]:

$$D_\phi = 340 \sqrt{1 + 0,83 \Delta p_\phi}. \quad (1.58)$$

Горизонтальное давление на вертикальную стену заглубленного в грунт сооружения (см. рис. 1.20) определяется выражением [47]

$$p_x = k_0 p_z (\sin \alpha + \xi \cos \alpha), \quad (1.59)$$

где  $\xi$  — коэффициент бокового давления;  $k_0$  — коэффициент отражения, учитывающий увеличение давления на стену при отражении волны сжатия.

Вертикальное давление, действующее на перекрытие сооружения, равно избыточному давлению во фронте проходящей воздушной волны.

Давление на сооружения от динамических нагрузок, действующих одновременно на значительную часть поверхности. Напряжения и нагрузки на любой глубине могут быть получены из рассмотрения продольных колебаний столба грунта. Решение подобной задачи рассматривалось в трудах Х. А. Рахматулина, С. С. Давыдова и др.

С. С. Давыдов [23] рассмотрел колебания столба грунта в упруго-пластической стадии от кратковременной нагрузки, возрастающей постепенно или мгновенно до максимальной величины и монотонно убывающей до нуля. Под воздействием этих нагрузок в столбе грунта возникает волна сжатия, вызывающая продольные колебания.

Для вывода расчетных формул, позволяющих определять напряжения в столбе грунта на любой глубине, рассматриваются продольные колебания столба грунта. Получено решение для однородного столба грунта, когда модуль сжатия постоянен, и для разнородного слоя грунта при переменном значении модуля сжатия по глубине массива. Дифференциальные уравнения движения для принятой расчетной схемы имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial x}; \\ \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{1}{\rho a_x^2} \frac{\partial \sigma}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (1.60)$$



Решение полученных квазилинейных гиперболических дифференциальных уравнений выполнено с помощью разрывных функций с использованием графического метода характеристик. На основании этого метода проф. С. С. Давыдовым определены эпюры напряжений в разнородном грунте для первого случая нагружения нагрузкой, мгновенно возрастающей до максимального значения

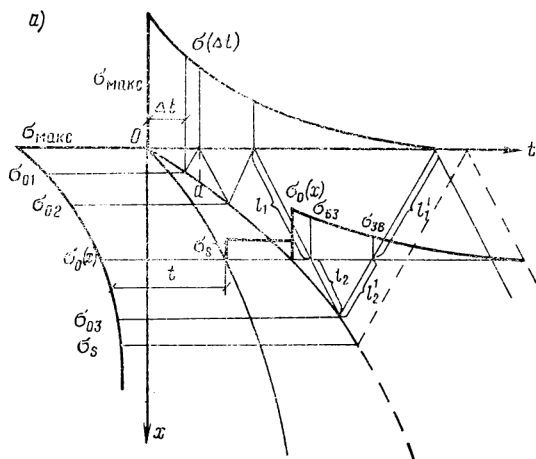
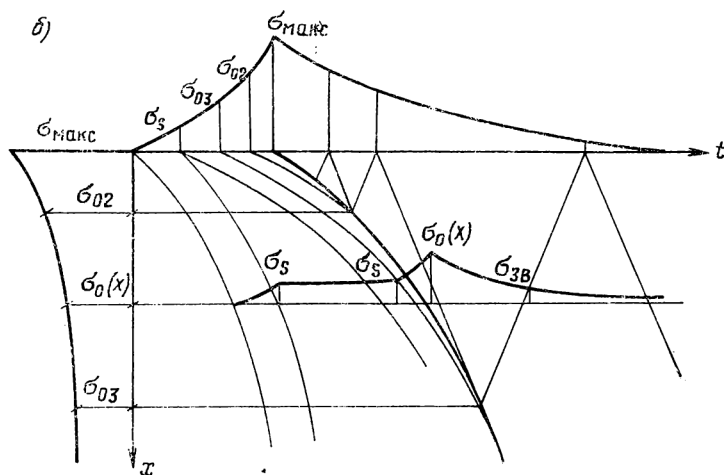


Рис. 1.24. Сетка характеристик в плоскости  $xt$  и эпюры напряжений в разнородном грунте по С. С. Давыдову  
а — случай 1; б — случай 2



и монотонно падающей до нуля, и для второго случая нагружения нагрузкой, постепенно возрастающей до максимума и монотонно убывающей до нуля (рис. 1.24, а, б). Значения максимальных напряжений для первого случая нагружения по глубине грунтового массива автор рекомендует определять по следующим формулам [23]:

$$\sigma_0(x) = \sigma(t) = \sigma_{\text{макс}} \left( 1 - \frac{t}{0,8} \right)^3, \quad (1.61)$$

где

$$t = \frac{1}{\Delta a} \ln \left( 1 + \frac{\Delta a}{a_n} x \right), \quad (1.62)$$

здесь  $\sigma_{\text{макс}}$  — максимальные напряжения на поверхности грунта;  $x$  — глубина от поверхности грунта до рассматриваемого сечения;  $\Delta a = (a_x - a_n)/x$  — приращение скорости распространения пластических деформаций;  $a_n$  — скорость распространения пластических деформаций на поверхности грунта;  $a_x$  — то же, на глубине  $x$ .

Выполненный анализ свидетельствует о необходимости учета разнородности грунта по глубине массива.

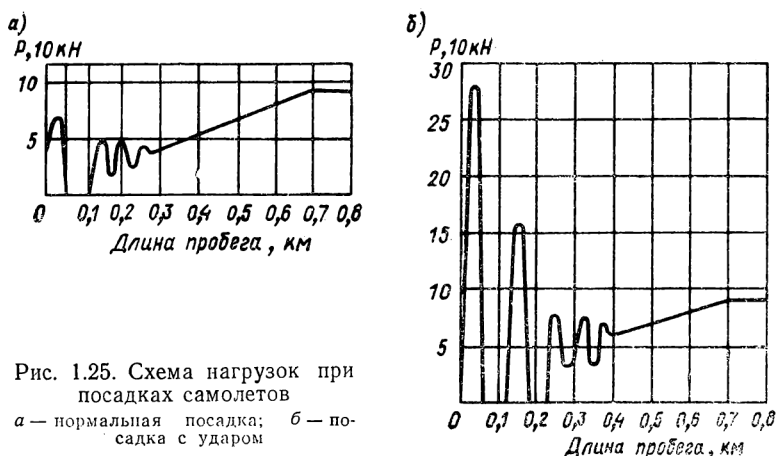


Рис. 1.25. Схема нагрузок при посадках самолетов  
а — нормальная посадка; б — посадка с ударом

Давление на сооружения от воздействия динамических самолетных нагрузок. При расчете заглубленных сооружений на аэродромах (туннели, колодцы специальных сетей и др.), а также конструкции покрытий необходимо определять динамические самолетные нагрузки. Динамическое действие самолетных нагрузок зависит от следующих основных факторов: 1) скорости движения самолета; 2) силовых перегрузок, возникающих при движении самолетов по покрытиям с естественными микронеровностями; 3) ударных нагрузок при посадках; 4) нагрузок от работающих двигателей самолетов на местах стоянки.

При посадках самолетов в момент касания колес самолета о покрытие происходит удар и нагрузки возрастают. Изменение давления колеса самолета на покрытие при посадках, по данным английских испытаний, проводившихся с самолетом «Москито», показано на рис. 1.25.

Теоретические исследования по определению динамических нагрузок при посадках самолетов, выполненные автором книги, и проделанные им вычисления для реальных случаев ударов при посадках самолетов показывают, что коэффициенты динамичности невелики и близки к единице. Это связано с кратковременностью воздействия самолетных нагрузок и влиянием упруговязких свойств грунта. Испытания покрытий на нагрузки от самолетов с работающими двигателями показали, что существенного увеличения нагрузок на покрытия не происходит.

Рассматривая вопрос о подвижной нагрузке при движении самолета (пробеге, разбеге, рулении), исследователи установили, что вследствие упруговязких свойств грунтов происходит замедленное

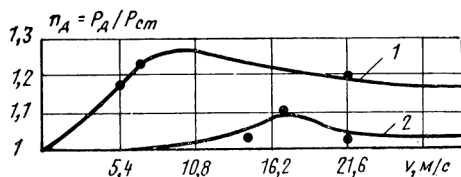


Рис. 1.26. Зависимость коэффициента динамичности при преодолении уступов и накатов от скорости движения самолета

1 — неровность в виде уступа; 2 — неровность в виде наплыва

развитие деформаций, и поэтому при движении самолетов по ровной поверхности покрытия динамичность воздействия нагрузки практически не сказывается, т. е. динамический коэффициент оказывается меньше единицы, убывая вместе с увеличением скорости движения. В действительности на поверхности покрытия всегда имеются микронеровности, от движения по которым возникают удары и колебания самолетов, а следовательно, возрастают и нагрузки. Микронеровности покрытий незакономерны и с течением времени могут менять свою величину, поэтому определение перегрузок чисто теоретическим путем весьма затруднено. Эта задача экспериментально исследована автором книги совместно с Ф. П. Шаровым и В. В. Горшковым. При испытаниях измеряли динамические усилия, возникающие при преодолении колесами самолета искусственных и естественных неровностей. Результаты испытаний показаны на рис. 1.26 [11]. На рисунке видно, что при движении самолета со скоростью 30—50 км/ч динамические нагрузки при преодолении уступов возрастают в среднем на 25%.

Таким образом, максимальные динамические нагрузки наблюдаются на тех участках покрытий, где скорость движения самолета сравнительно невелика. От увеличения скорости движения самолета динамический эффект убывает, что связано с развитием упруговязких свойств грунта и возрастанием подъемной силы самолета. К участкам с наибольшим динамическим воздействием самолетов следует отнести рулевые дорожки (РД) и концевые участки взлетно-посадочных полос (ВПП). Для средней части взлетно-посадочных полос коэффициенты динамичности не превышают 1, однако в отдельных случаях самолеты на этих участках могут двигаться и

с меньшими скоростями, поэтому принимать уменьшенное значение коэффициентов динамичности не рекомендуется.

Расчетную самолетную нагрузку с учетом ее динамического воздействия определяют по формуле

$$P = P_0 k_d, \quad (1.63)$$

где  $P$  — расчетная нагрузка;  $P_0$  — статическая нагрузка;  $k_d$  — коэффициент динамичности.

Для современных самолетов установлены расчетные коэффициенты динамичности (табл. 1.7).

Т а б л и ц а 1.7

Участки покрытий	Значения $k_d$ при внутреннем давлении в шинах колес, $10^6$ Па		
	10	10—15	15—20
Магистральные РД . . . . .	1,2	1,25	1,3
Вспомогательные РД, концевые участки ВПП . . . . .	1,1	1,15	1,2
Средняя часть ВПП . . . . .	1,1	1,1	1,1

**Коэффициент отражения.** При расчетах сооружений, заглубленных в грунт, на воздействие взрывных и динамических нагрузок расчетные нагрузки определяют с учетом отражения волн от конструкций сооружений. Расчетное давление  $\sigma$  находится с учетом коэффициента отражения

$$\sigma = k_{отр} \sigma_1, \quad (1.64)$$

где  $\sigma_1$  — давление в падающей волне;  $k_{отр}$  — коэффициент отражения.

Для определения коэффициента отражения необходимо рассмотреть условия динамического равновесия элемента границы слоя. Для случая, когда имеется податливая преграда, такая задача рассмотрена проф. А. П. Синицыным [66]. Уравнение движения на границе имеет вид

$$M \frac{d^2 u}{dt^2} + r_{11} u = \sigma_1 + \sigma_2, \quad (1.65)$$

где  $M$  — масса элемента границы слоя;  $u$  — перемещение границы слоя;  $r_{11}$  — единичная упругая реакция границы слоя;  $\sigma_2$  — давление в отраженной волне.

Для определения давления в отраженной волне рассмотрим условия на границе

$$v_1 + v_2 = \frac{du}{dt}, \quad (1.66)$$

где  $v_1$  — скорость частиц в падающей волне;  $v_2$  — то же, в отраженной волне;  $du/dt$  — скорость границы слоя.

Имея в виду, что  $v_1 = \sigma_1/\rho_0 c_0$ ;  $v_2 = -\sigma_2/\rho_0 c_0$  ( $c_0$  — скорость распространения продольных волн,  $\rho_0$  — плотность среды), получим

$$\frac{du}{dt} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\rho_0 c_0} \quad \text{и} \quad \sigma_2 = \sigma_1 - \rho_0 c_0 \frac{du}{dt}. \quad (1.67)$$

Подставляя выражение (1.67) в равенство (1.65) и решая уравнение (1.65), получим

$$\frac{du}{dt} = 2\sigma_1 e^{-\alpha t} \frac{1}{M\omega_1} \sin \omega_1 t, \quad (1.68)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{\rho_0 c_0}{M};$$

$$\omega^2 = \frac{r_{11}}{M}; \quad \omega_1 = \omega^2 - \alpha^2. \quad (1.69)$$

Расчетное давление на податливой преграде  $\sigma$  равно:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = 2\sigma_1 \left( 1 - 2 \frac{\alpha}{\omega_1} e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t \right). \quad (1.70)$$

Таким образом, с учетом податливости преграды или сооружения коэффициент отражения равен:

$$k_{\text{отр}} = \frac{\sigma}{\sigma_1} = 2 \left( 1 - 2 \frac{\alpha}{\omega_1} e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t \right). \quad (1.71)$$

Анализ формулы (1.71) показывает, что при учете податливости преграды или сооружения коэффициент отражения может быть больше 2. Если податливость преграды или сооружения не учитывать, т. е. принять условие, что граница является абсолютно жесткой, то  $\omega_1 = \infty$ .

Подставляя значение  $\omega_1$  в формулу (1.71), получим

$$k_{\text{отр}} = \frac{\sigma}{\sigma_1} = 2. \quad (1.72)$$

Таким образом, коэффициент отражения при абсолютно жесткой границе больше 2 быть не может.

При расчете заглубленных в грунт сооружений на воздействие взрывных и динамических нагрузок необходимо учитывать установленные коэффициенты отражения. Таким образом, расчетное давление, определенное с учетом коэффициента отражения, превышает давление в падающей волне в 2 и более раз. Это существенно сказывается при расчете параметров движения сооружения и расчетах конструкций на прочность.

### 3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗАГЛУБЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ С ГРУНТОМ

Особенность расчета заглубленных в грунт сооружений заключается в необходимости учета кроме активных сил от внешних воздействий реактивных сил грунта. Для определения этих сил необходимо знать механические показатели, характеризующие способность грунта сопротивляться действующим нагрузкам. Процессы деформации грунтов под нагрузкой чрезвычайно сложны и многообразны [27]. Н. Я. Денисов все виды деформаций в грунтах разделяет на четыре категории:

- 1) упругие деформации минеральных зерен грунта;
- 2) структурные деформации, связанные с изменением взаимного расположения зерен и сопровождающиеся изменением объема деформируемого грунта;
- 3) структурно-адсорбционные деформации, возникающие в результате изменения толщины водных пленок в контактах между зернами минералов, слагающих грунт;
- 4) псевдопластические деформации, происходящие в текучих глинистых грунтах без изменения объема и связанные с выпиранием и перемещениями частиц и их агрегатов, но не с пластическими деформациями самих минеральных зерен.

Подробный анализ деформации грунтов дан Н. А. Цытовичем, который разделяет все деформации в грунтах на остаточные и восстанавливающиеся. К восстанавливающимся относятся упругие и структурно-адсорбционные, а также деформации, связанные с упругим сжатием и расширением защемленного воздуха, к остаточным — структурные и псевдопластические деформации.

Точный учет природных механических свойств грунтов весьма затруднен. Обычно при расчете заглубленных в грунт сооружений приходится вводить некоторую схематизацию механических свойств грунтов путем замены природного грунта некоторой расчетной моделью, свойства которой известны. При выборе расчетной модели надо стремиться к тому, чтобы модель описывала механические свойства грунтов минимальным числом параметров, так как для столь неоднородной среды, как грунты, каждый параметр определяется приближенно как среднеинтегральная величина. Поэтому чем меньше параметров будет содержать принятая расчетная модель, тем меньше приближенных величин будет вводиться в расчет.

Наибольшее распространение в практике проектирования заглубленных в грунт сооружений получили две расчетные модели. Согласно первой, грунт рассматривается как упругая среда, согласно второй — как упругое линейно деформируемое полупространство.

Первая модель, основанная на гипотезе Винклера, имеет следующие допущения: сооружение и грунт связаны друг с другом в вертикальном и горизонтальном направлениях так, что всякие перемещения сооружения влекут за собой такие же перемещения

грунта в том же месте; величина перемещения грунта пропорциональна интенсивности нагрузки на него.

Схематически эта модель может быть представлена в виде ряда отдельных одинаковых пружин, установленных на жестком основании и работающих независимо одна от другой. Механические свойства грунта модели характеризуются одним параметром — коэффициентом пропорциональности, который принято называть коэффициентом постели. Поэтому эту модель обычно называют моделью грунта с коэффициентом постели. Коэффициент постели имеет единицу Н/м<sup>3</sup> и численно равен той нагрузке, которую необходимо приложить к единице площади грунта, чтобы создать единичную вертикальную или горизонтальную деформацию.

Зависимость между реакцией грунта и его перемещением выражается формулой:

$$p = c\omega, \quad (1.73)$$

где  $p$  — реакция грунта;  $c$  — коэффициент постели;  $\omega$  — перемещение грунта.

Основным недостатком модели с одним коэффициентом постели является то, что она не обладает свойством «распределять» нагрузку, тогда как опыт показывает, что поверхность грунта деформируется и за пределами загруженной части.

Свободной от указанного недостатка является вторая модель упругого полупространства, в которой грунт рассматривается как упругое изотропное твердое тело, а распределение деформаций на его поверхности принимается по гиперболическому закону Буссинеска.

Согласно этой модели грунт деформируется и за пределами нагруженной части. При этом деформации распространяются в стороны до бесконечности, постепенно затухая по мере удаления от нагруженной части. Механические свойства грунта характеризуются двумя параметрами: модулем упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\mu$ .

Деформации грунтов не являются в полной мере упругими. Существенная доля общей осадки грунта под нагрузкой не восстанавливается после полной разгрузки. Полная осадка грунта складывается из упругой и остаточной.

Характеристики упругих деформаций обычно учитывают в расчетах заглубленных в грунт сооружений на воздействие динамических нагрузок. Общие деформации используют при расчетах заглубленных сооружений под действием статических нагрузок и лишь в отдельных случаях — под действием динамических нагрузок.

Советскими учеными были предложены и другие модели, занимающие в отношении распределения деформаций грунта промежуточное положение между моделью с коэффициентом постели и моделью линейно-деформируемого полупространства.

М. М. Филоненко-Бородич предложил для грунтов «мембранную» и «ламинарную» модели. Мембранная модель состоит из ряда одинаково натянутых горизонтальных нитей, расположенных одна от другой на определенном расстоянии; пространство между нитями заполнено упругой средой, подчиняющейся гипотезе Винклера. Для пространственной модели нити заменяют нерастяжимыми мембранами. В ламинарной модели вместо нитей вводятся упругие стержни, вместо мембран — тонкие упругие пластинки.

П. Л. Пастернак предложил упругие характеристики грунтов описывать в интегральной форме двумя коэффициентами постели: коэффициентом сжатия  $c_1$ , связывающим интенсивность вертикального отпора грунта с осадкой по формуле (1.73), и коэффициентом сдвига  $c_2$ , который выражает интенсивность вертикальной силы сдвига в виде произведения  $c_2$  на производную осадки в соответствующем направлении. Силы сдвига появляются в грунтах вследствие сцепления и внутреннего трения между частицами грунта.

Модель с ядрами предложена Б. Г. Корневым, модель остаточно-деформируемого слоя конечной мощности, лежащего на поверхности упругого полупространства, рассмотрена А. П. Синицыным. Модель И. И. Черкасова и Г. К. Клейна отдельно учитывает упругие и остаточные деформации грунта, а модель И. Я. Штаермана разделяет деформации на местные и общие, при этом и те и другие считаются упругими. В модели И. А. Репникова упругое полупространство и жестко деформируемое основание Винклера рассматриваются работающими не последовательно, как у И. Я. Штаермана, А. П. Синицына и И. И. Черкасова, а параллельно. Для описания механических свойств грунтов при динамических нагрузках также применяют различные модели.

Большой вклад в разработку динамики грунтов внесли Х. А. Рахматулин, С. С. Давыдов, Д. Я. Сагомоян, Б. А. Олисов, С. С. Григорьян, Г. М. Ляхов, И. В. Зволинский, Г. И. Покровский, Г. В. Рыков. Механические свойства грунтов при динамических нагрузках в значительной степени зависят от количественного соотношения твердых, жидких и газообразных компонентов, слагающих грунт, особенностей напряженно-деформируемого состояния грунтов и характеризуются весьма различными и противоположными моделями в виде модели сплошного твердого тела и модели идеальной жидкости и газа. Модель сплошного твердого тела применяют для неводонасыщенных грунтов, модель идеальной жидкости — для водонасыщенных.

Имеются предложения о применении различных реологических моделей вязкой жидкости, обобщенной упруговязкой среды, упруговязкопластической среды, моделей многокомпонентной среды со скелетом, деформирующимся по законам упругого или упруго-пластического тела.

Из сказанного видно, что существует много различных моделей для описания механических свойств грунтов при воздействии статических и динамических нагрузок. Однако многие модели не по-



лучили достаточного экспериментального обоснования, необходимого развития и при расчете сооружений, заглубленных в грунт, практического применения не нашли.

Большинство моделей предусматривает линейную зависимость между напряжениями и деформациями в грунтах. Однако опытами установлено, что грунты в большинстве случаев — нелинейно-деформируемая среда, причем не только полные деформации грунтов являются нелинейными, но и их упругие составляющие.

На рис. 1.27 приведен график, полученный при полевом испытании лёссовидного суглинка жестким штампом диаметром 2,05 м [27]. При рассмотрении этого рисунка четко виден нелинейный характер деформации грунта под штампом.

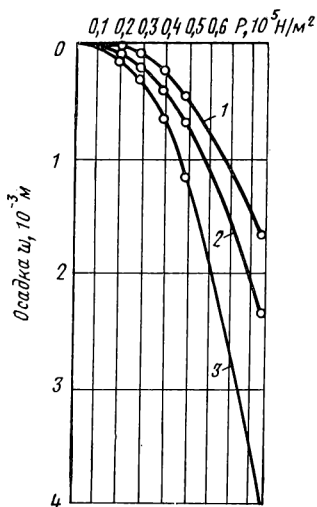


Рис. 1.27. Кривые деформации грунта под штампом

1, 2, 3 — деформации соответственно остаточная, упругая и полная

Модель нелинейно - деформируемой среды лучше отображала бы реальные свойства грунтов, чем две рассмотренные расчетные модели, которые являлись бы ее частными случаями. Однако такая модель была бы весьма сложной вследствие трудности получения необходимых решений, так как привела бы к чрезвычайному усложнению расчета. Различными авторами выдвигались практические предложения по учету нелинейной связи между напряжениями и деформациями в грунтах при расчетах заглубленных сооружений с применением модели линейно-деформируемой среды. В общем эти предложения рекомендуют принимать за расчетные те

значения модуля деформации или коэффициента постели грунта, которые будут соответствовать ожидаемому реактивному давлению или перемещению сооружения. Можно считать вполне оправданным применение модели линейно-деформируемой среды при расчете заглубленных сооружений с соответствующими практическими способами учета нелинейной связи между напряжениями и деформациями в грунтах.

Из рассмотренного анализа основных моделей можно сделать вывод, что основным вопросом, который позволял исследователям оказывать предпочтение одной модели по сравнению с другой, был вопрос о распределительных свойствах грунтов. Первая модель — модель Винклера — не учитывает эти свойства, вторая — модель линейно-деформируемого полупространства — приписывает грунтам значительные распределительные свойства.

С целью изучения распределительных свойств грунтов и установления расчетной модели, которая наиболее точно отображала

бы эти свойства, И. И. Черкасовым, Л. И. Манвеловым, Э. С. Бор-ташевичем и автором данной книги были проведены многочисленные испытания грунтов в их естественном состоянии в полевых условиях. Были испытаны пылеватые и лёссовидные суглинки, супеси и пылеватые супеси, пески пылеватые, мелко-, среднезернистые и гравелистые. Испытания проводили круглыми жесткими бетонными и металлическими штампами диаметром 0,5—2 м. При испытаниях измеряли осадки штампа и поверхности грунта за пределами штампа. Штампы устанавливали на поверхности грунта и на различных глубинах от поверхности. Комплекс испытаний был проведен на значительной территории европейской части Советского Союза.

Анализ результатов проведенных испытаний показывает, что деформированная поверхность состоит из участков сжатия, куда входит сжимаемая поверхность грунта под штампом и за его пределами. В результате всех проведенных испытаний установлено, что деформации поверхности грунта за пределами штампа очень быстро затухают, причем распространение этих деформаций зависит от характера грунта, его плотности, влажности, а также от диаметра штампа.

Чем плотнее грунт, тем больше зона распространения деформаций поверхности: при увеличении влажности грунтов уменьшается величина этой зоны. Характерные экспериментальные кривые деформаций поверхности грунта приведены на рис. 1.28 [27].

Достаточно хорошее приближение к экспериментальным кривым деформации поверхности грунта дает эмпирическая кривая, описываемая уравнением

$$w_x = w_0 e^{-\alpha x}, \quad (1.74)$$

где  $w_x$  — осадка точки поверхности грунта;  $w_0$  — осадка штампа;  $x$  — координата точки на поверхности грунта, отсчитанная от кромки штампа;  $\alpha$  — упругая характеристика грунта, определяемая опытным путем.

На рис. 1.28 наряду с экспериментальными кривыми деформации поверхности грунта приведены кривые осадки поверхности линейно-деформируемого полупространства, полученной по формуле К. Е. Егорова:

$$w_x = w_0 \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{r+x}, \quad (1.75)$$

где  $r$  — радиус штампа;  $w_x$ ,  $w_0$  — то же, что и в формуле (1.74).

Сравнивая экспериментальные кривые с теоретическими, можно сделать следующий вывод.

Во всех случаях кривые осадок поверхности грунтов, построенные на основе модели линейно-деформируемого полупространства, не дают удовлетворительной сходимости с результатами испытаний. Деформации поверхности на основе этой модели затухают очень медленно, в то время как действительные осадки поверхности грунта за пределами штампа затухают очень быстро в зоне, не превы-

шающей в основном диаметр штампа. Следовательно, модель линейно-деформируемого полупространства в применении к грунтам преувеличивает их распределительную способность. Модель грунта с коэффициентом постели более правильно отображает деформационные свойства грунтов. Однако как недостаток модели с коэффициентом постели отмечается, что последний зависит кроме характеристик грунта от размеров штампа и величины нагрузки на штамп. Однако рядом исследований установлено, что вследствие неоднородности грунта и его нелинейной деформируемости любой параметр,

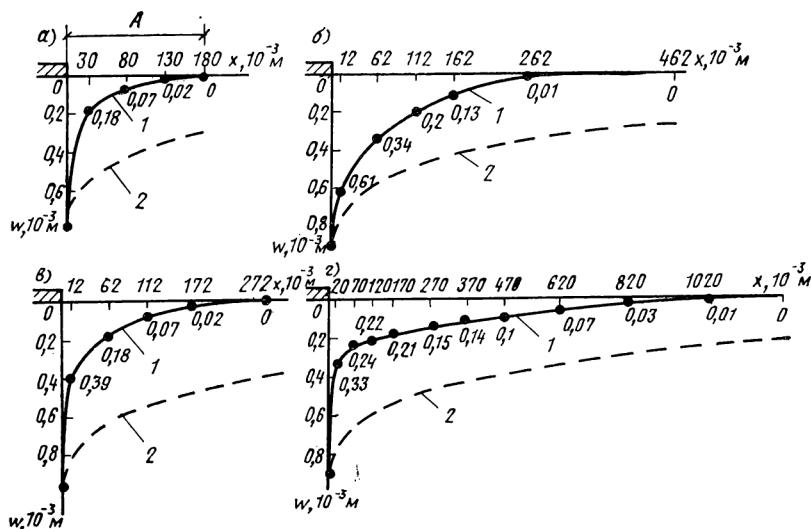


Рис. 1.28. Кривые деформации грунтов при установке штампов на поверхности  $\bar{a}$  — легкой супеси; б — пылеватого суглинка; в — гравелистого песка; г — мелкозернистого песка; 1 — экспериментальная кривая осадка поверхности; 2 — кривая по модели упругого полупространства

характеризующий механические свойства грунта (независимо от расчетной модели), также зависит от жесткости сооружения, величины действующей нагрузки и т. д.

В связи с изложенным при расчетах сооружений, заглубленных в грунт, используют в основном первую расчетную схему.

Учитывая сказанное выше, при исследовании взаимодействия заглубленных сооружений с грунтом и определении реактивных сил грунта будем рассматривать упругие основания Винклера двух видов:

1) упругое основание, реакции которого направлены обратно смещениям его поверхности; зависимость между реакцией основания и его смещением выражается формулой

$$\sigma = c'_z w, \quad (1.76)$$

где  $\sigma$  — реакция основания;  $c'_z$  — коэффициент постели;  $w$  — смещение грунта;

2) упругое основание, сопротивляющееся смещениям его поверхности как по нормали, так и по касательной к ней; реакции этого основания разлагаются на нормальные и касательные. Зависимость между нормальной составляющей реакции основания и его смещением выражается формулой (1.76); зависимость между касательной составляющей реакции основания и его смещениями по касательной к его поверхности выражается формулой

$$\tau = c'_x t, \quad (1.77)$$

где  $c'_x$  — коэффициент постели упругого основания, характеризующий сопротивляемость касательным смещениям;  $\tau$  — касательная составляющая реакции, направленная обратно смещению его поверхности;  $t$  — смещение грунта по касательной к его поверхности.

Обычно при определении реактивных сил грунта при расчете заглубленных сооружений рассматривается упругое основание первого вида.

Однако при решении некоторых задач, например при расчете сооружений, незначительно заглубленных в грунт и имеющих большую площадь подошвы, возникает необходимость рассматривать грунт как упругое основание второго вида.

Поэтому ниже рассматриваются решения для упругого основания обоих видов. Решение для упругого основания первого вида может быть получено как частный случай решения для упругого основания второго вида при условии  $c'_x = 0$ .

При расчетах сооружений, заглубленных в грунт, на воздействие динамических нагрузок рассмотрим кроме указанных моделей двух видов модель упруговязкой среды и модель упругопластической среды с упрочнением и без упрочнения.

#### 4. УСЛОВИЯ РАБОТЫ ЗАГЛУБЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ И ПРИНЦИПЫ ИХ РАСЧЕТА

Основной задачей при расчете сооружений, заглубленных в грунт, является обеспечение их прочности, устойчивости и таких деформаций, которые были бы не опасны для их эксплуатации. Условие прочности состоит в том, чтобы напряжения в грунте и любой части сооружения были меньше установленных нормами; условие устойчивости — в том, чтобы силы сопротивления были больше сил опрокидывания, и условие по деформативности — в том, чтобы действительные деформации были меньше допускаемых. Таким образом, чтобы удовлетворить трем отмеченным условиям, необходимо определить действующие напряжения, опрокидывающие и сдвигающие силы, а также ожидаемые деформации, для чего следует знать общую картину работы сооружения, заглубленного в грунт, под действием внешних сил и определить напряженное состояние грунта.

Рассмотрим условия работы сооружения глубокого заложения в форме параллелепипеда, характерной для многих заглубленных

в грунт сооружений. Работу сооружения неглубокого заложения можно рассматривать как частный случай работы сооружения глубокого заложения при условии, что реактивный отпор грунта по боковым граням или учитывается или отсутствует. Если на сооружение действуют горизонтальная и вертикальная силы  $P$  и  $V$ , а также момент  $M$ , то сооружение стремится повернуться вокруг некоторой точки, лежащей на глубине  $z_0$  от поверхности грунта, и сдвинуться по плоскости основания (рис. 1.29).

На заглубленную часть сооружения при этом действуют следующие силы: 1) вертикальное сопротивление грунта в подошве основания  $V_1$ ; 2) боковое сопротивление грунта по передней грани в верхней части сооружения  $P_1$ ; 3) боковое сопротивление грунта по задней грани в нижней части сооружения  $P_2$ ; 4) сила трения между основанием сооружения и грунтом  $T_3$ ; 5) сила трения между сооружениями и грунтом по передней грани  $T_1$ ; 6) сила трения между сооружением и грунтом по задней грани  $T_2$ . При динамическом воздействии дополнительно необходимо учитывать силы инерции сооружения и грунта.

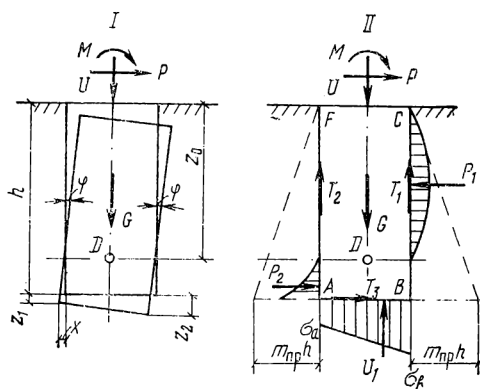


Рис. 1.29. Схема перемещения сооружения I и напряженного состояния грунта II при воздействии внешних сил

Общий характер перемещения сооружения и напряженное состояние грунта существенно зависят от значений внешних сил. Эпюры реактивных давлений по вертикальным граням и основанию сооружения при возрастании горизонтальной и вертикальной сил, а также момента последовательно развиваются по стадиям (рис. 1.30).

При небольших значениях внешних сил сопротивление грунта по вертикальным граням и основанию является упругим, эпюры грунта по вертикальным граням имеют криволинейное очертание, а по основанию эпюра реактивного давления имеет вид трапеции (рис. 1.30, а).

При возрастании внешних сил эпюра реактивного давления грунта по передней грани в верхней части сооружения может достичь предельного давления, ограниченного линией предельного сопротивления; одновременно возрастает вертикальное давление в основании сооружения  $\sigma_v$  (см. рис. 1.30, б).

В следующей стадии происходит ограничение реактивного давления по передней грани в верхней части сооружения линией предельного сопротивления грунта (см. рис. 1.30, в).

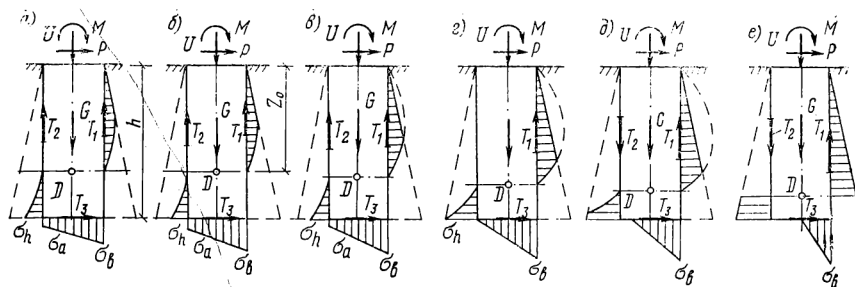


Рис. 1.30. Основные стадии изменения реактивного давления грунта на сооружение при возрастании внешних сил

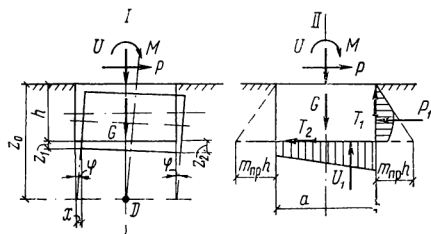
Дальнейшее возрастание внешних сил вызывает рост пластических деформаций; реактивное давление грунта по задней грани в нижней части сооружения достигает линии предельного сопротивления; реактивное давление в основании сооружения имеет вид треугольника (см. рис. 1.30, з).

В следующей стадии происходит дальнейший рост пластических деформаций; реактивные давления грунта по передней и задней граням сооружения ограничиваются линиями предельного сопротивления; в основании сооружения также развиваются пластические деформации, а треугольная эпюра реактивных давлений захватывает лишь некоторую часть основания (см. рис. 1.30, д).

Наконец, при максимальном значении внешних сил пластические деформации грунта развиваются по вертикальным граням и основанию сооружения; эпюры напряженного состояния грунта характеризуются заключительной предельной стадией, в которой криволинейная эпюра напряжений грунта по передней и задней граням сооружения выходит за пределы линии предельного сопротивления, а напряжение по подошве сооружения достигает также предельного сопротивления грунта (см. рис. 1.30, е).

Во всех рассмотренных стадиях напряженного состояния по вертикальным граням и подошве сооружения развиваются силы трения, которые в зависимости от характера напряженного состояния могут менять свое направление, а в отдельных случаях вообще исчезать. Применительно к развитию сил трения из рассмотренной

Рис. 1.31. Схема перемещения сооружения неглубокого заложения I и напряженного состояния грунта II при воздействии внешних сил



картины напряженного состояния грунта можно выделить всего три стадии.

В первой стадии направление сил трения сохраняется (см. рис. 1.30, *а—в*). Во второй стадии сила трения развивается только по передней грани (см. рис. 1.30, *г*). Наконец, в третьей стадии сила трения развивается и по задней грани сооружения, однако направление ее противоположно этой же силе в первой стадии (см. рис. 1.30, *д*).

Рассмотренные различные стадии напряженного состояния грунта, а также различное влияние сил трения определяют общий характер перемещения сооружения в грунте и в конечном счете его устойчивость и прочность под воздействием внешних сил.

Рассмотренная картина работы заглубленного сооружения принципиально не меняется и при динамическом воздействии нагрузки.

Необходимо отметить, что рассмотренные стадии напряженного состояния грунта характеризуют лишь один частный случай перемещения сооружения в грунте, когда центр вращения расположен выше подошвы сооружения. Могут наблюдаться и такие случаи перемещения сооружения в грунте, когда центр вращения расположен в плоскости подошвы сооружения и ниже ее (рис. 1.31).

Приведенная на рис. 1.31 схема перемещения сооружения и напряженное состояние грунта характерны для сооружений неглубокого заложения. В отличие от ранее рассмотренного случая на заглубленную часть сооружения в данном случае действуют лишь четыре силы: 1) вертикальное сопротивление грунта по подошве основания  $V_1$ ; 2) боковое сопротивление грунта по передней грани сооружения  $P_1$ ; 3) сила трения между основанием и грунтом  $T_2$ ; 4) сила трения между сооружением и грунтом по передней грани  $T_1$ .

Характер перемещения сооружения в грунте и стадии напряженного состояния зависят от значения внешних сил, размеров сооружения, значения сил трения и реактивных давлений, развивающихся по вертикальным граням и основанию. Решающее значение имеют значения реактивных давлений по вертикальным граням и основанию сооружения, а также сил трения. Их расчетные значения определяются характером стадии напряженного состояния грунта, в зависимости от которого все методы расчета заглубленных сооружений могут вестись: 1) с учетом упругой стадии работы грунта; 2) по предельным нагрузкам, соответствующим состоянию предельного равновесия. Методы расчета с учетом упругой стадии работы грунта позволяют определять характерные смещения сооружения при действии расчетной нагрузки. При определении реактивных давлений и сил трения грунт в этом случае рассматривается как упругое однородное или линейно-деформируемое тело.

Расчет по предельным нагрузкам предусматривает полное выворачивание сооружения из грунта. Допускаемые эксплуатационные нагрузки при таком методе расчета определяются с учетом принятых расчетных коэффициентов. Прочностные расчеты производятся обычным путем методами строительной механики.

# РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ, ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ, С УЧЕТОМ УПРУГОЙ ЗАДЕЛКИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

---

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Методика расчета заглубленных сооружений основывается на следующих положениях.

1. Под действием вертикальных и горизонтальных сил сооружение стремится сдвинуться по плоскости основания и повернуться вокруг некоторой точки, являющейся мгновенным центром вращения. Сдвигу сооружения препятствуют силы трения и сопротивление грунта, развивающиеся по основанию и передней вертикальной грани. Повороту сооружения противодействует сопротивление грунта, развивающееся по передней и задней граням и основанию.

2. Сопротивление грунта прямо пропорционально перемещению сооружения в данной точке. Грунт рассматривается как упругое основание Винклера первого и второго вида. Нарастание сопротивления грунта по глубине принимается пропорционально глубине.

3. Сооружение рассматривается как бесконечно жесткое, т. е. его деформации при расчете не учитываются. Для сооружений, обладающих конечной жесткостью, расчет дается самостоятельно.

4. Расположение мгновенного центра вращения не постоянно, как это принято в некоторых способах расчета, а определяется в результате расчета, так как от выбора основной расчетной схемы существенно зависят и результаты расчета. Принимая центр вращения в основании сооружения, заранее предопределяют отсутствие горизонтальных перемещений его подошвы; при допущении расположения центра вращения выше подошвы горизонтальные перемещения основания сооружения могут иметь только один определенный вид. Напряженное состояние по контактному поверхностям сооружения и грунта зависит в первую очередь от характера смещения сооружения. Поэтому общий характер перемещений сооружения при расчете с учетом упругой заделки в грунт имеет первостепенное значение.

Испытания показали, что положение центра вращения сооружения не постоянно и зависит от ряда факторов. Так, на основании обширных испытаний заглубленных фундаментов при воздействии горизонтальных сил канд. техн. наук И. Ф. Разореновым было установлено, что эпюры реактивного давления грунта по передней и задней граням фундамента зависят от качества грунта: в суглинке на-



блюдается плавное криволинейное очертание эпюры давлений, а в песке давление грунта почти пропорционально расстоянию от центра вращения. Центр вращения в этих опытах не выходил за пределы контура и был всегда выше плоскости его подошвы (рис. 2.1).

Автором данной книги были проведены испытания крупномасштабных моделей сооружений с размером в плане  $0,75 \times 0,75$  м, заглубленных в грунт по 1,7 м. Для измерения смещений моделей была применена система координатных шариков, жестко связанных

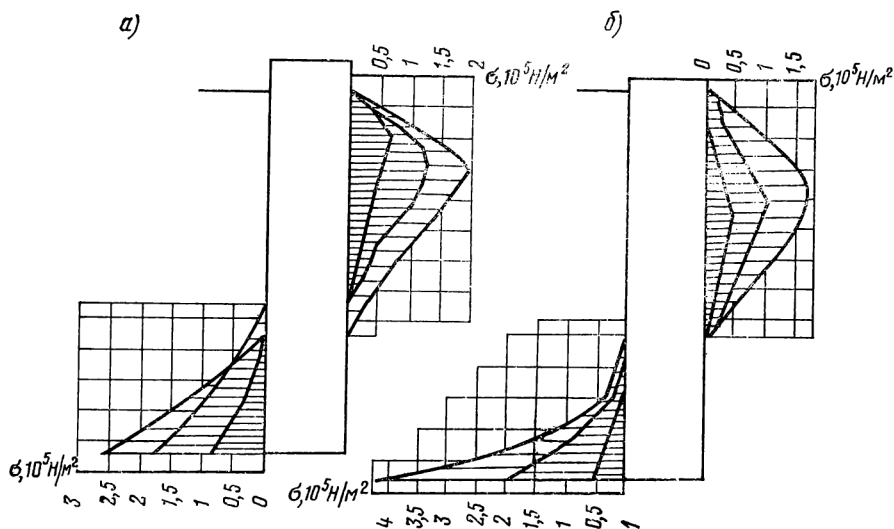


Рис. 2.1. Эпюры реактивного давления грунта для призматического фундамента в опытах И. Ф. Разоренова

а — в песке при  $H=5,65$  м,  $h=2,4$  м,  $b=0,3$  м; б — в суглинке при  $H=5,5$  м,  $h=2,5$  м,  $b=0,3$  м

с телом модели. Каждое смещение модели вызывало соответствующее перемещение шариков, которое определялось с помощью системы индикаторов часового типа, допускавшей измерения с точностью отсчета 0,01 мм. Индикаторы были расположены в трех взаимно перпендикулярных плоскостях на специальных жестких деревянных балках. На рис. 2.2 изображена принятая схема измерений и расположений координатных осей. Координаты центра вращения сооружения в грунте определялись на основании зафиксированных координат перемещения точек  $A(x_1, z_1)$  и  $B(x_2, z_2)$  по формулам:

$$\left. \begin{aligned} z_0 &= -\frac{x_1 z_2}{x_1 z_2 - x_2 z_1} (G-d) + \frac{x_1^2}{2z_1} + \frac{z_1}{2}; \\ x_0 &= \frac{c-d}{k_2 - k_1}; \\ c &= \frac{x_1^2}{2z_1} + \frac{z_1}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Таблица 2.1

Горизонтальная сила, кН	Значения осадок и смещений модели в точках (см. рис. 2.2), $10^{-3}$ м										Координаты центра вращения, м		Угол поворота модели $\varphi$ Ф
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$x_0$	$z_0$	
Опыт № 1:													
6 . . . . .	0,03	0	0	0,03	0	0,04	0,01	0	0,04	0,01	0,55	-2,2	0,000018
10 . . . . .	0,12	0	0	0,12	-0,01	0,11	0,03	0,01	0,11	0,03	0,52	-1,91	0,000058
15 . . . . .	0,18	0	0	0,18	-0,01	0,17	0,05	0,01	0,18	0,05	0,51	-1,78	0,000098
30 . . . . .	0,53	-0,02	0,03	0,57	-0,03	0,58	0,15	0,02	0,56	0,17	0,472	-1,69	0,00034
Опыт № 2:													
12 . . . . .	0,1	0	0	0,1	0	0,11	0,03	0	0,1	0,02	0,55	-2,31	0,000045
20 . . . . .	0,19	0	0	0,19	0	0,2	0,05	0	0,19	0,05	0,55	-2,14	0,000091
30 . . . . .	0,36	-0,01	0,03	0,38	-0,01	0,38	0,1	0	0,38	0,1	0,50	-1,91	0,000198
40 . . . . .	0,7	-0,06	0,04	0,71	-0,04	0,74	0,17	0	0,73	0,17	0,42	-1,81	0,000405

Примечание. Отрицательные знаки указывают на подъем модели.

где

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{x_2}{2z_2} + \frac{z_2}{2} + \frac{x_2}{z_2} a; \\ k_1 &= -\frac{x_1}{z_1}; \quad k_2 = -\frac{x_2}{z_2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

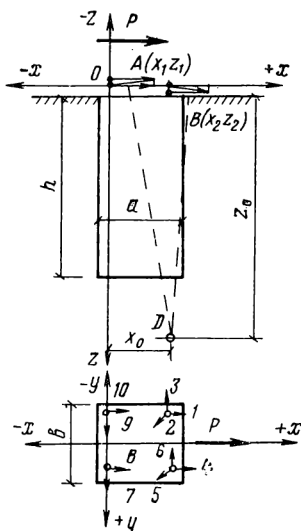


Рис. 2.2. Схема расстановки при испытаниях индикаторов часового типа 1—10

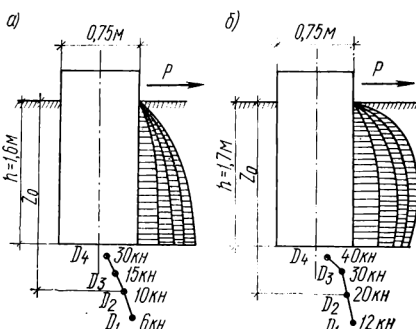


Рис. 2.3. Характер эюр реактивного давления грунта и положение центров вращения при испытании крупномасштабных моделей

а — в опыте № 5; б — в опыте № 8

Угол поворота фундамента вычислялся по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{m}{e}, \quad (2.3)$$

где

$$m = \sqrt{x_1^2 + z_1^2}; \quad e = \sqrt{x_0^2 + z_0^2}.$$

В табл. 2.1 приведены абсолютные значения осадок и смещений модели, на основании которых по приведенным выше формулам вычислены координаты центров вращений и углы поворота.

Помимо измерений смещений фундаментов в ряде опытов определялись формы эюр реакций грунта по вертикальным граням фундаментов путем непосредственного измерения интенсивности давления грунта по площади грани. Для этих целей был применен электронный измеритель напряжений с проволочными датчиками сопротивления. В результате опытов было установлено следующее. Зависимость между горизонтальной силой, приложенной к фундаменту, и горизонтальным смещением выражается кривой параболического вида, проходящей через начало координат и переходящей

в дальнейшем в прямую. В начале этой кривой может быть выделен прямолинейный участок, где наблюдается пропорциональность между силой и смещением. Протяженность этого участка мала, и максимальная сила в конце его составляет лишь небольшую долю предельной.

Положение центра вращения фундамента не постоянно. В начале приложения нагрузки для принятой схемы загрузки центр располагался несколько ниже подошвы фундамента, а по мере ее возрастания приближался к подошве (рис. 2.3). Эксперименты показывают, что положение центра вращения зависит от размеров сооружения, схемы приложения и величины нагрузок, механической прочности грунта.

На основании анализа экспериментов можно отметить, что методы расчета, основанные на допущении неизменности положения центра вращения, и следовательно, реактивных эпюр, практически не подтверждаются опытом. Лучшее экспериментальное подтверждение находят методы расчета, в которых характер реактивных эпюр и расположение центра вращения зависят от условий работы сооружения под нагрузкой. Поэтому можно считать, что именно эти методы расчета и должны применяться в практике проектирования.

## 2. РАСЧЕТ ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ С БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ

В большинстве случаев жесткость поперечного сечения сооружений, заглубленных в грунт, достаточно велика, а глубина сравнительно мала, что позволяет пренебрегать деформациями сооружения и рассматривать его как бесконечно жесткое. В «Технических условиях проектирования железнодорожных, автодорожных и дорожных мостов и труб» [75] принимается, что сооружение, заглубленное в грунт, представляет собой тело, жесткостью которого бесконечно велика по сравнению с жесткостью окружающего грунта в том случае, если удовлетворяется условие

$$\alpha h \leq 2,5; \quad \alpha = \sqrt[5]{\frac{mb_p}{EI}}, \quad (2.4)$$

где  $h$  — глубина заложения сооружения в грунте;  $EI$  — жесткость сооружения на изгиб;  $m$  — коэффициент пропорциональности, характеризующий изменение коэффициента постели с глубиной и принимаемый по нормам в зависимости от типа грунта, через толщу которого погружен фундамент (табл. 2.2);  $b_p$  — расчетная ширина сооружения, по которой учитывается горизонтальное давление грунта на его боковую поверхность, равная

$$b_p = k_\psi (b + 1), \quad (2.5)$$

здесь  $b$  — проекция сечения сооружения на плоскость, перпендикулярную плоскости действия сил;  $k_\psi$  — коэффициент, учитывающий очертание той части поверхности фундамента, которой он оказывает горизонтальное давление на грунт (для фундаментов призматической формы  $k_\psi = 1$ ).

Таблица 2.2

Грунт	Значение $m$ , кг/м <sup>4</sup> · 10 <sup>3</sup>
Текучепластичные глины и суглинки . . . . .	100
Мягкопластичные суглинки, супеси и глины, пылеватые и рыхлые пески . . . . .	200
Тугопластичные суглинки, супеси и глины, пески мелкие и средние . . . . .	400
Твердые суглинки, супеси и глины, крупные пески . . . . .	600
Пески гравелистые, грунты крупнообломочные . . . . .	1000

Из принятого допущения вытекает, что если сооружение вследствие упругих деформаций грунта получит некоторый бесконечно малый поворот, то боковые грани его наклонятся на тот же угол, что и основание. Перемещение сооружения из начального положе-

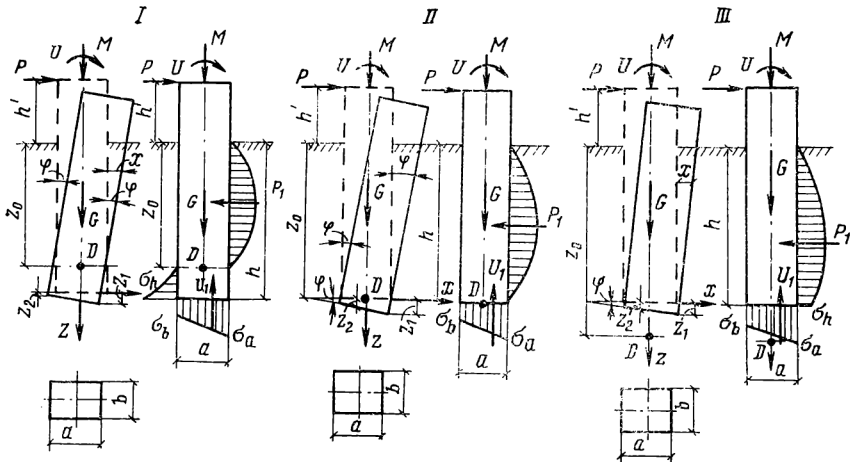


Рис. 2.4. Схемы перемещений сооружений и напряженного состояния грунта  
I — при  $z_0 < h$ ; II — при  $z_0 = h$ ; III — при  $z_0 > h$

ния в новое будем рассматривать как вращение его около определенного центра, называемого центром или полюсом вращения.

Будем различать три возможных расчетных случая смещения сооружения в грунте (рис. 2.4):

случай I — основание сооружения смещается в сторону, противоположную направлению горизонтальной силы; центр вращения расположен выше основания сооружения;

случай II — основание сооружения смещения не имеет; центр вращения расположен в плоскости основания;

случай III — основание сооружения смещается в сторону действия горизонтальной силы; центр вращения расположен ниже плоскости подошвы сооружения.

В дальнейшем при анализе расчетных формул покажем условия возможного применения перечисленных случаев расчета.

Вывод основных расчетных формул состоит в следующем. В состоянии установившегося равновесия на сооружение будут действовать такие активные силы и силы сопротивления грунта: внешние силы  $P$  и  $V$ , собственный вес сооружения  $G$ , равнодействующие нормальных слагающих интенсивности давления на грунт по боковым граням  $P_1$  и основанию сооружения  $V_1$ .

Для определения нормальной слагающей интенсивности давления в основании и боковых гранях сооружения воспользуемся известной линейной зависимостью между смещением и давлением. Грунт рассматривается как упругое основание Винклера первого рода. Нарастание коэффициента постели примем прямо пропорциональным глубине. Указанные предпосылки дают параболическую эпюру реакций по глубине сооружения и приводят к линейному закону распределения опорной реакции по основанию.

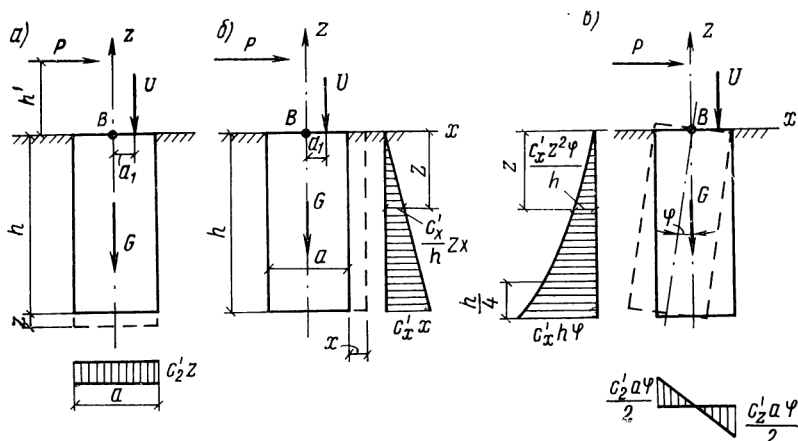


Рис. 2.5. Расчетные схемы вертикального  $a$ , горизонтального  $b$  и углового  $c$  перемещения сооружения под действием внешних сил

Применяя принцип независимости действия сил, как это сделано В. В. Синельниковым и Г. К. Клейном, рассмотрим влияние вертикального, горизонтального и углового перемещений сооружения и определим реакции по основанию и вертикальным граням сооружения отдельно. При вертикальном перемещении сооружения на величину  $z$  в основании возникает равномерно распределенная реакция (рис. 2.5,  $a$ )  $c'_2 z$  (где  $c'_2$  — коэффициент постели на уровне основания сооружения по вертикали). Равнодействующая этой реакции составляет  $c'_2 z a b$ .

При горизонтальном перемещении сооружения по боковой грани справа возникает реакция, интенсивность которой по глубине распределена по закону треугольника (рис. 2.5,  $b$ ). Реактивное давление на глубине  $z$  от поверхности составляет  $c'_x z x / h$  (где  $c'_x$  — коэф-

фициент постели на уровне основания сооружения при горизонтальной нагрузке). Равнодействующая этого давления равна  $(c'_x h b)/2$ . Момент равнодействующей относительно точки  $B$  составляет:

$$\frac{c'_x h}{2} b \frac{2}{3} h = \frac{c'_x h^2}{3} x b. \quad (2.6)$$

При повороте сооружения вокруг точки  $B$  на угол  $\varphi$  на левой грани реактивное давление распределяется по закону параболы. Равнодействующая этого давления равна:

$$\int_0^h c'_x \frac{z}{h} b \varphi dz = c'_x \frac{h^2 \varphi}{3} b. \quad (2.7)$$

Момент равнодействующей относительно точки  $B$  составляет:

$$\frac{c'_x h^2 \varphi}{3} b \frac{3}{4} h = c'_x \frac{h^3 \varphi}{4} b. \quad (2.8)$$

Эпюра реакций по подошве сооружения имеет вид двух треугольников с максимальными ординатами  $\pm (c'_z a \varphi)/2$  (рис. 2.5,  $\theta$ ).

Уравнения равновесия с учетом установленных зависимостей можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } \Sigma Z = 0 \\ \text{при } \Sigma X = 0 \\ \text{при } \Sigma M_B = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} V + G - c'_z a z b = 0; \\ P - b \frac{c'_x h}{2} x + b \frac{c'_x h^2}{3} \varphi = 0; \\ Ph' + Va_1 + b \frac{c'_x h^2}{3} x - b \left( \frac{c'_z a^3}{12} + \frac{c'_x h^3}{4} \right) \varphi = 0. \end{array} \quad (2.9)$$

В результате решения системы этих уравнений определяем неизвестные перемещения:

$$z = \frac{G + V}{c'_z a b}; \quad (2.10)$$

$$x = \frac{2P}{c'_x h b} + \frac{8h [(2h + 3h') P + 3Va_1]}{bc'_z \left( 3a^3 + \frac{c'_x}{c'_z} h^3 \right)}; \quad (2.11)$$

$$\varphi = \frac{12 [P (2h + 3h') + 3Va_1]}{bc'_z \left( 3a^3 + \frac{c'_x}{c'_z} h^3 \right)}. \quad (2.12)$$

На основании формул (2.10)—(2.12) можно определить напряжения по подошве сооружения и по боковым граням.

Краевые напряжения в основании сооружения равны:

$$\sigma_{\text{макс}}^{\text{мин}} = \frac{G+V}{ab} \pm \frac{6 [Pa (2h+3h') + 3Vaa_1]}{\left( 3a^3 + \frac{c'_x}{c'_z} h^3 \right) b} . \quad (2.13)$$

Интенсивность реакции по глубине  $z$  от поверхности составит:

$$g_z = \frac{c'_x z}{h} (z\varphi - x) . \quad (2.14)$$

Приравняв нулю выражение (2.14), можно определить расположение центра вращения и общий характер смещения сооружения в грунте:

$$z_0 = \frac{x}{\varphi} = \frac{2}{3} h + \frac{3a^3 + \frac{c'_x}{c'_z} h^3}{6 \frac{c'_x}{c'_z} h \left[ (2h+3h') + 3 \frac{V}{P} a_1 \right]} . \quad (2.15)$$

Устойчивость заглубленных сооружений обеспечивается в том случае, когда наибольшие давления на грунт по вертикальным граням и подошве сооружения не превышают следующих величин:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\text{макс}} &\leq 1,2R^H; \\ \sigma_{z_0/2} &\leq \frac{m_0 \theta h}{2} ; \sigma_h \leq m_0 h; \\ m_0 &= \gamma_0 \frac{4 \operatorname{tg} \varphi^H}{\cos \varphi^H} ; \theta = \frac{z_0}{h} , \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

где  $\gamma_0$  — нормативная объемная масса грунта;  $\varphi^H$  — нормативный угол внутреннего трения;  $R^H$  — нормативное давление на основание.

В дополнение к рассмотренной методике можно учитывать в расчете коэффициенты постели, характеризующие сдвиг сооружения по основанию и боковым граням. В этом случае грунт рассматривается как упругое основание Винклера второго рода. Этому вопросу посвящены исследования И. П. Прокофьева, Л. М. Емельянова, В. А. Киселева, А. А. Хачатурова и др.

Соппротивление грунта вертикальным и горизонтальным смещениям будет зависеть от следующих коэффициентов постели [37]: 1) на глубине  $h$  по вертикальному направлению  $c'_z$ ; 2) на глубине  $h$  по боковым граням сооружения по горизонтальному направлению  $c'_{xh} = \beta c'_z$ ; 3) характеризующего сдвиг основания сооружения по горизонтальному направлению  $c_\tau = \beta_2 c'_z$ ; 4) характеризующего сдвиг по боковым граням сооружения в вертикальном направлении  $c'_\tau = \beta_3 c'_{xh}$ .



Рассмотрим заглубленное в грунт сооружение, нагруженное в вертикальной плоскости его симметрии вертикальной силой  $V$ , горизонтальной силой  $P$  и моментом  $M$  (рис. 2.6). Длину сооружения обозначим  $b$ . Под действием внешних сил сооружение повернется вокруг мгновенного центра вращения, расположенного в точке  $O'$ , на угол  $\varphi$ .

Интенсивность нормальных напряжений по боковым граням и подошве сооружения определяется выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= c'_{xz} \Delta x = c'_{xz} (z_0 - z) \varphi; \\ \sigma_z &= c'_z \Delta z = c'_z x \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Как и в первом случае примем, что нарастание сопротивляемости грунта пропорционально глубине  $z$ :

$$c'_{xz} = c'_{xh} \frac{z}{h}. \quad (2.18)$$

Подставляя выражение (2.18) в уравнения (2.17), имеем

$$\sigma_x = \frac{\beta_1 c'_z}{h} z (z_0 - z) \varphi. \quad (2.19)$$

Обозначая

$$m = \frac{\beta_1 c'_z}{h} \varphi z_0, \quad (2.20)$$

Рис. 2.6. Расчетная схема напряженного состояния грунта (по В. А. Киселеву)

получим

$$\sigma_x = \frac{mz}{z_0} (z_0 - z). \quad (2.21)$$

Принимая закон распределения напряжений грунта под подошвой сооружения, как и в первом случае, прямолинейным, получим

$$\sigma_z = \frac{mh}{\beta_1 z_0} x. \quad (2.22)$$

Касательные напряжения, развивающиеся по основанию и боковым граням сооружения, прямо пропорциональны касательным перемещениям и определяются выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \tau_n &= (h - z_0) \varphi \beta_2 c'_z = \beta_2 \frac{mh}{\beta_1 z_0} (h - z_0); \\ \tau_1 &= x_0 \varphi \beta_3 c'_{xz} = x_0 \varphi \beta_3 \beta_1 \frac{c'_z}{h} z = \beta_3 \frac{mz}{z_0} x_0; \\ \tau_2 &= (x_0 + a) \varphi \beta_3 c'_{xz} = \beta_3 \frac{mz}{z_0} (x_0 + a). \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Для определения неизвестных величин  $m$ ,  $x_0$  и  $z_0$  составим условия равновесия сил, действующих на сооружение:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma x &= P - \int_0^h \sigma_x b dz + \int_{x_0}^{x_0+a} \tau_n b dx = 0; \\ \Sigma y &= V + G - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} ab - \int_0^h (\tau_1 + \tau_2) b dz = 0; \\ \Sigma M_c &= -M + \int_0^h \sigma_x b (h-z) dz + (\sigma_2 - \sigma_1) \frac{a}{2} \frac{a}{6} b + \\ &+ \int_0^h (\tau_2 - \tau_1) b \frac{a}{2} dy = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Решение уравнений (2.24) при  $\bar{P} = (P/b)$ ;  $\bar{M} = (M/b)$ ;  $\bar{V} = (V/b)$ ;  $\bar{G} = G/b$ ;  $y = a/h$  получено проф. В. А. Киселевым [37]:

$$z_0 = h \frac{2 + 6\beta_2 \frac{y}{\beta_1}}{3 + 6\beta_2 \frac{y}{\beta_1} - 6 \frac{\bar{P}}{mh^2}}; \quad (2.25)$$

$$x_0 = \frac{(\bar{V} + \bar{G}) Z_0}{\frac{mh}{\beta_1} (a + \beta_1 \beta_3 h)} - \frac{a}{2}; \quad (2.26)$$

$$m = \frac{6\bar{P}h (3\beta_1 + 12\beta_2 y + y^3 + 3\beta_3 \beta_1 y^2) + 24 \bar{M} (\beta_1 + 3\beta_2 y)}{h^3 (\beta_1 + 6\beta_2 y) + a^3 \left( 3 + \frac{6\beta_2 y}{\beta_1} + 9\beta_3 \beta_1 \frac{h}{2} + 18\beta_3 \beta_2 \right)}. \quad (2.27)$$

После вычисления  $z_0$ ,  $x_0$ ,  $m$  можно определить и основные расчетные величины по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{mh}{\beta_1 z_0} x_0; & \sigma_2 &= \frac{mh}{\beta_1 z_0} (x_0 + a); \\ \sigma_x &= \frac{mz}{z_0} (z_0 - z). \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

В полученных формулах учитывают все виды реактивных сопротивлений окружающего сооружения грунта.

Если не учитывать касательные силы по боковым граням сооружения ( $\beta_3 = 0$ ), то расчетные формулы примут вид:

$$z_0 = h \frac{2 + 6\beta_2 \frac{y}{\beta_1}}{3 + 6\beta_2 \frac{y}{\beta_1} - 6 \frac{\bar{P}}{mh^2}}; \quad (2.29)$$

$$x_0 = \frac{(\bar{V} + \bar{G}) z_0}{\frac{mha}{\beta_1}} - \frac{a}{2}; \quad (2.30)$$

$$m = \frac{6\bar{P}h(3\beta_1 + 12\beta_2 y + y^3) + 24\bar{M}(\beta_1 + 3\beta_2 y)}{h^3(\beta_1 + 6\beta_2 y) + a^3 \left( 3 + \frac{6\beta_2 y}{\beta_1} \right)}. \quad (2.31)$$

Устойчивость заглубленного сооружения обеспечивается в том случае, когда соблюдаются условия (2.16).

После вычисления расчетных напряжений можно определить изгибающие моменты  $M_z$  и поперечные силы  $Q_z$ , действующие в поперечных (горизонтальных) сечениях сооружения на разных глубинах  $z$ , по формулам:

$$\begin{aligned} M_z &= M + Pz - \int_0^z \sigma_{x_1} b (z - z_1) dz_1; \\ Q_z &= P - b \int_0^z \sigma_{x_1} b dz_1. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Производя необходимые преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} M_z &= M + Pz - \frac{bc'_x \varphi}{6h} \left( z_0 z^3 - \frac{z^4}{2} \right); \\ Q_z &= P - \frac{bc'_x \varphi}{h} \left( \frac{z_0 z^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

Угол поворота сооружения определяется по формуле

$$\varphi = \frac{\sigma_4}{c'_{x,h} (h - z_0)}. \quad (2.34)$$

Закончим рассмотрение методов расчета заглубленных сооружений, жесткость которых бесконечно велика, анализом, характеризующим общую картину смещений сооружений в грунте.

Для определения положения центра вращения сооружения воспользуемся формулой (2.15). Как следует из данной формулы, положение центра вращения зависит от соотношения упругих характеристик грунта  $c'_x/c'_z$ , размеров сооружения  $a$  и  $h$ , а также плеч горизонтальной и вертикальной сил  $h'$  и  $a_1$ .

Высказанные выше соображения о трех различных положениях центра вращения массива могут быть представлены в виде следующих равенств, полученных из выражения (2.15):

для случая (центр вращения выше подошвы)

$$\frac{3a^3 + \frac{c'_x}{c'_z} h^3}{6 \frac{c'_x}{c'_z} h \left[ (2h + 3h') + 3 \frac{V}{P} a_1 \right]} < \frac{1}{3} h; \quad (2.35)$$

для случая II (центр вращения на уровне подошвы)

$$\frac{3a^3 + \frac{c'_x}{c'_z} h^3}{6 \frac{c'_x}{c'_z} h \left[ (2h + 3h') + 3 \frac{V}{P} a_1 \right]} = \frac{1}{3} h; \quad (2.36)$$

для случая III (центр вращения ниже подошвы)

$$\frac{3a^3 + \frac{c'_x}{c'_z} h^3}{6 \frac{c'_x}{c'_z} h \left[ (2h + 3h') + 3 \frac{V}{P} a_1 \right]} > \frac{1}{3} h. \quad (2.37)$$

Анализ показывает, что первостепенное значение для расположения центра вращения имеют размеры сооружения и соотношение упругих характеристик грунта.

Зависимость влияния соотношения упругих характеристик грунта на конечные результаты расчета от отношения  $c'_x/c'_z$  показана на рис. 2.7, а кривыми максимальных напряжений в основании сооружения, которое нагружено единичными вертикальными и горизонтальными силами, приложенными на уровне поверхности земли.

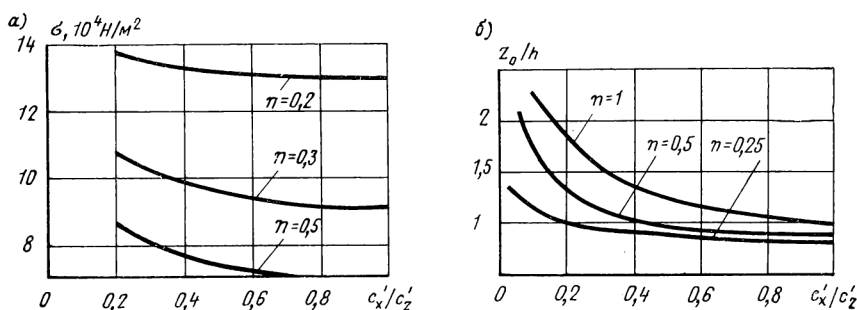


Рис. 2.7. Зависимость напряжений  $\sigma$  в основании сооружения от отношения  $c'_x/c'_z$  ( $a=b=1$ ,  $n=a/h$ ) — а и положения центра вращения сооружения от отношения ( $c'_x/c'_z$ ) — б

Как видно из рассмотрения этих кривых, отношение  $c'_x/c'_z$  существенно влияет на величину напряжений в основании сооружений. Кроме того, величина этого отношения в значительной мере определяет абсолютную величину смещения сооружения, так как

при разных значениях отношения  $c'_x/c'_z$  общая картина перемещений сооружения может быть различна. На рис. 2.7, б показаны кривые, характеризующие положение центра вращения в зависимости от соотношения упругих характеристик грунта для сооружения, нагруженного внешними силами, как и на рис. 2.7, а. Как видно, отношение  $c'_x/c'_z$  существенно влияет на положение центра вращения. При определенных размерах сооружения ( $n = a/h = 0,5 \dots 0,75$ ) значение этого отношения определяет характер расчетной схемы и может привести к ее коренному изменению. При малых значениях отношения  $c'_x/c'_z$  центр вращения может оказаться ниже подошвы сооружения (расчетный случай III), что невозможно при обычно применяемых в расчетах значениях  $c'_x/c'_z = 0,5 \dots 1$ . Поэтому вопрос правильного определения значения этого отношения имеет первостепенное значение. Во всех случаях следует стремиться расчетные коэффициенты  $c'_x$  и  $c'_z$  устанавливать непосредственно на основании результатов испытаний грунтов на строительной площадке. Достоверность расчета определяется в первую очередь надежностью параметров грунта, входящих в расчетные формулы.

### 3. РАСЧЕТ ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ И ИХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНЕЧНОЙ ЖЕСТКОСТИ

**Расчет сооружения глубокого заложения.** Рассмотрим метод расчета сооружений, обладающих конечной жесткостью, для которых удовлетворяется условие  $\alpha h > 2,5$ .

Подобный метод находит применение при расчете столбчатых фундаментов из оболочек на эксплуатационную нагрузку. Данный метод может использоваться и при расчете отдельно стоящих заглубленных в грунт сооружений. При выводе расчетных формул авторы данного метода — К. С. Силин, К. С. Завриев, Г. С. Шпиро — рассматривают грунт как упруго деформируемую среду с коэффициентом постели, нарастающим пропорционально глубине.

Формулы для расчета заглубленных сооружений, обладающих конечной жесткостью, получены с использованием решения проф. И. В. Урбана, который рассматривал работу гибкой стенки в упругой среде под воздействием горизонтальной силы и изгибающего момента. В развитии данного решения для заглубленных сооружений К. С. Силин, К. С. Завриев и Г. С. Шпиро учитывают и сопротивление грунта по подошве [62, 63].

Устойчивость гибкой стенки, заложенной в упругой среде (по И. В. Урбану [77]), характеризуется следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d^4 x}{dy^4} + \frac{a + bx}{h} x = 0. \quad (2.38)$$

Придерживаясь обозначений, принятых И. В. Урбаном, запишем:

$$c'_{x,z} = c'_{x,0} + \frac{c'_{x,h} - c'_{x,0}}{h}; \quad (2.39)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{a+bx}{EI} &= z\gamma; \\ \gamma &= \sqrt[5]{\frac{b^4}{(EI)^4}}, \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

где  $z$  — новая переменная;  $c'_{x,0}$  и  $c'_{x,h}$  — коэффициент постели в горизонтальном направлении соответственно на поверхности грунта и на глубине  $h$ .

Тогда основное дифференциальное уравнение можно записать так:

$$\frac{d^4 x}{dz^4} - z x = 0, \quad (2.41)$$

где

$$z = \frac{a+bx}{EI\gamma}.$$

При  $c'_{x,0} = 0$   $z = \beta x$ ,  
где

$$\beta = \sqrt[5]{\frac{c'_{x,h}}{hEI}}.$$

Решение уравнения (2.41) проф. И. В. Урбан дает в виде следующего ряда:

$$\left. \begin{aligned} x_z &= x_0 A_1 + \frac{\varphi_0}{\beta} B_1 + \frac{M_0}{\beta^2} C_1 + \frac{P_0}{\beta^3} D_1; \\ \frac{\varphi_z}{\beta} &= x_0 A_2 + \frac{\varphi_0}{\beta} B_2 + \frac{M_0}{\beta^2} C_2 + \frac{P_0}{\beta^3} D_2; \\ \frac{M_z}{\beta^2} &= x_0 A_3 + \frac{\varphi_0}{\beta} B_3 + \frac{M_0}{\beta^2} C_3 + \frac{P_0}{\beta^3} D_3; \\ \frac{Q_z}{\beta^3} &= x_0 A_4 + \frac{\varphi_0}{\beta} B_4 + \frac{M_0}{\beta^2} C_4 + \frac{P_0}{\beta^3} D_4, \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

где  $x_0$  и  $\varphi_0$  — горизонтальное смещение и угол поворота в начальной точке ( $z = 0$ );  $M_0$  и  $P_0$  — расчетные изгибающий момент и горизонтальная сила;  $x_z$ ,  $\varphi_z$ ,  $M_z$  и  $Q_z$  — соответственно прогиб, угол поворота, изгибающий момент и перерезывающая сила на глубине  $z$ .

Функции влияния определяются по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \left( 1 - \frac{z^5}{5!} + 6 \frac{z^{10}}{10!} - 11.6 \frac{z^{15}}{15!} \dots \right); \\ B_1 &= \left( z - \frac{2z^6}{6!} + 7.2 \frac{z^{11}}{11!} - 12.7.2 \frac{z^{16}}{16!} \dots \right); \\ C_1 &= \left( \frac{z^2}{2!} - 3 \frac{z^7}{7!} + 3.8 \frac{z^{12}}{12!} - 3.8.13 \frac{z^{17}}{17!} \dots \right); \\ D_1 &= \left( \frac{z^3}{3!} - 4 \frac{z^8}{8!} + 9.4 \frac{z^{13}}{13!} - 14.9.4 \frac{z^{18}}{18!} \dots \right). \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

Для получения значений  $A_2$ ,  $A_3$  и  $A_4$  необходимо выполнить последовательное дифференцирование. Аналогично определяются и остальные функции.

Соппротивление грунта по подошве авторы методики учитывают следующим образом:

$$M_{\Pi} = \varphi_{\Pi} c'_z I_{\text{осн}}, \quad (2.44)$$

где  $M_{\Pi}$  — момент от отпора грунт по подошве;  $\varphi_{\Pi}$  — угол поворота подошвы;  $c'_z$  — коэффициент постели в основании сооружения;  $I_{\text{осн}}$  — момент инерции подошвы.

На основании рассмотренных решений К. С. Силин, К. С. Завриев и Г. С. Шпиро устанавливают следующий порядок расчета.

Вначале определяется коэффициент деформации по формуле

$$\alpha = \sqrt[5]{\frac{md}{EI}}. \quad (2.45)$$

Далее находятся единичные перемещения  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  и  $\delta_3$  по следующим формулам (рис. 2.8):

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{l_0^3}{3EI} + \delta_{\text{ММ}} l_0^2 + 2\delta_{\text{МН}} l_0 + \delta_{\text{НН}}; \\ \delta_2 &= \frac{l_0}{EI} + \delta_{\text{ММ}}; \\ \delta_3 &= \frac{l_0}{2EI} + \delta_{\text{ММ}} l_0 \delta_{\text{МН}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

Значения  $\delta_{\text{ММ}}$ ,  $\delta_{\text{МН}}$  и  $\delta_{\text{НН}}$  зависят от приведенной глубины сооружения в грунте  $\bar{z} = \alpha h$ .

Изгибающие моменты  $M_z$ , поперечные силы  $Q_z$  и давления (по контакту грунта с вертикальной поверхностью столба), действующие на разных глубинах  $z$  от поверхности грунта, вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} M_z &= \alpha EI (\alpha y_0 A_3 - \varphi_0 B_3) + (M + Pl_0) C_3 + \frac{P}{\alpha} D_3; \\ Q_z &= \alpha^2 EI (\alpha y_0 A_4 - \varphi_0 B_4) + \alpha [(M + Pl_0) C_4 + PD_4]; \\ \sigma_z &= -\frac{m}{d} \bar{z} \left\{ y_0 A_1 - \frac{\varphi_0}{\alpha} B_1 + \frac{1}{\alpha^2 EI} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[ (M + Pl_0) C_1 + \frac{P}{\alpha} D_1 \right] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

где

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= (M + Pl_0) \delta_{\text{ММ}} + P\delta_{\text{НН}}; \\ \varphi_0 &= (M + Pl_0) \delta_{\text{МН}} + P\delta_{\text{МН}}, \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

$A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  — значения функций влияния, определяемых по соответствующим таблицам.

Выполненный авторами данной методики расчет показывает, что расчет по формулам для массивных фундаментов прямоугольного очертания приводит к превышению наибольших значений давлений на грунт по вертикальной грани на 60% и более по сравнению со значениями расчетов по формулам для гибких фундаментов. Это подтверждает целесообразность учета фактической жесткости заглубленных сооружений при расчете их устойчивости и прочности.

**Расчет элементов сооружений, заглубленных в грунт.** При проектировании заглубленных в грунт сооружений часто приходится рассчитывать их конструктивные элементы в виде прямоугольных

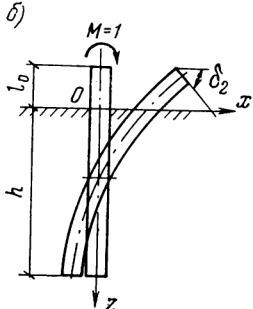
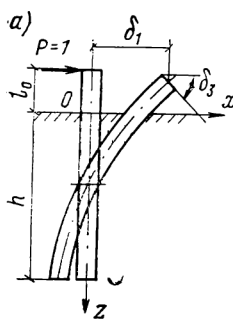


Рис. 2.8. Схема деформации столбчатых фундаментов (по К. С. Силину, К. С. Заври-ву и Г. С. Шпиро)

a —  $P = 1$ ; б —  $M = 1$

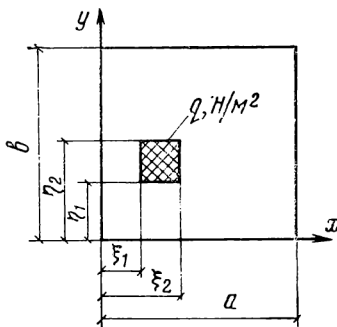


Рис. 2.9. Расчетная схема

плит, стен, лотков, плит покрытий аэродромов. Этой важной проблеме посвящены работы проф. Б. Г. Коренева, В. А. Киселева, А. П. Синицына, П. Л. Пастернака и др. Плиты сооружений на воздействие расчетных нагрузок рассчитывают как конструкции, лежащие на упругом основании. На основе модели основания с коэффициентом постели Л. И. Манвеловым и Э. С. Бартошевичем [27] получены решения для прямоугольной плиты при нагрузке, приложенной к любому участку в пределах ее контура при соответствующих граничных условиях. Результаты этого решения приведены ниже. Дифференциальное уравнение прямоугольной плиты со сторонами  $a$  и  $b$  (рис. 2.9), лежащей на основании с коэффициентом постели, имеет вид:

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + cw = P(x, y), \quad (2.49)$$

где  $D$  — цилиндрическая жесткость плиты;  $w$  — прогиб плиты;  $c$  — коэффициент постели;  $P(x, y)$  — нагрузка.

Дифференциальное уравнение (2.49) для удобства последующих выкладок запишем в виде

$$\nabla^4 w + \frac{4}{S^4} w = P(x, y), \quad (2.50)$$



где  $\nabla^4$  — бигармонический оператор, равный:

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}; \quad (2.51)$$

$S$  — упругая характеристика плиты, равная:

$$S = \sqrt[4]{\frac{4D}{c}}. \quad (2.52)$$

Цилиндрическая жесткость плиты  $D$  для прямоугольного сечения равна:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad (2.53)$$

здесь  $E$  — модуль упругости материала;  $\mu$  — коэффициент Пуассона;  $h$  — толщина плиты.

Граничные условия для плит со свободными краями будут иметь вид:

при  $x = 0$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0; \\ Q_x &= \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0. \end{aligned} \right\} \quad \text{при } x = a \quad (2.54)$$

Соответственно по краям:

$$y = 0 \text{ и } y = b \quad M_y = Q_y = 0. \quad (2.55)$$

Для решения уравнения (2.52) с граничными условиями (2.54) и (2.55) принят метод разложения по собственным функциям, при этом собственные значения однородного дифференциального уравнения и собственные функции определялись вариационным методом. Вместо уравнения (2.50) рассмотрено однородное уравнение

$$\nabla^4 w + \frac{4}{S^4} w - \lambda w = 0. \quad (2.56)$$

Для определения собственных значений  $\lambda$  и собственных функций  $w$ , удовлетворяющих уравнению (2.56) и граничным условиям (2.54) и (2.55), рассмотрен функционал

$$\begin{aligned} J(w) &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ (\nabla^2 w)^2 + \left( \frac{4}{S^4} - \lambda \right) w^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2(1 - \mu) \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \right\} dx dy. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Функция  $w$  задана в виде двойного ряда тригонометрических функций:

$$w = \sum_{(m)} \sum_{(n)} \left( d_{\min} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} + b_{\min} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} + \right.$$

$$+ c_{\min} \sin \frac{\pi \pi x}{a} \cos \frac{\pi \pi y}{b} + d_{\min} \sin \frac{\pi \pi x}{a} \sin \frac{\pi \pi y}{b} \Big). \quad (2.58)$$

Функционал (2.57) выражен через заданную функцию (2.58) и вычислены все значения:

$$\frac{\partial y}{\partial a_{\min}} = 0; \quad \frac{\partial y}{\partial b_{\min}} = 0; \quad \frac{\partial y}{\partial c_{\min}} = 0; \quad \frac{\partial y}{\partial d_{\min}} = 0. \quad (2.59)$$

В результате были получены системы линейных алгебраических уравнений, которые решили с помощью электронных вычислительных машин. Таким образом были получены собственные значения  $\lambda_1$  и собственные функции  $\omega_1$ . Приложенная к плите нагрузка интенсивностью  $q$ , равномерно распределенная по некоторой площадке с координатами  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  и  $\eta_1$  и  $\eta_2$ , была разложена в ряд по собственным функциям:

$$q = q_1 \omega_1 + q_2 \omega_2 + q_3 \omega_3 + \dots \quad (2.60)$$

Решение дифференциального уравнения (2.50) с граничными условиями (2.54) и (2.55) имеет вид:

$$w = \frac{q_1}{\lambda_1} \omega_1 + \frac{q_2}{\lambda_2} \omega_2 + \frac{q_3}{\lambda_3} \omega_3 + \dots \quad (2.60a)$$

Изгибающие моменты  $M_x$  и  $M_y$  определяют по известным формулам теории изгиба плит.

Таким образом были получены формулы прогиба и изгибающих моментов, которые позволяют рассчитывать плиты при нагрузке, приложенной к любому участку. Однако из-за математической сложности задачи простые для практического применения формулы не были получены.

Для облегчения использования разработанного метода на практике было проведено множество численных расчетов плит при нагрузке, приложенной к различным их участкам, на основе которых получены коэффициенты, представляющие собой отношения расчетных изгибающих моментов в различных точках плит к максимальному изгибающему моменту в их центре. Это позволило определять внутренние усилия в плитах, для чего вначале плиту рассчитывают на нагрузку, приложенную в центре, при этом определяют изгибающие моменты, возникающие в расчетной точке. Если к плите приложено несколько нагрузок, то ее рассчитывают на действие каждой нагрузки в отдельности с последующим суммированием в расчетной точке полученных усилий, руководствуясь принципом независимости и сложения действия сил и малых деформаций. За расчетную точку принимают точку в центре наиболее загруженной площадки.

При достаточно больших размерах плит имеется возможность их расчета на центрально приложенную нагрузку как плит неограниченных размеров. После того как определены изгибающие моменты от нагрузки, приложенной в центре, находят расчетные изгибающие

моменты при самых невыгодных случаях приложения нагрузки к плите. Это достигается умножением максимального момента от центрально приложенной нагрузки на соответствующие переходные коэффициенты, представляющие собой отношение расчетных изгибающих моментов в рассматриваемых точках к максимальному изгибающему моменту в центре плиты. По полученным значениям расчетных изгибающих моментов подбирают сечения арматуры

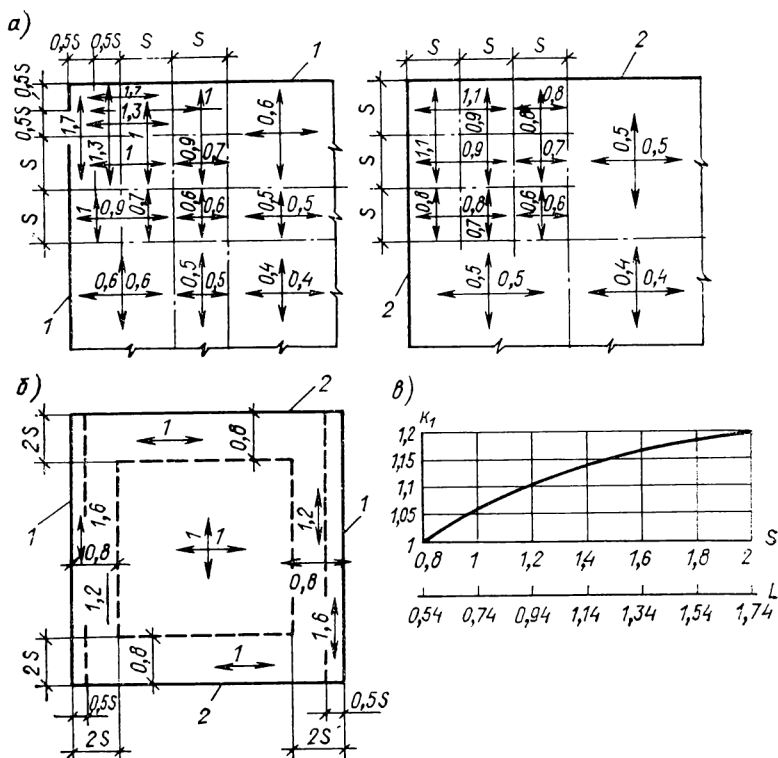


Рис. 2.10. Значения переходных коэффициентов для отрицательных  $a$  и положительных  $b$  изгибающих моментов, а также зависимость поправочного коэффициента  $K_1$  от изменения упругой характеристики плиты  $S=b$

1 — свободный край; 2 — край со стыковыми соединениями

туры, проверяют прочность и трещиностойкость элементов сооружений. Когда требуется проверить величину давления от расчетной нагрузки, передающейся через плиты на поверхность грунтового основания, вычисляют прогибы плиты и давление под нагрузкой по формуле

$$\sigma = \omega c, \quad (2.61)$$

где  $\sigma$  — давление на грунт от расчетной нагрузки;  $\omega$  — прогиб плиты;  $c$  — коэффициент постели.

Расчетные изгибающие моменты в прямоугольных плитах сооружений определяют в следующем порядке.

1. Расчетные значения изгибающих моментов в бетонных и армобетонных плитах находят по формуле

$$M_p = M_{\max}^{\text{II}} K, \quad (2.62)$$

где  $M_{\max}^{\text{II}}$  — максимальный изгибающий момент при центральном нагружении плиты;  $K$  — коэффициент, учитывающий увеличение изгибающих моментов при приложении нагрузки в краевых зонах плит и принимаемый по рис. 2.10.

Значения коэффициента  $K$  в зависимости от условий закрепления краев плит для положительных и отрицательных изгибающих моментов даны на рис. 2.10 при упругой характеристике  $S \leq 0,8$ . При других значениях  $S$  значения  $K$  следует умножить на поправочный коэффициент  $K_1$ , приведенный на том же рисунке.

2. Максимальный изгибающий момент при центральном нагружении плит, имеющих неограниченные размеры в плане, вычисляют как наибольший суммарный момент, создаваемый нагрузкой в расчетном сечении, перпендикулярном оси  $x$  или  $y$  (рис. 2.11).

Общая формула для определения максимального момента от действия нагрузок по всем площадкам 1—4 имеет вид:

$$M_{\max}^{\text{II}} = M_1 + \sum_{i=2}^{i=N} M_x^i(y),$$

где  $M_1$  — изгибающий момент от действия нагрузки, центр площадки которой совпадает с расчетным сечением;  $M_x^i(y)$  — то же, создаваемый действием  $i$ -той нагрузки, расположенной за пределами расчетного сечения.

3. Изгибающий момент от действия нагрузки, приложенной в центре круга в расчетном сечении, определяют по формуле

$$M_1 = Pf(\alpha), \quad (2.63)$$

где  $P$  — расчетная нагрузка;  $f(\alpha)$  — функция, значения которой принимают по табл. 2.3.

В зависимости от приведенного радиуса нагрузки  $\alpha = R/l$ , где  $R$  — радиус круга, по площади которого распределена нагрузка, равный:

$$R = \sqrt{\frac{P}{\pi q}}, \quad (2.64)$$

здесь  $q$  — интенсивность равномерно распределенной по кругу нагрузки.

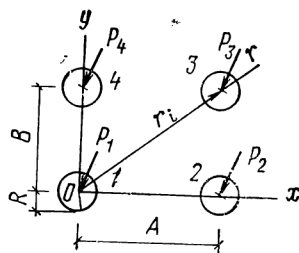


Рис. 2.11. Расчетная схема

Таблица 2.3

$\alpha, \xi$	$f(\alpha)$	$g(\alpha)$	$f_0(\xi)$	$\alpha, \xi$	$f(\alpha)$	$g(\alpha)$	$f_0(\xi)$
0	0		0,5	0,72	0,0922	0,1752	0,3788
0,02	0,4209	0,0007	0,4997	0,74	0,0899	0,1839	0,3743
0,04	0,3665	0,0011	0,4989	0,76	0,0877	0,1926	0,3697
0,06	0,3188	0,0019	0,4977	0,78	0,0855	0,2015	0,3651
0,08	0,2921	0,0031	0,4963	0,8	0,0834	0,2105	0,3606
0,1	0,2714	0,0044	0,4946	0,82	0,0814	0,2196	0,356
0,12	0,2545	0,0061	0,4926	0,84	0,0794	0,2289	0,3514
0,14	0,2402	0,0081	0,4904	0,86	0,0775	0,2382	0,3468
0,16	0,2278	0,0104	0,488	0,88	0,0756	0,2476	0,3423
0,18	0,2169	0,013	0,4854	0,9	0,0738	0,2571	0,3377
0,2	0,2072	0,0159	0,4826	0,92	0,0721	0,2667	0,3332
0,22	0,1984	0,0191	0,4797	0,94	0,0704	0,2763	0,3286
0,24	0,1904	0,0225	0,4767	0,96	0,0687	0,2861	0,3241
0,26	0,1831	0,0263	0,4735	0,98	0,0671	0,2959	0,3196
0,28	0,1763	0,0303	0,4701	1	0,0655	0,3057	0,3154
0,3	0,17	0,0345	0,4667	1,1	0,0582	0,3558	0,2929
0,32	0,1641	0,0391	0,4632	1,2	0,0518	0,4067	0,2713
0,34	0,1586	0,0438	0,4695	1,3	0,0462	0,4579	0,2504
0,36	0,1534	0,0489	0,4508	1,4	0,0411	0,5087	0,2302
0,38	0,1485	0,0541	0,452	1,5	0,0366	0,5589	0,211
0,4	0,1438	0,0596	0,448	1,6	0,0326	0,6081	0,1926
0,42	0,1395	0,0654	0,4441	1,7	0,0291	0,6557	0,1752
0,44	0,1353	0,0714	0,44	1,8	0,0259	0,7016	0,1588
0,46	0,1313	0,0775	0,4359	1,9	0,023	0,7453	0,1433
0,48	0,1275	0,0839	0,4318	2	0,0204	0,7868	0,128
0,5	0,1239	0,0906	0,4275	2,2	0,0161	0,8629	0,1026
0,52	0,1204	0,0971	0,4233	2,4	0,0126	0,9288	0,0804
0,54	0,1171	0,1044	0,419	2,6	0,0097	0,9841	0,0614
0,56	0,1139	0,1116	0,4146	2,8	0,0075	1,029	0,0415
0,58	0,1108	0,119	0,4102	3	0,0057	1,0645	0,0326
0,6	0,1079	0,1265	0,4058	3,2	0,0043	1,0904	0,022
0,62	0,105	0,1342	0,4014	3,4	0,0032	1,1089	0,0137
0,64	0,1023	0,1421	0,3969	3,6	0,0023	1,1204	0,0071
0,66	0,0997	0,1492	0,3924	3,8	0,0016	1,1253	0,0021
0,68	0,0971	0,1584	0,3879	4	0,0011	1,1258	-0,0014
0,7	0,0946	0,1668	0,3834				

Упругая характеристика плиты равна:

$$l = \sqrt[4]{\frac{B}{c}}, \quad (2.65)$$

где  $B$  — жесткость сечений плиты;  $c$  — коэффициент постели.

4. Изгибающий момент в расчетном сечении от действия нагрузки, расположенной за пределами этого сечения, определяют по формуле

$$M_{x(y)}^i = \overline{M}_{x(y)}^i P, \quad (2.66)$$

где  $\overline{M}_{x(y)}^i$  — единичный изгибающий момент, определяемый по табл. 2.4 в зависимости от приведенных расстояний ( $\xi = x/l$ ;  $\eta = y/l$ ) от центра круга до расчетного сечения.

## 5. Прогиб центра плиты находят по формуле

$$w = \frac{q}{c} g(\alpha) + \sum_2^N \frac{P}{4l^2 c_z} f_0(\xi), \quad (2.67)$$

где  $g(\alpha)$  — функция, определяемая по табл. 2.3 в зависимости от приведенного радиуса нагрузки  $\alpha = R/l$ ;  $f_0(\xi)$  — функция, определяемая по табл. 2.3 в зависимости от приведенного расстояния  $\xi = r_i/l$  (см. рис. 2.11);  $c_z$  — коэффициент постели;  $P$  — расчетная сосредоточенная нагрузка на площадку.

**Пример 2.** Определить вертикальные, горизонтальные и угловые перемещения массивного сооружения, заглубленного в грунт, при воздействии горизонтальной и вертикальной сил. Горизонтальная нагрузка  $P = 20$  кН, вертикальная нагрузка  $V = 80$  кН. Масса сооружения 10 000 кг. Значения коэффициентов постели грунта на уровне подошвы сооружения при воздействии вертикальной нагрузки  $c'_z = 6 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup> и горизонтальной нагрузки  $c'_x = 3 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>; нормативное давление на грунт в основании сооружения  $R^H = 3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>; нормативная объемная масса грунта  $\gamma_0 = 1,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> и угол внутреннего трения грунта  $\varphi_0 = 30^\circ$ .

Размеры сооружения:  $a = 1,5$  м;  $b = 1$  м;  $h = 3,4$  м. Плечи сил:  $h' = 3$  м;  $a_1 = -0,2$  м.

**Решение.** 1. Вертикальные смещения сооружения определяем по формуле (2.10)

$$z = \frac{100 \cdot 10^3 + 80 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^7 \cdot 1,5 \cdot 1} = 0,002 \text{ м.}$$

2. Горизонтальные перемещения сооружения находим по формуле (2.11)

$$x = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^7 \cdot 3,4 \cdot 1} + \frac{8 \cdot 3,4 [(2 \cdot 3,4 + 3 \cdot 3) 2 \cdot 10^4 - 3 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,2]}{1 \cdot 6 \cdot 10^7 \left( 3 \cdot 1,5^3 + \frac{3 \cdot 10^7}{6 \cdot 10^7} 3,4^3 \right)} = 0,0044 \text{ м.}$$

3. Угол поворота сооружения вычисляем по формуле (2.12)

$$\varphi = \frac{12 [2 \cdot 10^4 (2 \cdot 3,4 + 3 \cdot 3) - 3 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,2]}{1 \cdot 6 \cdot 10^7 \left( 3 \cdot 1,5^3 + \frac{3 \cdot 10^7}{6 \cdot 10^7} 3,4^3 \right)} = 0,0018.$$

4. Положение центра вращения сооружения определяем по формуле (2.15)

$$z_0 = \frac{2}{3} 3,4 + \frac{3 \cdot 1,5^3 + \frac{3 \cdot 10^7}{6 \cdot 10^7} 3,4^3}{6 \frac{3 \cdot 10^7}{6 \cdot 10^7} 3,4 \left[ (2 \cdot 3,4 + 3 \cdot 3) + 3 \frac{8 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^4} 0,2 \right]} = 2,48 \text{ м,}$$

что составляет

$$\theta = \frac{z_0}{h} = \frac{2,48}{3,4} = 0,73.$$

5. Напряжения по боковым граням определяем по формуле (2.14):

а) при  $z = 0$

$$g_z = 0;$$

$\eta(\xi)$	Значения единичных изгибающих									
	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	
0	—	0,2587	0,1918	0,1241	0,0919	0,0667	0,0482	0,0338	0,0219	
0,05	0,3202	0,2578	0,2015	0,1283	0,0950	0,0697	0,0345	0,0228	0,0128	
0,1	0,2578	0,2410	0,1937	0,1323	0,1000	0,0745	0,0526	0,0365	0,0235	
0,2	0,1936	0,1754	0,1723	0,1330	0,0945	0,0725	0,0529	0,0398	0,0252	
0,3	0,1565	0,1489	0,1365	0,1192	0,0925	0,0707	0,0524	0,0467	0,0254	
0,4	0,1307	0,1297	0,1247	0,1119	0,0883	0,0692	0,0523	0,0424	0,0285	
0,5	0,1108	0,1012	0,1007	0,0975	0,0824	0,0659	0,0512	0,0386	0,0275	
0,6	0,0949	0,0877	0,0858	0,0850	0,0722	0,0606	0,0492	0,0379	0,0274	
0,7	0,0824	0,0821	0,0818	0,0765	0,0666	0,0578	0,0462	0,0366	0,0272	
0,8	0,0715	0,0710	0,0700	0,0660	0,0601	0,0516	0,0434	0,0344	0,0254	
0,9	0,0620	0,0619	0,0610	0,0579	0,0530	0,0469	0,0389	0,0323	0,0250	
1	0,0543	0,0542	0,0540	0,0504	0,0472	0,0425	0,0366	0,0300	0,0235	
1,1	0,0476	0,0476	0,0474	0,0456	0,0408	0,0372	0,0300	0,0272	0,0220	
1,2	0,0412	0,0412	0,0389	0,0380	0,0372	0,0332	0,0288	0,0245	0,0205	
1,3	0,0360	0,0360	0,0360	0,0340	0,0325	0,0290	0,0259	0,0221	0,0190	
1,4	0,0314	0,0313	0,0311	0,0303	0,0283	0,0260	0,0228	0,0199	0,0165	
1,5	0,0273	0,0272	0,0272	0,0264	0,0247	0,0225	0,0203	0,0175	0,0148	
1,6	0,0240	0,0239	0,0239	0,0230	0,0221	0,0201	0,0181	0,0159	0,0133	
1,7	0,0208	0,0208	0,0208	0,0193	0,0192	0,0177	0,0162	0,0137	0,0118	
1,8	0,0180	0,0179	0,0178	0,0172	0,0166	0,0153	0,0150	0,0121	0,0104	
1,9	0,0156	0,0156	0,0156	0,0150	0,0143	0,0132	0,0130	0,0115	0,0095	
2	0,0135	0,0135	0,0134	0,0132	0,0130	0,0126	0,0121	0,0106	0,0081	
2,1	0,0116	0,0116	0,0116	0,0114	0,0112	0,0108	0,0104	0,0101	0,0069	
2,2	0,0096	0,0096	0,0096	0,0095	0,0095	0,0092	0,0088	0,0084	0,0059	
2,4	0,0072	0,0072	0,0072	0,0070	0,0069	0,0069	0,0060	0,0059	0,0041	
2,6	0,0051	0,0051	0,0051	0,0050	0,0049	0,0047	0,0044	0,0042	0,0038	
2,8	0,0034	0,0034	0,0034	0,0034	0,0032	0,0030	0,0028	0,0026	0,0020	
3,0	0,0022	0,0022	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0019	0,0017	0,0015	
3,2	0,0014	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013	0,0012	0,0011	0,0010	0,0008	
3,4	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0006	0,0005	0,0004	0,0003	
3,6	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0	0	0	0	0	
3,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

моментов при  $\xi(\eta)$ , равном:

0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
0,0126	0,0054	0,0011	-0,0058	-0,0098	-0,0132	-0,0155	-0,0174
0,0128	0,0054	0,0011	-0,0058	-0,0098	-0,0132	-0,0155	-0,0174
0,0138	0,0054	0,0011	-0,0058	-0,0098	-0,0132	-0,0155	-0,0174
0,0148	0,0067	0,0013	-0,0048	-0,0098	-0,0123	-0,0150	-0,0170
0,0156	0,0084	0,0015	-0,0037	-0,0083	-0,0114	-0,0144	-0,0165
0,0173	0,0093	0,0028	-0,0022	-0,0070	-0,0105	-0,0132	-0,0152
0,0184	0,0105	0,0041	-0,0013	-0,0060	-0,0094	-0,0123	-0,0145
0,0189	0,0111	0,0055	-0,0003	-0,0046	-0,0081	-0,0110	-0,0134
0,0192	0,0121	0,0061	-0,0010	-0,0032	-0,0059	-0,0098	-0,0121
0,0195	0,0124	0,0069	0,0019	-0,0027	-0,0050	-0,0087	-0,0110
0,0188	0,0127	0,0075	0,0026	-0,0014	-0,0048	-0,0076	-0,0099
0,0175	0,0126	0,0076	0,0032	-0,0006	-0,0038	-0,0056	-0,0090
0,0167	0,0121	0,0077	0,0036	0	-0,0030	-0,0047	-0,0072
0,0158	0,0112	0,0074	0,0036	0,0006	0,0023	-0,0044	-0,0063
0,0146	0,0106	0,0069	0,0038	0,0010	-0,0018	-0,0042	-0,0057
0,0131	0,0099	0,0067	0,0036	0,0010	-0,0012	-0,0037	-0,0053
0,0118	0,0092	0,0062	0,0035	0,0020	-0,0006	-0,0029	-0,0047
0,0107	0,0082	0,0057	0,0032	0,0018	-0,0003	-0,0025	-0,0039
0,0096	0,0072	0,0056	0,0030	0,0018	-0,0002	-0,0024	-0,0037
0,0087	0,0067	0,0050	0,0028	0,0017	-0,0004	-0,0017	-0,0034
0,0082	0,0062	0,0048	0,0027	0,0012	-0,0004	-0,0016	-0,0032
0,0074	0,0059	0,0040	0,0027	0,0009	0	-0,0015	-0,0029
0,0063	0,0054	0,0032	0,0024	0,0006	0	-0,0014	-0,0025
0,0053	0,0046	0,0025	0,0019	0,0003	-0,0004	-0,0004	-0,0024
0,0037	0,0031	0,0017	0,0011	0	-0,0007	-0,0007	-0,0024
0,0024	0,0020	0,0007	0,0003	0	-0,0009	-0,0015	-0,0020
0,0014	0,0011	0,0005	0	-0,0004	-0,0008	-0,0013	-0,0018
0,0008	0,0006	0	0	-0,0006	-0,0009	-0,0013	-0,0015
0,0005	0	0	-0,0004	-0,0006	-0,0009	-0,0012	-0,0014
0	0	0	-0,0005	-0,0008	-0,0009	-0,0011	-0,0012
0	0	-0,0005	-0,0006	-0,0007	-0,0009	-0,0009	-0,0011
0	0	-0,0005	-0,0006	-0,0007	-0,0008	-0,0009	-0,0011
0	0	-0,0005	-0,0006	-0,0007	-0,0007	-0,0008	-0,0009



$\eta(\xi)$	Значения единичных изгибающих							
	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,4
0	-0,0191	-0,0201	-0,0208	-0,0210	-0,0212	-0,0208	-0,0207	-0,0195
0,05	-0,0191	-0,0201	-0,0207	-0,0210	-0,0212	-0,0208	-0,0207	-0,0195
0,1	-0,0190	-0,0200	-0,0206	-0,0210	-0,0212	-0,0208	-0,0207	-0,0195
0,2	-0,0186	-0,0196	-0,0203	-0,0207	-0,0210	-0,0208	-0,0206	-0,0195
0,3	-0,0181	-0,0191	-0,0199	-0,0204	-0,0209	-0,0206	-0,0205	-0,0194
0,4	-0,0170	-0,0184	-0,0192	-0,0197	-0,0206	-0,0204	-0,0204	-0,0194
0,5	-0,0162	-0,0175	-0,0184	-0,0189	-0,0204	-0,0202	-0,0202	-0,0194
0,6	-0,0152	-0,0164	-0,0176	-0,0180	-0,0200	-0,0200	-0,0200	-0,0192
0,7	-0,0141	-0,0155	-0,0165	-0,0174	-0,0175	-0,0178	-0,0176	-0,0178
0,8	-0,0128	-0,0143	-0,0154	-0,0169	-0,0171	-0,0176	-0,0174	-0,0167
0,9	-0,0118	-0,0130	-0,0144	-0,0149	-0,0167	-0,0172	-0,0172	-0,0171
1	-0,0107	-0,0122	-0,0138	-0,0145	-0,0151	-0,0152	-0,0153	-0,0147
1,1	-0,0097	-0,0112	-0,0121	-0,0139	-0,0145	-0,0148	-0,0150	-0,0145
1,2	-0,0087	-0,0104	-0,0115	-0,0125	-0,0139	-0,0132	-0,0132	-0,0140
1,3	-0,0079	-0,0092	-0,0104	-0,0111	-0,0125	-0,0130	-0,0129	-0,0128
1,4	-0,0070	-0,0084	-0,0099	-0,0106	-0,0110	-0,0113	-0,0115	-0,0126
1,5	-0,0062	-0,0078	-0,0087	-0,0096	-0,0099	-0,0110	-0,0112	-0,0117
1,6	-0,0057	-0,0069	-0,0079	-0,0092	-0,0096	-0,0099	-0,0102	-0,0115
1,7	-0,0051	-0,0064	-0,0075	-0,0080	-0,0085	-0,0089	-0,0100	-0,0099
1,8	-0,0047	-0,0058	-0,0066	-0,0072	-0,0082	-0,0087	-0,0092	-0,0086
1,9	-0,0042	-0,0052	-0,0060	-0,0069	-0,0076	-0,0081	-0,0080	-0,0078
2	-0,0037	-0,0047	-0,0056	-0,0064	-0,0070	-0,0070	-0,0069	-0,0075
2,1	-0,0035	-0,0044	-0,0053	-0,0060	-0,0061	-0,0069	-0,0068	-0,0067
2,2	-0,0034	-0,0042	-0,0050	-0,0052	-0,0058	-0,0060	-0,0060	-0,0058
2,4	-0,0031	-0,0036	-0,0038	-0,0045	-0,0047	-0,0048	-0,0053	-0,0048
2,6	-0,0025	-0,0029	-0,0033	-0,0036	-0,0039	-0,0042	-0,0044	-0,0044
2,8	-0,0022	-0,0026	-0,0027	-0,0028	-0,0031	-0,0034	-0,0037	-0,0038
3	-0,0018	-0,0020	-0,0023	-0,0026	-0,0026	-0,0030	-0,0030	-0,0030
3,2	-0,0016	-0,0018	-0,0020	-0,0021	-0,0021	-0,0023	-0,0023	-0,0024
3,4	-0,0014	-0,0015	-0,0017	-0,0018	-0,0019	-0,0019	-0,0019	-0,0019
3,6	-0,0012	-0,0014	-0,0014	-0,0015	-0,0016	-0,0016	-0,0016	-0,0017
3,8	-0,0007	-0,0012	-0,0012	-0,0013	-0,0013	-0,0014	-0,0014	-0,0013
4	-0,0005	-0,0010	-0,0010	-0,0011	-0,0011	-0,0011	-0,0010	-0,0010

Примечания: 1. Значение  $\overline{M}_y^i$  находим, заменяя  $\xi$  на  $\eta$  и наоборот.

2. Для промежуточных значений  $\xi$  и  $\eta$  значения  $\overline{M}_x^i$  и  $\overline{M}_y^i$  принимают по интерполяции.

моментов при  $\xi(\eta)$ , равном

2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
—0,0181	—0,0170	—0,0146	—0,0129	—0,0111	—0,0094	—0,0076	—0,0066
—0,0181	—0,0170	—0,0146	—0,0129	—0,0111	—0,0094	—0,0076	—0,0066
—0,0181	—0,0170	—0,0146	—0,0129	—0,0111	—0,0094	—0,0076	—0,0066
—0,0180	—0,0170	—0,0146	—0,0129	—0,0106	—0,0094	—0,0076	—0,0066
—0,0180	—0,0171	—0,0146	—0,0129	—0,0104	—0,0094	—0,0076	—0,0066
—0,0180	—0,0171	—0,0146	—0,0129	—0,0104	—0,0094	—0,0076	—0,0066
—0,0179	—0,0170	—0,0146	—0,0128	—0,0104	—0,0094	—0,0076	—0,0066
—0,0178	—0,0170	—0,0145	—0,0124	—0,0102	—0,0090	—0,0070	—0,0064
—0,0168	—0,0156	—0,0136	—0,0120	—0,0102	—0,0090	—0,0070	—0,0064
—0,0160	—0,0146	—0,0128	—0,0112	—0,0097	—0,0081	—0,0070	—0,0064
—0,0165	—0,0145	—0,0128	—0,0112	—0,0097	—0,0081	—0,0070	—0,0060
—0,0144	—0,0135	—0,0128	—0,0110	—0,0090	—0,0079	—0,0067	—0,0060
—0,0143	—0,0130	—0,0118	—0,0110	—0,0090	—0,0079	—0,0065	—0,0059
—0,0138	—0,0126	—0,0110	—0,0091	—0,0084	—0,0069	—0,0059	—0,0056
—0,0123	—0,0124	—0,0110	—0,0091	—0,0084	—0,0069	—0,0059	—0,0053
—0,0106	—0,0104	—0,0097	—0,0086	—0,0080	—0,0067	—0,0057	—0,0048
—0,0105	—0,0104	—0,0097	—0,0085	—0,0073	—0,0060	—0,0057	—0,0048
—0,0104	—0,0095	—0,0085	—0,0080	—0,0070	—0,0060	—0,0055	—0,0045
—0,0092	—0,0090	—0,0079	—0,0074	—0,0062	—0,0060	—0,0052	—0,0042
—0,0081	—0,0080	—0,0074	—0,0070	—0,0060	—0,0053	—0,0048	—0,0040
—0,0076	—0,0068	—0,0066	—0,0064	—0,0058	—0,0053	—0,0044	—0,0036
—0,0071	—0,0068	—0,0065	—0,0055	—0,0054	—0,0054	—0,0046	—0,0030
—0,0067	—0,0064	—0,0060	—0,0054	—0,0048	—0,0046	—0,0038	—0,0030
—0,0056	—0,0056	—0,0050	—0,0048	—0,0046	—0,0046	—0,0038	—0,0026
—0,0046	—0,0046	—0,0044	—0,0042	—0,0042	—0,0034	—0,0028	—0,0026
—0,0044	—0,0040	—0,0040	—0,0036	—0,0034	—0,0029	—0,0024	—0,0022
—0,0036	—0,0033	—0,0032	—0,0028	—0,0026	—0,0022	—0,0020	—0,0018
—0,0032	—0,0029	—0,0029	—0,0023	—0,0023	—0,0019	—0,0016	—0,0013
—0,0025	—0,0025	—0,0022	—0,0020	—0,0017	—0,0016	—0,0014	—0,0011
—0,0019	—0,0019	—0,0019	—0,0015	—0,0014	—0,0013	—0,0010	—
—0,0017	—0,0014	—0,0013	—0,0013	—0,0012	—0,0010	—	—
—0,0013	—0,0013	—0,0012	—0,0010	—	—	—	—
—0,0010	—0,0010	—0,0009	—0,0008	—	—	—	—

б) при  $z = z_0 = 2,48 \text{ м}$

$$g_z = \frac{3 \cdot 10^7 \cdot 2,48}{3,4} (2,48 \cdot 0,0018 - 0,0044) = 0;$$

в) при  $z = 0,5 \quad z_0 = 1,24 \text{ м}$

$$g_z = \frac{3 \cdot 10^7 \cdot 1,24}{3,4} (1,24 \cdot 0,0018 - 0,0044) = -2,4 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2;$$

г) при  $z = h = 3,4 \text{ м}$

$$g_z = \frac{3 \cdot 10^7 \cdot 3,4}{3,4} (3,4 \cdot 0,0018 - 0,0044) = 5,1 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

6. Напряжения в основании подошвы сооружения находим по формуле (2.13)

$$\sigma_{\text{макс}}^{\text{мин}} = \frac{10 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^4}{1,5 \cdot 1} \pm \frac{6 [2 \cdot 10^4 \cdot 1,5 (2 \cdot 3,4 + 3 \cdot 3) + 3 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 1,5 \cdot 0,2]}{\left( 3 \cdot 1,5^3 + \frac{3 \cdot 10^7}{6 \cdot 10^7} \cdot 3,4^3 \right) 1};$$

$$\sigma_{\text{макс}} = 20 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2; \quad \sigma_{\text{мин}} = 4 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

Проверим условия устойчивости сооружения. При этом будем исходить из того, чтобы наибольшие давления на грунт по подошве сооружения, а также по передней и задней граням не превышали значений, определенных по формулам (2.16):

а) первое условие

$$\sigma_{\text{макс}} \leq 1,2 R^H = 1,2 \cdot 3,1^5 = 36 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2,$$

фактически

$$\sigma_{\text{макс}} = 20 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2 < 36 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2;$$

б) второе условие

$$\sigma_{z_0/2} = \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 0,577 \cdot 0,73 \cdot 3,4}{0,866 \cdot 2} = 5,1 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2,$$

фактически

$$g_{z_0/2} = 2,4 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2 < 5,1 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2;$$

в) третье условие

$$\sigma_h = \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 0,577 \cdot 3,4}{0,866} = 14 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2,$$

фактически

$$\sigma_h = 5,1 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2 < 14 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

Предельный расчет свидетельствует об устойчивости данного сооружения.

**Пример 3.** Требуется рассчитать армобетонное основание (лоток) размером  $30 \times 10 \text{ м}$  сооружения, заглубленного в грунт. Исходные данные: нагрузка  $P = 187 \text{ кН}$  приложена на площадке в виде круга радиусом  $R = 0,244 \text{ м}$  (интенсивность давления  $\sigma = 10 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ ), грунт естественного основания — суглинок имеет расчетный коэффициент постели  $c'_z = 6 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$ .

**Решение.** 1. Задаемся конструкцией лотка: принимаем толщину лотка  $0,3 \text{ м}$ ; расчетное сопротивление бетона растяжению при изгибе  $31 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ .

2. Определяем жесткость сечения

$$B = 1,02 E_0 I = 1,02 \cdot 3,3 \cdot 10^{10} \frac{1 \cdot 0,3^3}{12} = 757 \cdot 10^5 \text{ (Н/м}^2\text{) м.}$$

3. Находим упругую характеристику основания

$$l = \sqrt[4]{\frac{B}{bc}} = \sqrt[4]{\frac{757 \cdot 10^5}{1 \cdot 6 \cdot 10^7}} = 1,06 \text{ м.}$$

4. Приведенный радиус нагрузки равен:

$$\alpha = \frac{R}{l} = \frac{0,244}{1,06} = 0,23; \quad f(\alpha) = 0,1944 \text{ (см. табл. 2.3).}$$

5. Изгибающий момент определяем как для плиты неограниченных размеров, так как размеры лотка достаточно большие. В центре плиты основания имеем:

$$M_{\text{макс}} = M_{x(y)} = Pf(\alpha) = 18,7 \cdot 10^4 \cdot 0,1944 = 3,64 \cdot 10^4 \text{ Нм/м.}$$

В углу плиты

$$M_p = M_{\text{макс}} k = 3,64 \cdot 10^4 \cdot 1,2 = 4,38 \cdot 10^4 \text{ Нм/м}$$

6. Предельный изгибающий момент (коэффициент условий работы) принимаем равным 0,95:

$$M_{\text{пр}} = mRw = 0,95 \cdot 31 \cdot 10^5 \frac{1 \cdot 0,3^3}{6} = 4,42 \cdot 10^4 \text{ Нм/м.}$$

Так как  $M_{\text{пр}} > M_p$  ( $4,42 \cdot 10^4 > 4,38 \cdot 10^4$ ), расчет на этом заканчиваем. Таким образом, толщина основания (лотка), равная 0,3 м, достаточна.

# РАСЧЕТ ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ УПРУГОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА ПО ПОДОШВЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

---

В строительной технике встречаются сооружения, заглубленные в грунт на сравнительно небольшую глубину, а также сооружения, ширина которых значительно превышает глубину заложения. В этих случаях сопротивление грунта по боковым граням учитывать нецелесообразно. В качестве реакции упругого основания для подобных сооружений рассматривают сопротивление грунта и касательные составляющие напряжений по подошве сооружения.

Динамический метод расчета сооружений, заглубленных в грунт, начнем с рассмотрения этого случая. Подобный расчет имеет много общего с теорией расчета фундаментов под машины с динамическими нагрузками, разработанной в трудах Н. П. Павлюка, Д. Д. Баркана, О. А. Савинова и др.

Основное внимание в данной главе уделено расчету сооружений с произвольным законом изменения внешних сил во времени.

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Основными расчетными предпосылками метода установим следующие.

1. Жесткость сооружения по аналогии с жесткостью при статическом расчете предполагается бесконечно большой по сравнению с окружающим грунтом, т. е. при вращении боковые грани сооружения повернуты на тот же угол, что и основание.

В основу метода решения задачи положим теорию Н. П. Павлюка, Д. Д. Баркана и О. А. Савинова о колебании твердого тела, опирающегося на упругое основание [51, 1, 68].

2. Грунтовое основание считается упругим и характеризуется моделью местных деформаций Винклера первого вида. Инерционные свойства основания в первом приближении в расчете не учитываются. Современные исследования по теории сооружения подтверждают в ряде случаев приемлемость подобного допущения.

Методика учета инерционных свойств грунта рассмотрена ниже.

3. За расчетную нагрузку принимается динамическая нагрузка, закон изменения которой во времени в общем случае произвольный.

Принимается условие, что закон изменения во времени горизонтальной  $P(t)$  и вертикальной  $V(t)$  нагрузок одинаков.

Задача решается по методу А. П. Синицына, согласно которому заданный график изменения внешних сил во времени заменяется схематизированным — ступенчатым, а нагрузка во времени изменяется мгновенно, скачкообразно (рис. 3.1, а).

В пределах каждого интервала движение системы будем определять с помощью формул, соответствующих постоянным внешним силам.

При переходе от одного интервала к другому составляются уравнения с учетом того, что в каждой точке количество движения старой и новой систем должно балансироваться.

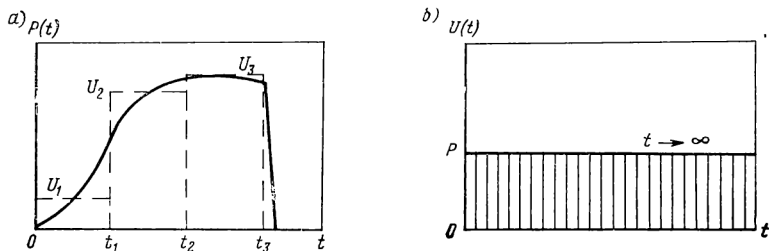


Рис. 3.1. Действительный (сплошная линия) и схематизированный (пунктирная линия) графики изменения внешних сил во времени а и основной закон изменения внешних нагрузок во времени б

Согласно данному методу основной расчетной нагрузкой является нагрузка, мгновенно возникающая при  $t = 0$  и сохраняющая постоянное значение до бесконечности (рис. 3.1, б).

При решении параметры движения в конце каждого интервала являются начальными для последующего интервала, что соответствует условному переносу начала координат в точку мгновенно скачкообразного изменения нагрузки в соответствующем интервале.

4. Для вывода расчетных формул предусматривается, что под действием внешних сил сооружение стремится сдвинуться по плоскости основания и повернуться вокруг некоторой оси (рис. 3.2). Сдвигу сооружения препятствуют касательные составляющие напряжений, развивающиеся по основанию. Повороту сооружения противодействует сопротивление грунта, развивающееся по его подошве. Общее перемещение сооружения в грунте может характеризоваться тремя степенями свободы, предусматривающими вертикальные, горизонтальные и вращательные колебания.

5. При составлении уравнений равновесия учитываются:

силы инерции, соответствующие вертикальным, горизонтальным и вращательным колебаниям сооружения;

силы упругого равномерного сдвига подошвы сооружения по грунту;

силы упругого неравномерного сжатия, развивающиеся по подошве сооружения;

силы неупругого сопротивления грунта;

расчетные динамические нагрузки — вертикальные и горизонтальные — с заданным законом изменения во времени.

6. Величина сил упругого равномерного сдвига и неравномерного сжатия определяется с учетом следующих положений современной теории расчета сооружений, заглубленных в грунт:

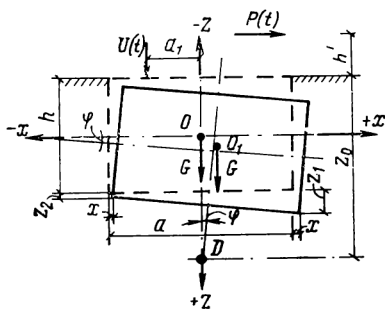


Рис. 3.2. Расчетная схема перемещения сооружения под воздействием внешних сил

при вертикальном перемещении сооружения в основании возникает равномерно распределенная реакция  $c_z z$  (где  $c_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта на уровне подошвы сооружения по вертикали). Равнодействующая этой реакции равна  $c_z z F_{\Pi}$  (где  $F_{\Pi}$  — площадь подошвы сооружения);

при горизонтальном перемещении сооружения в основании возникает равномерно распределенная реакция упругого сдвига, равная  $c_x x$  (где  $c_x$  — коэффициент упругого равномерного сдвига грунта на уровне подошвы сооружения;  $x$  — смещение центра тяжести сооружения по направлению оси  $x$ ). Равнодействующая этой реакции равна  $c_x x F_{\Pi}$ .

Расчетное смещение центра тяжести сооружения равно разности общего перемещения по направлению оси  $x$  и смещения, вызванного поворотом, т. е.

$$x_0 = x - h_0 \varphi, \quad (3.1)$$

где  $h_0 \varphi$  — перемещение сооружения, вызванное поворотом ( $h_0 = 0,5h$ ).

С учетом полученного выражения равнодействующая реакция  $R_y$  упругого сдвига может быть выражена:

$$R_y = c_x F_{\Pi} (x - h_0 \varphi). \quad (3.2)$$

Сопротивление грунта, развиваемое по подошве сооружения вследствие его вращения, определяется известным выражением  $\varphi c_{\varphi} I$  (где  $c_{\varphi}$  — коэффициент упругого неравномерного сжатия,  $I$  — момент инерции площади подошвы сооружения).

При определении сил неупругого сопротивления грунта примем допущение, что они пропорциональны скорости колебаний.

Получив выражения для реакции, рассмотрим свободные и вынужденные вертикальные, горизонтальные и вращательные колебания в главной вертикальной плоскости инерции сооружения.

Уравнения динамического равновесия системы с учетом принятых предпосылок будут иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} &= Z; \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} &= X; \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= L, \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

где  $M$  — масса сооружения;  $z, x, \varphi$  — соответственно вертикальные и горизонтальные смещения центра тяжести и угол поворота сооружения в данный момент времени;  $Z$  и  $X$  — сумма проекций на ось соответственно  $O-Z$  и  $O-X$  всех действующих на сооружение внешних сил;  $L$  — сумма моментов всех действующих на сооружение внешних сил относительно оси  $O-Y$ ;  $\theta_0$  — момент инерции сооружения относительно оси  $O-Y$ .

Выражения для определения составляющих и момента внешних сил определяются с учетом того факта, что к числу внешних сил должны быть отнесены вес сооружения и реакции отпора и сдвига грунта в основании сооружения. Тогда:

$$\left. \begin{aligned} Z &= V(t) - c_z z F_{\Pi} - c_z \Phi_z F_{\Pi} \frac{dz}{dt}; \\ X &= P(t) - c_x F_{\Pi} (x - h_0 \varphi) - c_x \Phi_x F_{\Pi} \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right); \\ L &= P(t) h_1 - V(t) a_1 + G h_0 \varphi - c_{\varphi} I \varphi + c_x F_{\Pi} (x - h_0 \varphi) h_0 - \\ &\quad - c_{\varphi} \Phi_{\varphi} I \frac{d\varphi}{dt} + c_x \Phi_x F_{\Pi} \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right) h_0, \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

где  $\Phi_z, \Phi_x, \Phi_{\varphi}$  — модули затухания.

Подставляя полученные значения в выражение (3.3), получим расчетные дифференциальные уравнения системы:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} &= V(t) - c_z z F_{\Pi} - c_z \Phi_z F_{\Pi} \frac{dz}{dt}; \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} &= P(t) - c_x F_{\Pi} (x - h_0 \varphi) - c_x \Phi_x F_{\Pi} \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right); \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= P(t) h_1 - V(t) a_1 + G h_0 \varphi - c_{\varphi} I \varphi + c_x F_{\Pi} (x - h_0 \varphi) h_0 - \\ &\quad - c_{\varphi} \Phi_{\varphi} I \frac{d\varphi}{dt} + c_x \Phi_x F_{\Pi} \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right) h_0. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

В правой части уравнений оставим значения только внешних сил, тогда окончательные выражения основных дифференциальных



уравнений будут иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z \Phi_z F_{\Pi} \frac{dz}{dt} + c_z F_{\Pi} z &= V(t); \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} + c_x F_{\Pi} (x - h_0 \varphi) + c_x \Phi_x F_{\Pi} \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right) &= P(t); \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + (c_{\varphi} I + c_x F_{\Pi} h_0^2 - G h_0) \varphi - c_x F_{\Pi} h_0 x + c_{\varphi} \Phi_{\varphi} I \frac{d\varphi}{dt} - \\ - c_x \Phi_x F_{\Pi} h_0 \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right) &= P(t) h_1 - V(t) a_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

При решении основных дифференциальных уравнений вертикальные колебания сооружения рассматриваются самостоятельно; горизонтально-вращательные колебания получают из двух последних уравнений системы (3.6).

Исследования показывают, что разница между численными значениями частот свободных колебаний с учетом и без учета неупругих сопротивлений колеблется в пределах 3—5%, а влияние неупругих сопротивлений на расчетные максимальные параметры невелико. Это позволяет производить практические расчеты в ряде случаев без учета влияния неупругих сопротивлений. Поэтому рассмотрим оба расчета — без учета и с учетом неупругих сопротивлений отдельно.

## 2. ВЕРТИКАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СООРУЖЕНИЯ

Вертикальные колебания сооружения характеризуются первым уравнением системы (3.6)

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z z F_{\Pi} = V(t). \quad (3.6a)$$

Решение уравнения (3.6a) для случая, когда начальное перемещение  $z_0$  и начальная скорость  $z'_0$  известны, будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} z &= z_0 \cos pt + \frac{z'_0}{p} \sin pt + \frac{1}{Mp} \int_0^t V(t) \sin p(t - t_1) dt_1; \\ z' &= -pz_0 \sin pt + z'_0 \cos pt + \frac{1}{M} \int_0^t V(t) \cos p(t - t_1) dt_1; \\ z'' &= p^2 z + \frac{1}{M} V(t). \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Если в начальный момент перемещение и скорость равны нулю, то формулы приобретают более простой вид:

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{1}{Mp} \int_0^t V(t) \sin p(t - t_1) dt_1; \\ z' &= \frac{1}{M} \int_0^t V(t) \cos p(t - t_1) dt_1; \\ z'' &= -p^2 z + \frac{1}{M} V(t), \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

где  $t$  — момент времени, для которого определяется перемещение;  $t_1$  — время, которое рассматривается при интегрировании как независимое переменное, изменяющееся от 0 до  $t$ ;  $p$  — частота свободных вертикальных колебаний сооружения.

Формула для определения частоты свободных вертикальных колебаний сооружений, полученная в результате решения основного однородного дифференциального уравнения, имеет следующий вид:

$$p = \sqrt{\frac{c_z F_{\Pi}}{M}}. \quad (3.9)$$

Вначале запишем формулы (3.8) для основной расчетной нагрузки, мгновенно возникающей при  $t = 0$  и сохраняющей постоянное значение  $V$  до бесконечности. Тогда:

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{2V}{Mp^2} \sin^2 \frac{pt}{2}; \\ z' &= \frac{V}{Mp} \sin pt. \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Для общего случая, когда нагрузка изменяется во времени по произвольному закону, необходимо рассмотреть движение системы в пределах каждого интервала согласно графику, изображенному на рис. 3.1, а.

Используя метод А. П. Синицына, получим следующие расчетные формулы.

В пределах первого интервала, когда  $t$  меняется от 0 до  $t_{\Delta}$ :

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{2V_1}{Mp^2} \sin^2 \frac{pt}{2}; \\ z' &= \frac{V_1}{Mp} \sin pt. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

В конце первого интервала, когда  $t = t_1$ , расчетные формулы имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} z_{t_1} &= \frac{2V_1}{Mp^2} \sin^2 \frac{pt_1}{2}; \\ z'_{t_1} &= \frac{V_1}{Mp} \sin pt_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

С момента  $t_1$  рассматривается новая система, для которой  $z_{t_1}$  и  $z'_{t_1}$  являются начальными условиями. Тогда в пределах второго интервала, когда время  $t$  меняется от  $t_1$  до  $t_2$ , вертикальные перемещения и скорость определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} z_2 &= z_{t_1} \cos pt + \frac{z'_{t_1}}{p} \sin pt + \frac{2V_2}{Mp^2} \sin^2 \frac{pt}{2}; \\ z'_2 &= -z_{t_1} p \sin pt + z'_{t_1} \cos pt + \frac{V_2}{Mp} \sin pt. \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

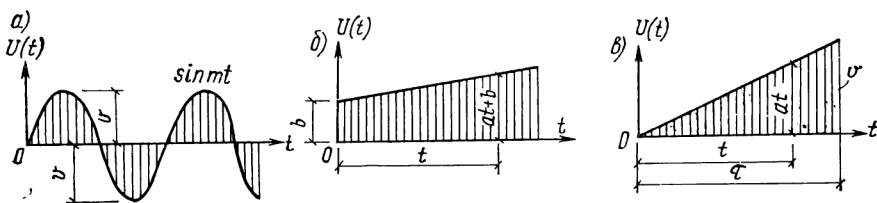


Рис. 3.3. Расчетные графики изменения возмущающих сил во времени

В конце второго интервала, когда  $t = t_2$ , расчетные формулы будут следующими:

$$\left. \begin{aligned} z_2 &= z_{t_1} \cos pt_2 + \frac{z'_{t_1}}{p} \sin pt_2 + \frac{2V_2}{Mp^2} \sin^2 \frac{pt_2}{2}; \\ z'_2 &= -z_{t_1} p \sin pt_2 + z'_{t_1} \cos pt_2 + \frac{V_2}{Mp} \sin pt_2. \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

В пределах  $n$ -го интервала перемещение и скорость движения сооружения вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} z_n &= z_{n-1} \cos pt + \frac{z'_{n-1}}{p} \sin pt + \frac{2V_n}{Mp^2} \sin^2 \frac{pt}{2}; \\ z'_n &= -z_{n-1} p \sin pt + z'_{n-1} \cos pt + \frac{V_n}{Mp} \sin pt. \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

В конце последнего интервала, когда расчетная нагрузка прекращает свое действие, сооружение продолжает совершать гармо-

нические колебания с начальными условиями  $z_{t_n}$  и  $z'_{t_n}$ , тогда перемещение сооружения определяется по формуле

$$z_{n+1} = z_n \cos pt + \frac{z'_n}{p} \sin pt. \quad (3.16)$$

Наибольшее перемещение равно:

$$z_{\text{макс}} = \sqrt{z_n^2 + \left(\frac{z'_n}{p}\right)^2}. \quad (3.17)$$

Если закон изменения внешней нагрузки во времени можно выразить аналитически каким-либо уравнением, то расчетные формулы значительно упрощаются. Так, если нагрузка, действующая на сооружение, изменяется по периодическому закону (рис. 3.3, а),

$$V(t) = V \sin mt, \quad (3.18)$$

то имеем

$$z = \frac{V}{p^2 M} \frac{p}{p^2 - m^2} (p \sin mt - m \sin pt). \quad (3.19)$$

Когда внешняя сила изменяется во времени по линейному закону (рис. 3.3, б и в),

$$z = z_{\text{ст}} - \delta_{11} \left( b \cos pt + \frac{a}{p} \sin pt \right). \quad (3.20)$$

При  $b = 0$ :

$$\begin{aligned} V(t) &= at = \frac{V}{\tau} t; \\ z &= \frac{\delta_{11} V}{\tau} \left( t - \frac{1}{p} \sin pt \right), \end{aligned} \quad (3.21)$$

где  $\delta_{11}$  — единичное перемещение сооружения.

Теперь рассмотрим особенности расчета для грунтового основания, обладающего свойствами упругости и инерционности.

Для рассмотренного случая все выведенные формулы останутся справедливыми, за исключением того, что вместо коэффициента упругого равномерного сжатия  $c'_z$  в расчетные формулы следует вводить динамическое значение этого коэффициента, учитывающее инерционные свойства грунта  $c_z^n$ .

Для определения динамического коэффициента упругого сжатия грунта воспользуемся динамической моделью, которая представляет собой несвязные инерционные стержни, лежащие на несжимаемом основании, как это сделано в работах Б. Г. Коренева, Н. К. Снитко В. П. Вискне.

Согласно принятой гипотезе, в инерционном слое не будем учитывать упругих связей между отдельными стержнями по вертикальным плоскостям. Рассмотрим продольные колебания грунтового

столба постоянного сечения от воздействия приложенной периодической силы, изменяющейся по закону  $V_0 \sin mt$ .

Дифференциальное уравнение продольных колебаний грунтового столба с площадью поперечного сечения  $F$  будет иметь следующий вид:

$$E_0 F \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\gamma F}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (3.22)$$

где  $E_0$  — модуль упругости грунта.

Имея в виду принятый закон изменения возмущающей силы, общее решение дифференциального уравнения (3.22) можем записать в следующем виде:

$$u = Z(z) \sin mt. \quad (3.23)$$

После подстановки равенства (3.23) в выражение (3.22) имеем

$$\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + \frac{\gamma m^2}{E_0 g} Z(z) = 0. \quad (3.24)$$

Обозначая

$$\alpha^2 = \frac{\gamma m^2}{E_0 g}, \quad (3.25)$$

получим

$$\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + \alpha^2 Z(z) = 0. \quad (3.26)$$

Общий интеграл уравнения (3.26) можно записать в следующей форме:

$$Z(z) = A \sin \alpha z + B \cos \alpha z. \quad (3.27)$$

С учетом выражения (3.27) общее решение дифференциального уравнения (3.23) имеет вид:

$$u = (A \sin \alpha z + B \cos \alpha z) \sin mt. \quad (3.28)$$

Для определения перемещения грунтового столба необходимо определить постоянные интегрирования  $A$  и  $B$ , что можно сделать исходя из заданных граничных условий.

Запишем граничные условия, при этом будем иметь в виду, что перемещения нижних концов инерционных стержней, имеющих высоту  $h_0$ , равны нулю. Придерживаясь решения Б. Г. Коренева и располагая начало координат на неподвижном конце стержня, получим:

$$z = 0; \quad u = 0; \quad (3.29)$$

$$z = h_0; \quad E_0 \frac{du}{dz} = 1. \quad (3.30)$$

Решая уравнение (3.27) при граничных условиях выражений (3.29) и (3.30), имеем:

$$B=0; \quad A = \frac{1}{E_0 \alpha \cos \alpha h_0}, \quad (3.31)$$

откуда

$$u = \frac{\operatorname{tg} \alpha h_0}{\alpha E_0} \sin mt. \quad (3.32)$$

В результате проделанных выкладок проф. Б. Г. Кореневым получена формула для определения динамического коэффициента упругого сжатия грунта:

$$c_z^д = \frac{V_0 \sin mt}{u}, \quad (3.33)$$

или

$$c_z^д = \frac{\alpha E_0}{\operatorname{tg} \alpha h_0}, \quad (3.34)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{\gamma m^2}{E_0 g}}. \quad (3.35)$$

Как видно из последних формул, динамический коэффициент упругого сжатия грунта зависит как от его физико-механических свойств ( $\gamma$ ;  $E_0$ ), так и от частоты вынужденных колебаний нагрузки  $m$ .

Необходимая для расчета глубина обжимаемого слоя  $h_0$  может быть определена, согласно предложению В. П. Вискне, исходя из условия, что осадка верхней поверхности обжимаемого слоя  $h_0$  равна осадке эквивалентного столба постоянного сечения  $\Delta h_0$ .

Согласно принятой предпосылке, осадка верхней поверхности обжимаемого слоя равна:

$$u = \frac{\sigma}{c_z}, \quad (3.36)$$

где  $\sigma$  — расчетные напряжения;  $c_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта.

На ту же величину должен сжаться и столб грунта  $h_0$ . По закону Гука имеем:

$$\frac{\Delta h_0}{h_0} = \frac{\sigma}{E_0}, \quad (3.37)$$

откуда

$$\Delta h_0 = h_0 \frac{\sigma}{E_0}. \quad (3.37a)$$

Приравнявая  $u = \Delta h_0$ , имеем:

$$\frac{\sigma}{c_z} = h_0 \frac{\sigma}{E_0}, \quad (3.38)$$

откуда глубина обжимаемого слоя  $h_0$  равна:

$$h_0 = \frac{E_0}{c_z}. \quad (3.38a)$$

При учете упругих и инерционных свойств грунтового основания порядок расчета устанавливается следующим.

1. На основании заданных физико-механических параметров грунта (модуля упругости  $E_0$  и коэффициента упругого равномерного сжатия  $c_z$ ) определяется глубина обжимаемого слоя  $h_0$  по формуле (3.38 а).

2. Вычисляется параметр  $\alpha$  применительно к частоте колебаний нагрузки  $m$  по формуле (3.35).

3. Находится расчетное значение динамического коэффициента упругого равномерного сжатия грунта в зависимости от значений  $m$  и  $h_0$  по формуле (3.34).

4. Дальнейший расчет ведется обычным путем с применением ранее выведенных формул.

Анализ этих формул показывает, что в ряде случаев отличие динамического коэффициента от статического может быть значительным. Поэтому учету инерционных свойств грунта, особенно при расчете ответственных сооружений, следует уделять должное внимание.

### 3. ГОРИЗОНТАЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СООРУЖЕНИЯ

Дифференциальные уравнения равновесия системы при воздействии мгновенно возникающих горизонтальной и вертикальной нагрузок, сохраняющих постоянное значение до бесконечности, будут иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 x}{dt^2} + c_x F_{\Pi} (x - \varphi h_0) &= P; \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + (c_{\varphi} I + c_x F_{\Pi} h_0^2 - G h_0) \varphi - c_x F_{\Pi} h_0 x &= P h_1 - V a_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_x^2 &= \frac{c_x F_{\Pi}}{M}; \quad \lambda_{\varphi}^2 = \frac{c_{\varphi} I - G h_0}{\theta_c}; \\ \theta_c &= \theta_0 + M h_0^2; \\ \frac{\theta_0}{\theta_c} &= \gamma; \quad N_1 = \frac{P}{M}; \quad N_2 = \frac{P h_1 - V a_1}{\theta_c}, \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

где  $\lambda_x$  и  $\lambda_\varphi$  — частота соответственно горизонтальных и вращательных колебаний сооружения.

Тогда получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + \lambda_x^2 x - \lambda_x^2 h_0 \varphi &= N_1; \\ \gamma \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + [\lambda_\varphi^2 + (1-\gamma) \lambda_x^2] \varphi - \lambda_x^2 (1-\gamma) \frac{x}{h_0} &= N_2. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Дифференциальные уравнения (3.41) являются неоднородными. Общее решение системы уравнений складывается из решения двух частей:

общего интеграла ( $x$  и  $\varphi$ ) однородного уравнения, т. е. уравнения с той же левой частью, но с нулем в правой части, содержащего произвольные постоянные;

частного интеграла ( $x$  и  $\varphi$ ), не содержащего произвольных постоянных.

Необходимо определить эти интегралы.

При решении однородных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + \lambda_x^2 x - \lambda_x^2 h_0 \varphi &= 0; \\ \gamma \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + [\lambda_\varphi^2 + (1-\gamma) \lambda_x^2] \varphi - \lambda_x^2 (1-\gamma) \frac{x}{h_0} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

Решение ищем в виде:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 e^{\lambda t}; \\ \varphi &= c_2 e^{\lambda t}. \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

Имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= c_1 e^{\lambda t}; \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = c_1 e^{\lambda t} \lambda^2; \\ \frac{d\varphi}{dt} &= c_2 e^{\lambda t}; \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = c_2 e^{\lambda t} \lambda^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.44)$$

Подставляя выражения (3.44) в уравнения (3.42) и производя необходимые преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} c_1 [\lambda^2 + \lambda_x^2] + c_2 [-\lambda_x^2 h_0] &= 0; \\ c_1 \left[ -\lambda_x^2 (1-\gamma) \frac{1}{h_0} \right] + c_2 [\lambda^2 \gamma + \lambda^2 \varphi + (1-\gamma) \lambda_x^2] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

Характеристическое уравнение системы (3.45) имеет вид:

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 + \lambda_x^2; & -\lambda_x^2 h_0; \\ -\lambda_x^2 (1-\gamma) \frac{1}{h_0}; & \gamma \lambda^2 + \lambda_\varphi^2 + (1-\gamma) \lambda_x^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (3.46)$$



Раскрывая определитель, будем иметь

$$\gamma\lambda^4 + \lambda^2(\lambda_\Phi^2 + \lambda_x^2) + \lambda_x^2\lambda_\Phi^2 = 0. \quad (3.47)$$

Решая уравнение (3.47), получим следующую формулу для определения частот главных колебаний  $\lambda_{1,2}$ :

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{-\frac{1}{2\gamma} [(\lambda_x^2 + \lambda_\Phi^2) \pm \sqrt{(\lambda_x^2 + \lambda_\Phi^2)^2 - 4\gamma\lambda_x^2\lambda_\Phi^2}]}. \quad (3.48)$$

Обозначив  $g_1^2 = -\lambda_1^2$ ,  $g_2^2 = -\lambda_2^2$ , получим:

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \sqrt{\frac{1}{2\gamma} [\lambda_x^2 + \lambda_\Phi^2 + \sqrt{(\lambda_x^2 + \lambda_\Phi^2)^2 - 4\gamma\lambda_x^2\lambda_\Phi^2}]}; \\ g_2 &= \sqrt{\frac{1}{2\gamma} [\lambda_x^2 + \lambda_\Phi^2 - \sqrt{(\lambda_x^2 + \lambda_\Phi^2)^2 - 4\gamma\lambda_x^2\lambda_\Phi^2}]} \end{aligned} \right\} \quad (3.49)$$

Решение общего однородного уравнения (3.42) будем искать в виде:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t; \\ \varphi &= k_1 \sin g_1 t + k_2 \cos g_1 t + k_3 \sin g_2 t + k_4 \cos g_2 t. \end{aligned} \right\} \quad (3.50)$$

Вычисляя

$$\frac{dx}{dt}, \quad \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad \frac{d\varphi}{dt}, \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

и подставляя их значения в уравнения (3.42), получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} &\sin g_1 t (-c_1 g_1^2 + c_1 \lambda_x^2 - k_1 \lambda_x^2 h_0) + \cos g_1 t (-c_2 g_1^2 + c_2 \lambda_x^2 - k_2 \lambda_x^2 h_0) + \\ &+ \sin g_2 t (-c_3 g_2^2 + c_3 \lambda_x^2 - k_3 \lambda_x^2 h_0) + \\ &+ \cos g_2 t (-c_4 g_2^2 + c_4 \lambda_x^2 - k_4 \lambda_x^2 h_0) = 0. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Уравнение (3.51) представляет собой тождество, следовательно, выражения в круглых скобках должны обращаться в нуль. Тогда

$$c_1 (\lambda_x^2 - g_1^2) = k_1 \lambda_x^2 h_0$$

и т. д.

В результате решения уравнения (3.51) получим:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= c_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0}; & k_2 &= c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0}; \\ k_3 &= c_3 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0}; & k_4 &= c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0}. \end{aligned} \right\} \quad (3.52)$$

Подставим выражения (3.52) в формулы (3.50), тогда общее решение уравнения (3.42) будет следующим:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t; \\ \varphi &= c_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t + c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t + \\ &+ c_3 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t, \end{aligned} \right\} \quad (3.53)$$

где  $c_1, c_2, c_3, c_4$  — произвольные постоянные.

Частное решение уравнений (3.41) будем искать в виде  $x = A$ ,  $\varphi = B$  (где  $A$  и  $B$  — постоянные).

Подставляя значения  $A$  и  $B$  в выражения (3.41), получим:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_x^2 A - B \lambda_x^2 h_0 &= N_1; \\ -A \lambda_x^2 (1 - \gamma) \frac{1}{h_0} + B [\lambda_\phi^2 + (1 - \gamma) \lambda_x^2] &= N_2. \end{aligned} \right\} \quad (3.54)$$

Решая эти уравнения, получим:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{N_1 \lambda_\phi^2 + N_2 h_0 \lambda_x^2 + N_1 \lambda_x^2 (1 - \gamma)}{\lambda_x^2 \lambda_\phi^2}; \\ B &= \frac{N_2 h_0 + N_1 (1 - \gamma)}{h_0 \lambda_\phi^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.55)$$

Итак, общее решение основной системы дифференциальных уравнений (3.41) будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\ \varphi &= c_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t + c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t + \\ &+ c_3 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t + B. \end{aligned} \right\} \quad (3.56)$$

Чтобы найти решение основных дифференциальных уравнений (3.41), удовлетворяющих заданным начальным условиям при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $\varphi = \varphi_0$ ;  $x' = x'_0$ ;  $\varphi' = \varphi'_0$ , составим систему уравнений, используя полученные выражения.

Тогда:

$$\left. \begin{aligned} c_2 + c_4 + A &= x_0; \\ c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} + B &= \varphi_0; \\ c_1 g_1 + c_3 g_2 &= x'_0; \\ c_1 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} + c_3 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} &= \varphi'_0. \end{aligned} \right\} \quad (3.57)$$

В результате решения системы уравнений (3.57) получим:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{\varphi'_0 \lambda_x^2 h_0 - x'_0 (\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_1 (g_2^2 - g_1^2)}; \\ c_2 &= \frac{\lambda_x^2 h_0 (\varphi_0 - B) - (x_0 - A) (\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_2^2 - g_1^2}; \\ c_3 &= \frac{\varphi'_0 \lambda_x^2 h_0 - x'_0 (\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_2 (g_1^2 - g_2^2)}; \\ c_4 &= \frac{\lambda_x^2 h_0 (\varphi_0 - B) - (x_0 - A) (\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_1^2 - g_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.58)$$

В итоге получены все необходимые выражения для вычисления расчетных значений  $x$  и  $\varphi$ .

Порядок ведения расчетов для определения  $x$  и  $\varphi$  устанавливается следующий.

1. Для принятого сооружения по формулам (3.40) вычисляются основные геометрические характеристики:  $\theta_0$ ,  $\theta_c$  и  $\gamma$ .

2. Для заданных расчетных нагрузок по формулам (3.40) находятся коэффициенты  $N_1$  и  $N_2$ .

3. Определяются собственные частоты горизонтальных и вращательных колебаний сооружения  $\lambda_x$  и  $\lambda_\varphi$  по формулам (3.40).

4. Вычисляются частоты главных колебаний  $g_1$  и  $g_2$  по формулам (3.49).

5. Определяются коэффициенты  $A$  и  $B$  по формулам (3.55).

6. Для заданных начальных условий (при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$ ;  $\varphi = \varphi_0$ ;  $\varphi' = \varphi'_0$ ) вычисляются значения произвольных постоянных  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$  по формулам (3.58).

Если при  $t = 0$   $x = 0$ ;  $x'_0 = 0$ ;  $\varphi = 0$ ;  $\varphi' = 0$  и  $c_1 = c_3 = 0$ , то:

$$\left. \begin{aligned} c_4 &= \frac{A (\lambda_x^2 - g_1^2) - B \lambda_x^2 h_0}{g_1^2 - g_2^2}; \\ c_2 &= \frac{A (\lambda_x^2 - g_2^2) - B \lambda_x^2 h_0}{g_2^2 - g_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.59)$$

7. Для любого промежутка времени определяются расчетные значения горизонтальных перемещений сооружения  $x$  и углов поворота  $\varphi$  по формулам:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\ \varphi &= c_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t + c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t + \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 &+ c_3 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t + B; \\
 &x' = c_1 g_1 \cos g_1 t - c_2 g_1 \sin g_1 t + \\
 &\quad + c_3 g_2 \cos g_2 t - c_4 g_2 \sin g_2 t; \\
 \varphi' = &c_1 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t - c_2 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t + \\
 &+ c_3 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t - c_4 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.60)$$

При  $t = 0$ ;  $x = x'_0 = 0$  и  $\varphi_0 = \varphi'_0 = 0$ :

$$\left. \begin{aligned}
 &x = c_2 \cos g_1 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\
 \varphi = &c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t + B.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.60a)$$

Теперь рассмотрим более общий случай, когда внешние силы изменяются во времени по произвольному закону. Решение задачи, как уже было указано ранее, производится методом начальных параметров на основе главного решения, полученного выше.

Порядок определения горизонтальных перемещений  $x$  и углов поворота сооружения  $\varphi$  устанавливается следующий.

1. Разбиваем заданные графики изменения горизонтальной и вертикальной нагрузок во времени на ряд интервалов, в пределах которых действительные кривые заменяем схематизированными прямыми, сохраняя постоянным отношение вертикальной нагрузки к горизонтальной (рис. 3.4).

2. В пределах первого интервала, когда  $t$  меняется от 0 до  $t_1$ , горизонтальные перемещения и углы поворота вычисляются по следующим формулам (начальные условия при  $t = 0$ ,  $x = x'_0 = 0$  и  $\varphi_0 = \varphi'_0 = 0$ ):

$$\left. \begin{aligned}
 &x = c_2 \cos g_1 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\
 \varphi = &c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t + B; \\
 &x' = -c_2 g_1 \sin g_1 t - c_4 g_2 \sin g_2 t; \\
 \varphi' = &-c_2 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t - c_4 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.61)$$

Коэффициенты  $c_4$  и  $c_2$  определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned}
 c_4 = &\frac{A(\lambda_x^2 - g_1^2) - B\lambda_x^2 h_0}{g_1^2 - g_2^2}; \\
 c_2 = &\frac{A(\lambda_x^2 - g_2^2) - B\lambda_x^2 h_0}{g_2^2 - g_1^2}.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.62)$$

Коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $\lambda_x$ ,  $g_1$  и  $g_2$  находятся по формулам (3.61)—(3.63).

3. В конце первого интервала, когда  $t = t_1$ , перемещения и углы поворота определяются по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} x_{t_1} &= c_2 \cos g_1 t_1 + c_4 \cos g_2 t_1 + A; \\ \varphi_{t_1} &= c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t_1 + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t_1 + B; \\ x'_{t_1} &= -c_2 g_1 \sin g_1 t_1 - c_4 g_2 \sin g_2 t_1; \\ \varphi'_{t_1} &= -c_2 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t_1 - c_4 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.63)$$

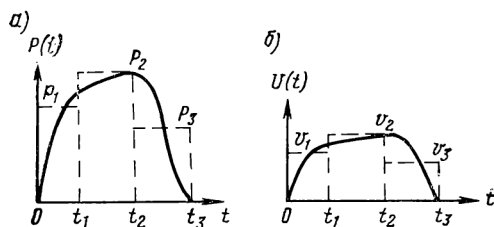


Рис. 3.4. Действительный и схематизированный графики изменения внешних сил во времени ( $P_1/V_1 = P_2/V_2 = P_3/V_3 = \text{const}$ )  
а — при горизонтальной силе; б — при вертикальной силе

4. С момента  $t_1$  во втором интервале рассматривается новая система, для которой  $x_{t_1}$ ,  $x'_{t_1}$ ,  $\varphi_{t_1}$  и  $\varphi'_{t_1}$  являются начальными параметрами, если начало координат перенести в точку  $t = t_1$ .

При  $t_1 < t < t_2$  перемещение и углы поворота сооружения вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\ \varphi &= c_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t + c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t + \\ &+ c_3 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t + B; \\ x' &= c_1 g_1 \cos g_1 t - c_2 g_1 \sin g_1 t + \\ &+ c_3 g_2 \cos g_2 t - c_4 g_2 \sin g_2 t; \\ \varphi' &= c_1 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t - c_2 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t + \\ &+ c_3 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t - c_4 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t. \end{aligned} \right\} \quad (3.64)$$

Коэффициенты, входящие в эти формулы, равны:

$$\left. \begin{aligned}
 c_1 &= \frac{\varphi'_{t_1} \lambda_x^2 h_0 - x'_{t_1} (\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_1 (g_2^2 - g_1^2)}; \\
 c_2 &= \frac{\lambda_x^2 h_0 (\varphi_{t_1} - B) - (x_{t_1} - A) (\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_2^2 - g_1^2}; \\
 c_3 &= \frac{\varphi'_{t_1} \lambda_x^2 h_0 - x'_{t_1} (\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_2 (g_1^2 - g_2^2)}; \\
 c_4 &= \frac{\lambda_x^2 h_0 (\varphi_{t_1} - B) - (x_{t_1} - A) (\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_1^2 - g_2^2}.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.65)$$

Коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $\lambda_x$ ,  $g_1$  и  $g_2$  определяются так же, как и в предыдущем случае.

5. В момент, когда  $t = t_2$ , линейные и угловые перемещения новой системы равны:

$$\left. \begin{aligned}
 x_{t_2} &= c_2 \sin g_1 t_2 + c_2 \cos g_1 t_2 + c_3 \sin g_2 t_2 + c_4 \cos g_2 t_2 + A; \\
 \varphi_{t_2} &= c_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t_2 + c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t_2 + \\
 &\quad + c_3 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t_2 + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t_2 + B; \\
 x'_{t_2} &= c_1 g_1 \cos g_1 t_2 - c_2 g_1 \sin g_1 t_2 + \\
 &\quad + c_3 g_2 \cos g_2 t_2 - c_4 g_2 \sin g_2 t_2; \\
 \varphi'_{t_2} &= c_1 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t_2 - c_2 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t_2 + \\
 &\quad + c_3 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t_2 - c_4 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t_2.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.66)$$

6. Если число интервалов  $n$ , то в пределах  $n$ -го интервала горизонтальные перемещения и углы поворота сооружения определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned}
 x_n &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\
 \varphi_n &= c_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t + c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t + \\
 &\quad + c_3 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t + B; \\
 x'_n &= c_1 g_1 \cos g_1 t - c_2 g_1 \sin g_1 t + \\
 &\quad + c_3 g_2 \cos g_2 t - c_4 g_2 \sin g_2 t;
 \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_n' = c_1 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t - c_2 g_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t + \\ + c_3 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t - c_4 g_2 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t. \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

7. В конце  $n$ -го интервала внешние силы прекращают свое действие и сооружения совершают колебания с начальными условиями  $x_{i_n}$ ,  $x_{i_n}'$ ,  $\varphi_{i_n}$ ,  $\varphi_{i_n}'$ .

Движение сооружения описывается формулами:

$$\left. \begin{aligned} x_{n+1} &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t; \\ \varphi_{n+1} &= c_1 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_1 t + c_2 \frac{\lambda_x^2 - g_1^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_1 t + \\ &+ c_3 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \sin g_2 t + c_4 \frac{\lambda_x^2 - g_2^2}{\lambda_x^2 h_0} \cos g_2 t. \end{aligned} \right\} \quad (3.68)$$

В тех случаях когда закон изменения внешних сил во времени можно выразить аналитическими уравнениями, решение упрощается. Подобные решения подробно рассмотрены Д. Д. Барканом и О. А. Савиновым.

Если на сооружение действует горизонтальная периодическая сила  $P = P_0 \sin \omega t$ , то дифференциальные уравнения движения сооружения имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 x}{dt^2} + c_x F_{\Pi} x - c_x F_{\Pi} h_0 \varphi &= P_0 \sin \omega t, \\ \theta_0 = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + (c_{\varphi} I + c_x F_{\Pi} h_0^2 - G h_0) \varphi - c_x F_{\Pi} h_0 x &= P_0 h \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (3.69)$$

Общее решение уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x &= A_1 \sin(\lambda_1 t + \delta_1) + A_2 \sin(\lambda_2 t + \delta_2); \\ \varphi &= \frac{1}{h_0} \left( 1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_x^2} \right) A_1 \sin(\lambda_1 t + \delta_1) + \\ &+ \frac{1}{h_0} \left( 1 - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_x^2} \right) A_2 \sin(\lambda_2 t + \delta_2). \end{aligned} \right\} \quad (3.70)$$

Постоянные  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , входящие в эти уравнения, должны удовлетворять начальным условиям.

Частное решение этих уравнений, характеризующих вынужденные колебания сооружения, будет равно:

$$\left. \begin{aligned} x &= A_x \sin \omega t; \\ \varphi &= A_{\varphi} \sin \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (3.71)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_x &= \frac{P_0}{k_x} \frac{1 + \frac{\lambda_x^2}{\lambda_\varphi^2} (1 - \gamma) \left( 1 + \frac{h}{h_0} \right) - \gamma \frac{\omega^2}{\lambda_\varphi^2}}{\Delta}; \\ A_\varphi &= \frac{P_0 (h + h_0)}{k_\varphi} \frac{1 - \frac{h}{h + h_0} \frac{\omega^2}{\lambda_x^2}}{\Delta}; \end{aligned} \right\} \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{\lambda}{\lambda_x^2 \lambda_\varphi^2} [\gamma \omega^4 - (\lambda_x^2 + \lambda_\varphi^2) \omega^2 + \lambda_x^2 \lambda_\varphi^2] = \\ &= \left( 1 - \frac{\omega^2}{\lambda_1^2} \right) \left( 1 - \frac{\omega^2}{\lambda_2^2} \right). \end{aligned} \quad (3.73)$$

Если на сооружение действует возмущающая пара сил, момент которой  $M = M_0 \sin \omega t$ , то горизонтальные перемещения и угол поворота сооружения соответственно равны:

$$x = A_x \sin \omega t; \quad \varphi = A_\varphi \sin \omega t; \quad (3.74)$$

$$\left. \begin{aligned} A_x &= \frac{M_0 h_0}{k_x} \frac{1}{\Delta}; \\ A_\varphi &= \frac{M_0}{k_\varphi} \frac{1 - \frac{\omega^2}{\lambda_x^2}}{\Delta}, \end{aligned} \right\} \quad (3.75)$$

где

$$k_x = c_x F_{\Pi}; \quad k_\varphi = c_\varphi I. \quad (3.76)$$

#### 4. ВЕРТИКАЛЬНЫЕ И ГОРИЗОНТАЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СООРУЖЕНИЯ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ НЕУПРУГИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ГРУНТА

Рассмотренное выше решение относится к идеально упругому основанию, при котором амплитуда колебаний постоянна.

В действительности грунт представляет неупругую среду. Поэтому полученные выше решения дифференциальных уравнений целесообразно уточнить, имея в виду наличие в грунте внутреннего сопротивления (неупругих сопротивлений) и рассеяния энергии. При определении сил неупругого сопротивления примем известное допущение о том, что они пропорциональны скорости колебаний.

Придерживаясь решения Н. П. Павлюка [51], запишем выражения для определения равнодействующих реакций основания  $R_z$ ,



$R_x$ ,  $R_\varphi$  при вертикальном, горизонтальном и условном перемещении сооружения.

Для вертикальных колебаний реакция основания равна:

$$R_z = k_z \left( z + \Phi_z \frac{dz}{dt} \right), \quad (3.77)$$

где  $k_z$  — коэффициент жесткости основания при равномерном сжатии, численно равный силе, которую необходимо приложить к сооружению, для того чтобы получить его осадку, равную единице, т. е.  $k_z = c_z F$  ( $c_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия,  $F$  — площадь подошвы сооружения);  $\Phi_z$  — модуль затухания;  $z$  и  $dz/dt$  — перемещение и скорость движения сооружения.

Реакция основания для горизонтальных колебаний сооружения определяется выражением

$$R_x = k_x \left( x + \Phi_x \frac{dx}{dt} \right), \quad (3.78)$$

где  $k_x$  — коэффициент жесткости основания при упругом равномерном сдвиге, численно равный силе, вызывающей перемещение сооружения на единицу его длины, т. е.  $k_x = c_x F$  ( $c_x$  — коэффициент упругого равномерного сдвига,  $\Phi_x$  — модуль затухания);  $x$  и  $dx/dt$  — перемещение и скорость движения сооружения в горизонтальном направлении.

Реакция основания для вращательных колебаний сооружения относительно оси, проходящей через центр тяжести его подошвы, определяется зависимостью

$$R_\varphi = k_\varphi \left( \varphi + \Phi_\varphi \frac{d\varphi}{dt} \right), \quad (3.79)$$

где  $k_\varphi$  — коэффициент жесткости основания при упругом неравномерном сжатии, численно равный моменту, вызывающему повороты сооружения на единицу угла, т. е.  $k_\varphi = c_\varphi I$  ( $c_\varphi$  — коэффициент упругого неравномерного сжатия,  $I$  — момент инерции площади подошвы сооружения относительно оси поворота);  $\Phi_\varphi$  — модуль затухания;  $\varphi$  и  $d\varphi/dt$  — угловое перемещение и скорость движения сооружения.

Модули затухания  $\Phi_z$ ,  $\Phi_x$ ,  $\Phi_\varphi$  характеризуют влияние неупругих сопротивлений грунта при вертикальном, горизонтальном и вращательном перемещениях сооружения. Значения модулей затухания, установленные опытным путем, сравнительно мало отличаются друг от друга и поэтому можно принимать:

$$\Phi_z \approx \Phi_x \approx \Phi_\varphi = \Phi. \quad (3.80)$$

Для расчетов значения модуля затухания в соответствии с рекомендациями [71] можно принимать по табл. 3.1.

Нижний предел значений модуля затухания с известным приближением можно применять для сооружений неглубокого заложения, верхний — для сооружений глубокого заложения.

Таблица 3.1

Грунты	$\Phi, c$
Глинистые водонасыщенные и влажные . . . . .	0,003
» неводонасыщенные . . . . .	0,003—0,0045
Песчаные водонасыщенные . . . . .	0,0045—0,006
» неводонасыщенные . . . . .	0,006—0,01
Слабые супесчано-суглинистые:	
ленточные глины . . . . .	0,01—0,15
насыпные . . . . .	

Влияние сопротивления грунта при расчете заглубленных сооружений на воздействие взрывных нагрузок можно учесть, рассматривая либо процесс генерирования в грунте волн сжатия или разрежения вследствие перемещения сооружения, находящегося в контакте с грунтом, либо процесс колебания сооружения совместно с присоединенной массой грунта. Дифференциальные уравнения колебания сооружения при этих процессах будут одинаковы [36].

Волна, вызванная перемещением сооружения в грунте, оказывает на сооружение давление, направленное в противоположную перемещению сторону и прямо пропорциональное перемещению и скорости колебания сооружения:

$$\left. \begin{aligned} R_z &= F_{\Pi} \left( c_z z + a\rho \frac{dz}{dt} \right); \\ R_x &= F_{\Pi} \left( c_x x + a\rho \frac{dx}{dt} \right); \\ R_{\varphi} &= I \left( c_{\varphi} \varphi + a\rho \frac{d\varphi}{dt} \right), \end{aligned} \right\} \quad (3.81)$$

где  $R_z, R_x, R_{\varphi}$  — равнодействующие реакции грунта, равные давлению волн в грунте, вызванной перемещением сооружения;  $a$  — скорость распространения волн в грунте;  $x, z, \varphi; dz/dt; dx/dt; d\varphi/dt; F_{\Pi}; I$  — те же величины, что и в формулах (3.80);  $\rho$  — плотность грунта.

Заменяя в выражениях (3.81)  $c_z F_{\Pi}$  на  $k_z$ ,  $c_x F_{\Pi}$  на  $k_x$  и  $c_{\varphi} I$  на  $k_{\varphi}$  и производя несложные преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} R_z &= k_z \left( z + \frac{a\rho}{c_z} \frac{dz}{dt} \right); \\ R_x &= k_x \left( x + \frac{a\rho}{c_x} \frac{dx}{dt} \right); \\ R_{\varphi} &= k_{\varphi} \left( \varphi + \frac{a\rho}{c_{\varphi}} \frac{d\varphi}{dt} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.82)$$

Сопоставление формул (3.77)—(3.79) и (3.82) показывает, что выражения для определения сопротивления грунта с помощью модуля затухания и скорости распространения волн имеют один и тот же вид. Поэтому порядок решения разнообразных задач, связанных с расчетом сооружений, заглубленных в грунт, на воздействие динамических и взрывных нагрузок не меняется.

Применяя тот или иной способ учета сопротивления грунта, необходимо в формулах (3.77)—(3.79) и (3.82) произвести замену  $\Phi_z$  на  $a\rho/c_z$ ,  $\Phi_x$  на  $a\rho/c_x$ ,  $\Phi_\varphi$  на  $a\rho/c_\varphi$ , или наоборот.

Учитывая изложенное, составим уравнения динамического равновесия системы.

Для случая, когда сопротивление грунта определяется с учетом процесса генерирования волн сжатия, имеем:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} + a\rho F_\Pi \frac{dz}{dt} + c_z F_\Pi z &= V(t); \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} + a\rho F_\Pi \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right) + c_x F_\Pi (x - \varphi h_0) &= P(t); \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + (c_\varphi I + c_x F h_0^2 - G h_0) \varphi - c_x F_\Pi h_0 x + a\rho I \frac{d\varphi}{dt} - \\ - a\rho F_\Pi h_0 \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right) &= P(t) h_1 - V(t) a_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.83)$$

Для случая, когда неупругое сопротивление грунта определяется с помощью модулей затухания, имеем:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z \Phi_z F_\Pi \frac{dz}{dt} + c_z F_\Pi z &= V(t); \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} + c_x \Phi_x F_\Pi \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right) + c_x F_\Pi (x - \varphi h_0) &= P(t); \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + (c_\varphi I + c_x F h_0^2 - G h_0) \varphi - c_x F_\Pi h_0 x + \\ + c_\varphi \Phi_\varphi I \frac{d\varphi}{dt} - c_x \Phi_x F_\Pi h_0 \left( \frac{dx}{dt} - h_0 \frac{d\varphi}{dt} \right) &= \\ = P(t) h_1 - V(t) a_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.84)$$

Рассмотрим решение системы (3.84) для нагрузки, мгновенно возникающей при  $t = 0$  и сохраняющей постоянное значение. Это решение позволяет рассматривать и более сложные случаи нагружения, когда внешние силы изменяются по произвольному закону по способу, изложенному выше.

Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_z^2 &= \frac{c_z F_{\Pi}}{M}; \quad \lambda_x^2 = \frac{c_x F}{M}; \\
 n &= \frac{c_z \Phi_z F_{\Pi}}{M}; \quad n_0 = \frac{c_z F_{\Pi}}{M}; \\
 n_1 &= \Phi_z \lambda_x^2; \quad n_2 = \lambda_x^2; \quad n_3 = \Phi_x \lambda_x^2 h_0; \\
 n_4 &= \lambda_x^2 h_0; \quad n_5 = \frac{c_x \Phi_x F h_0^2 + c_{\varphi} \Phi_{\varphi} I}{\theta_0}; \\
 n_6 &= \frac{c_{\varphi} I - G h_0 + c_x F h_0^2}{\theta_0}; \\
 n_7 &= \frac{c_x \Phi_x F h_0}{\theta_0}; \quad n_8 = \frac{c_x F h_0}{\theta_0}; \\
 N_1 &= \frac{V(t)}{M}; \quad N_2 = \frac{P(t)}{M}; \\
 N_3 &= \frac{P(t) h_1 - V(t) a_1}{\theta_0}; \\
 2\varepsilon &= \frac{c_z \Phi_z F_{\Pi}}{M}; \quad F_{\Pi} = ab; \\
 M &= \frac{G}{g}; \quad h_0 = 0,5h; \quad I = \frac{ab^3}{12}; \\
 \theta_0 &= M \frac{a^2 + h^2}{12}.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.85)$$

Тогда получим:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d^2 z}{dt^2} + n \frac{dz}{dt} + n_0 z &= N_1; \\
 \frac{d^2 x}{dt^2} + n_1 \frac{dx}{dt} + n_2 x - n_3 \frac{d\varphi}{dt} - n_4 \varphi &= N_2; \\
 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + n_6 \frac{d\varphi}{dt} + n_6 \varphi - n_7 \frac{dx}{dt} - n_8 x &= N_3.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.86)$$

Параметры вертикальных колебаний сооружения (перемещение, скорости, ускорения) определяются из решения первого уравнения системы (3.86). Подставляя вместо коэффициентов  $n = 2\varepsilon$ ,  $n_0 = \lambda_z^2$ , имеем:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{dz}{dt} + \lambda_z^2 z = N_1. \quad (3.87)$$

Общий интеграл этого дифференциального уравнения складывается из общего интеграла однородного уравнения и частного интеграла неоднородного уравнения.

Обозначим  $p_1 = \sqrt{\lambda_z^2 - \varepsilon^2}$  и для положительного значения подкоренного выражения, что характерно для сооружений, заглублен-

ных в грунт, получим интеграл однородного уравнения, предварительно приравняв  $N_1 = 0$ .

$$z = e^{-\varepsilon t} (A \sin p_1 t + B \cos p_1 t). \quad (3.88)$$

Общий интеграл неоднородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} z &= e^{-\varepsilon t} \left[ A \sin p_1 t + B \cos p_1 t + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{M p_1} \int_0^t N_1 e^{-\varepsilon(t-t_1)} \sin p_1 (t-t_1) dt_1 \right]; \\ \frac{dz}{dt} &= -\varepsilon z + p_1 e^{-\varepsilon t} (A \cos p_1 t - B \sin p_1 t) + \\ &\quad + \frac{e^{-\varepsilon t}}{M} \int_0^t N_1 e^{-\varepsilon(t-t_1)} \cos p_1 (t-t_1) dt_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.89)$$

Если в начальный момент перемещение и скорость равны нулю, то формулы (3.89) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{1}{M p_1} \int_0^t N_1 e^{-\varepsilon(t-t_1)} \sin p_1 (t-t_1) dt_1; \\ \frac{dz}{dt} &= -\varepsilon z + \frac{1}{M} \int_0^t N_1 e^{-\varepsilon(t-t_1)} \cos p_1 (t-t_1) dt_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.90)$$

Для основной расчетной схемы, когда сооружение внезапно нагружено постоянной силой  $\bar{V}$ , возникающей в момент  $t = 0$  и сохраняющей постоянное значение до бесконечности, имеем:

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{V}{M p_1^2} \left[ 1 - e^{-\varepsilon t} \left( \cos p_1 t + \frac{\varepsilon}{p_1} \sin p_1 t \right) \right]; \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{V}{M p_1^2} \frac{\varepsilon^2 + p_1^2}{p_1} e^{-\varepsilon t} \sin p_1 t. \end{aligned} \right\} \quad (3.91)$$

Параметры горизонтально-вращательного движения сооружения, внезапно нагруженного постоянными силами  $V$  и  $P$ , получим из рассмотрения последних двух уравнений системы (3.86):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + n_1 \frac{dx}{dt} + n_2 x - n_3 \frac{d\varphi}{dt} - n_4 \varphi &= N_2; \\ \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + n_5 \frac{d\varphi}{dt} + n_6 \varphi - n_7 \frac{dx}{dt} - n_8 x &= N_3. \end{aligned} \right\} \quad (3.92)$$

Для удобства решения эту систему уравнений второго порядка преобразуем в систему четырех уравнений первого порядка, предварительно обозначив:

$$x = y_1; \quad \frac{dx}{dt} = y_2; \quad \varphi = y_3; \quad \frac{d\varphi}{dt} = y_4. \quad (3.93)$$

В итоге получим систему четырех линейных уравнений первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= y_2; \\ \frac{dy_2}{dt} &= -n_2 y_1 - n_1 y_2 + n_4 y_3 + n_3 y_4 + N_2; \\ \frac{dy_3}{dt} &= y_4; \\ \frac{dy_4}{dt} &= n_8 y_1 + n_7 y_2 - n_6 y_3 - n_5 y_4 + N_3. \end{aligned} \right\} \quad (3.94)$$

Для решения неоднородной системы (3.94) необходимо решить соответствующую ей систему однородных уравнений, характеристическое уравнение которой имеет вид:

$$\begin{vmatrix} -r & 1 & 0 & 0 \\ -n_2 & -n_1 - r & n_4 & n_3 \\ 0 & 0 & -r & 1 \\ n_8 & n_7 & -n_6 & -n_5 - r \end{vmatrix} = 0. \quad (3.95)$$

Раскрывая определитель, будем иметь:

$$n_2 n_6 - n_4 n_8 + (n_1 n_6 + n_2 n_5 - n_3 n_8 - n_4 n_7) r + (n_6 + n_2 + n_1 n_5 - n_3 n_7) r^2 + (n_5 + n_1) r^3 + r^4 = 0. \quad (3.96)$$

Это уравнение имеет четыре корня

$$r_j = \alpha_j + i\beta_j,$$

где  $j = 1, 2, 3, 4$ .

Определить эти корни с любой точностью можно с помощью ЭВМ. Каждому значению  $j$  соответствует система частных решений:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= A_{1j} e^{(\alpha_j + i\beta_j)t}; \\ y_2 &= A_{2j} e^{(\alpha_j + i\beta_j)t}; \\ y_3 &= A_{3j} e^{(\alpha_j + i\beta_j)t}; \\ y_4 &= A_{4j} e^{(\alpha_j + i\beta_j)t}. \end{aligned} \right\} \quad (3.97)$$

Коэффициенты  $A_{kj}$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) определяем в результате решения алгебраической системы, полученной путем подстановки системы (3.97) в систему (3.94).

Частное решение, соответствующее членам  $N_2$  и  $N_3$ , определяется методом вариации постоянных. Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательные формулы для определения горизонтальных и угловых перемещений и скоростей движения сооружения:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t} + A_3 e^{r_3 t} + A_4 e^{r_4 t} - \\ &\quad - \frac{\alpha_1}{(r_2 + r_3 + r_4) \delta} e^{-(r_2 + r_3 + r_4) t}; \\ y_2 &= r_1 A_1 e^{r_1 t} + r_2 A_2 e^{r_2 t} + r_3 A_3 e^{r_3 t} + r_4 A_4 e^{r_4 t} - \\ &\quad - \frac{\alpha_2}{(r_1 + r_3 + r_4) \delta} e^{-(r_1 + r_3 + r_4) t}; \\ y_3 &= k_1 A_1 e^{r_1 t} + k_2 A_2 e^{r_2 t} + k_3 A_3 e^{r_3 t} + k_4 A_4 e^{r_4 t} - \\ &\quad - \frac{\alpha_3}{(r_1 + r_2 + r_4) \delta} e^{-(r_1 + r_2 + r_4) t}; \\ y_4 &= k_1 A_1 e^{r_1 t} r_1 + k_2 A_2 e^{r_2 t} r_2 + k_3 A_3 e^{r_3 t} r_3 + k_4 A_4 e^{r_4 t} r_4 - \\ &\quad - \frac{\alpha_4}{(r_1 + r_2 + r_3) \delta} e^{-(r_1 + r_2 + r_3) t}, \end{aligned} \right\} \quad (3.98)$$

где

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{n_2 + r_1 (n_1 + r_1)}{n_4 + n_3 r_1}; \quad k_2 = \frac{n_2 + r_2 (n_1 + r_2)}{n_4 + n_3 r_2}; \\ k_3 &= \frac{n_2 + r_3 (n_1 + r_3)}{n_4 + n_3 r_3}; \\ k_4 &= \frac{n_2 + r_4 (n_1 + r_4)}{n_4 + n_3 r_4}. \end{aligned} \right\} \quad (3.99)$$

Коэффициенты  $A_1, A_2, A_3$  и  $A_4$  определяются с учетом начальных условий, коэффициенты  $\alpha$  и  $\delta$  — в процессе решения уравнений (3.94).

Для иллюстрации полученного решения с помощью ЭВМ были вычислены горизонтальные перемещения и углы поворота заглубленного в грунт сооружения с размерами  $a = b = 2,83$  м,  $h = 2$  м,  $h_0 = 0,5$ ,  $h = 1$  м. Масса сооружения соответствовала 39 200 кг. При расчетах были приняты следующие характеристики механических свойств грунта:  $c_x = 3 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>;  $c_\varphi = 12 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>;  $\Phi_x = \Phi_y = 0,003$  с (случай 1);  $\Phi_x = \Phi_\varphi = 0,006$  с (случай 2). Сооружение испытывает мгновенно приложенную горизонтальную нагрузку  $P = 20$  кН с плечом  $h_1 = 3$  м. В результате расчета построены графики горизонтальных перемещений сооружения (рис. 3.5, а) и графики углов поворота сооружения с учетом и без учета влияния неупругих сопротивлений грунта (рис. 3.5, б). Как видно из рассмотрения приведенных графиков, влияние затухания на расчетные максимальные параметры незначительно, оно существенно лишь в конце колебательного процесса.

При расчетах прочности и устойчивости заглубленных сооружений наиболее важное значение имеют максимальные значения линейных и угловых перемещений, т. е. не конец, а начало колебательного процесса, поэтому в этих случаях при выполнении практических расчетов влияние неупругих сопротивлений грунта можно не учитывать. В отдельных случаях при вычислении перемещений в зоне, близкой к зоне резонанса, а также при необходимости определения перемещений сооружения за весь процесс нагружения в расчетах неупругие сопротивления необходимо учитывать.

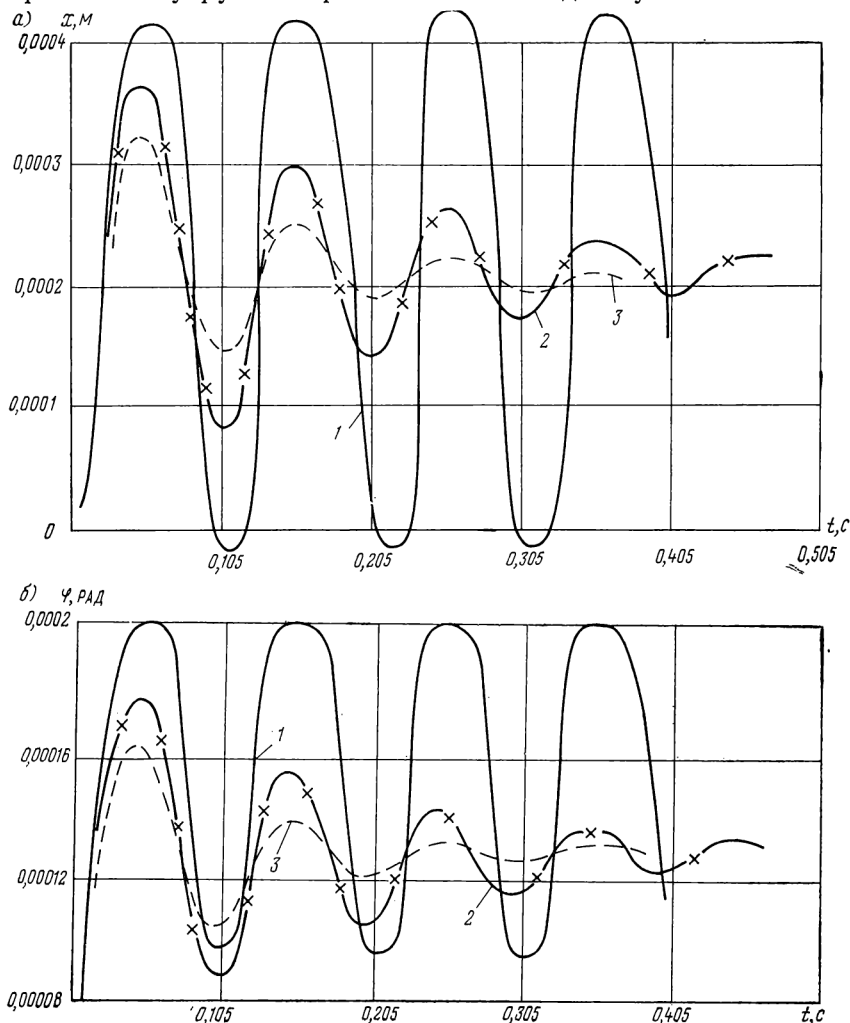


Рис. 3.5. Графики горизонтальных перемещений сооружений а и углов поворота сооружения б

1 — без учета неупругого сопротивления грунта; 2 — с учетом неупругого сопротивления грунта при  $\Phi_x = \Phi_\varphi = 0,003 \text{ с}$ ; 3 — то же, при  $\Phi_x = \Phi_\varphi = 0,006 \text{ с}$



## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ СООРУЖЕНИЙ, ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ

Перемещения, скорости и углы поворота сооружения определяются путем составления графиков или таблиц для различных значений времени  $t$ . На основании этих подсчетов устанавливаются максимальные значения горизонтальных смещений сооружений. Максимальные вертикальные смещения находятся суммированием перемещений от вертикальной силы и поворота сооружения, вызванного горизонтальной силой. Перемещения сооружения при повороте на угол  $\varphi$  определяются применительно к расчетной схеме, изображенной на рис. 3.2. Тогда

$$z_{\varphi} = \frac{a}{2} \operatorname{tg} \varphi \approx 0,5 a \varphi. \quad (3.100)$$

Максимальные значения вертикальных перемещений выявляются для определенного момента времени путем составления таблиц или графиков. Если максимальные значения вертикальных перемещений и углов поворота по времени примерно совпадают, то общее смещение определяется по формуле

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} z &= z_{\text{макс}} + z_{\varphi_{\text{макс}}}, \\ z &= z_{\text{макс}} + 0,5 a \varphi_{\text{макс}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.101)$$

Расчетные напряжения вычисляются по формуле

$$\sigma_{\text{расч}} = z c_z. \quad (3.102)$$

Условия устойчивости сооружения определяются следующим образом.

1. Расчетные максимальные напряжения в основании сооружения не должны превышать допустимых с учетом динамического параметра нагрузки

$$\sigma_{\text{расч}} \leq \sigma_{\text{доп}}. \quad (3.103)$$

Допускаемое давление  $\sigma_{\text{доп}}$  устанавливается на основании анализа динамических воздействий, в ряде случаев оно может быть принято по указаниям «Технических условий проектирования фундаментов под машины с динамическими нагрузками».

2. Максимальные горизонтальные и вертикальные смещения, а также углы поворота сооружения не должны превышать допустимых эксплуатационных:

$$\left. \begin{aligned} z_{\text{расч}} &\leq z_{\text{экспл}}; \\ x_{\text{расч}} &\leq x_{\text{экспл}}; \\ \varphi_{\text{расч}} &\leq \varphi_{\text{экспл}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.104)$$

3. Максимальные значения амплитуд колебаний сооружений не должны превышать предельно допустимых. Нормы на предельные

значения допускаемых амплитуд устанавливаются в зависимости от характера нагрузки, назначения и конструкции сооружения.

Если указанные требования не соблюдаются, то необходимо увеличить размеры сооружения и расчет произвести заново.

После вычисления расчетных напряжений определяют изгибающие моменты и поперечные силы. При определении изгибающего момента и поперечных сил учитывают внешние силы, расчетные напряжения и силы инерции сооружения.

## 6. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ЗАГЛУБЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ, ИМЕЮЩИХ КОНЕЧНУЮ ЖЕСТКОСТЬ

Рассмотренный выше способ динамического расчета исходил из предпосылки о бесконечно большой жесткости заглубленных сооружений. В ряде случаев сооружения можно отнести к категории сооружений, имеющих конечную жесткость.

Работу подобных сооружений с достаточной точностью можно рассматривать применительно к плите и балкам, лежащим на упругом основании.

Решению задач о динамическом расчете плит на упругом основании посвящены работы Б. Г. Коренева, В. А. Киселева, А. П. Синицына и других ученых.

Особенностью динамического расчета гибких плит на грунтовом основании является необходимость учета сил инерции, которые зависят от массы и ускорений как самих плит, так и грунтового основания. Динамический расчет плит на грунтовом основании в зависимости от необходимой точности решения может быть произведен применительно к различным расчетным схемам. Точное решение задачи динамического расчета плит на грунтовом основании можно получить при рассмотрении системы с бесконечным числом степеней свободы. Для многих практических задач можно применять приближенные решения, которые, однако, обеспечивают необходимую точность. В качестве таких приближенных решений можно рассматривать системы с несколькими и одной степенями свободы.

Дифференциальное уравнение движения плиты, лежащей на основании, характеризующемся гипотезой о линейной зависимости между реакцией основания и его осадкой для системы с бесконечным числом степеней свободы, имеет вид:

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \mu_{\Pi} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_z w = p(x, y, t), \quad (3.105)$$

где  $D$  — цилиндрическая жесткость плиты;  $\mu_{\Pi}$  — масса плиты, отнесенная к единице объема;  $w$  — прогиб плиты;  $c_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта;  $p(x, y, t)$  — динамическая нагрузка, изменяющаяся по любому закону.

Рассмотрим основной случай расчета гибкой плиты неограниченных размеров, лежащей на грунтовом основании. Такой случай является характерным для многих задач, встречающихся в строи-

тельной практике. Для динамического расчета плиты представляется возможным использовать метод интегральных преобразований [67]. Согласно этому методу, решение уравнения (3.105) производится не для искомой функции  $w(x, y)$ , а для ее трансформанты  $F(\alpha, \beta)$ . Далее по формулам обращения переходят к самим функциям.

Если  $\varphi(x, y)$  является функцией двух независимых переменных  $x$  и  $y$ , то трансформанта Фурье этой функции имеет вид

$$F_{\varphi}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, y) e^{i(\alpha x + \beta y)} dx dy. \quad (3.106)$$

Тогда формула обращения двумерного преобразования Фурье будет:

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_{\varphi}(\alpha, \beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (3.107)$$

Чтобы решить основное дифференциальное уравнение в частных производных выражения (3.106), введем двумерную трансформанту Фурье поперечного смещения плиты  $w(x, y, t)$ , т. е.

$$F_w(\alpha, \beta, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y, t) e^{i(\alpha x + \beta y)} dx dy. \quad (3.108)$$

Функция  $w$  связана с  $F_w$  соотношением

$$w(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_w(\alpha, \beta, t) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (3.109)$$

Для решения дифференциального уравнения (3.105) умножаем его на  $\frac{1}{2\pi} e^{i(\alpha x + \beta y)}$  и интегрируем по  $x$  и  $y$  по всей плоскости  $xy$ . При начальных условиях  $t = 0$ :

$$w = 0 \text{ и } \frac{\partial w}{\partial t} = 0. \quad (3.110)$$

Результаты преобразования уравнения (3.105) приведем в конечном виде

$$D(\alpha^2 + \beta^2) F_w(\alpha, \beta, t) + \mu_{\Pi} \frac{d^2 F_w(\alpha, \beta, t)}{dt^2} + c_z F_w(\alpha, \beta, t) = P(\alpha, \beta, t), \quad (3.111)$$

где

$$P(\alpha, \beta, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, t) e^{i(\alpha x + \beta y)} dx dy. \quad (3.112)$$

Преобразуем уравнение (3.111):

$$\mu_{\pi} \frac{d^2 F_w(\alpha, \beta, t)}{dt^2} + [D(\alpha^2 + \beta^2) + c_z] F_w(\alpha, \beta, t) = P(\alpha, \beta, t) \quad (3.111a)$$

или

$$\frac{d^2 F_w(\alpha, \beta, t)}{dt^2} + g^2 F_w(\alpha, \beta, t) = \frac{1}{\mu_{\pi}} P(\alpha, \beta, t), \quad (3.111b)$$

где

$$g^2 = \frac{c_z + D(\alpha^2 + \beta^2)^2}{\mu_{\pi}}. \quad (3.113)$$

Решение дифференциального уравнения (3.115) будет:

$$F_w(\alpha, \beta, t) = \frac{1}{\mu_{\pi} g} \int_0^t P(\alpha, \beta, t) \sin g(t-u) du, \quad (3.114)$$

или, подставляя выражение (3.113), имеем:

$$F_w(\alpha, \beta, t) = \frac{1}{\sqrt{\mu_{\pi} [c_z + D(\alpha^2 + \beta^2)^2]}} \times \\ \times \int_0^t P(\alpha, \beta, t) \sin \sqrt{\frac{c_z + D(\alpha^2 + \beta^2)^2}{\mu_{\pi}}} (t-u) du. \quad (3.115)$$

Применяя формулу обращения, согласно выражениям (3.108) и (3.109) определим искомую функцию

$$w(x, y, t) = \frac{1}{2\pi \sqrt{\mu_{\pi} [c_z + D(\alpha^2 + \beta^2)^2]}} \int_0^t du \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\alpha, \beta, t) \sin \sqrt{\frac{c_z + D(\alpha^2 + \beta^2)^2}{\mu_{\pi}}} (t-u) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (3.116)$$

Для завершения решения необходимо в формулу (3.116) подставить функцию  $p(x, y, t)$ , характеризующую изменение динамической нагрузки во времени. После того как будет найдена функция  $w(x, y, t)$ , выражающая упругую поверхность плиты, можно вычислить изгибающие моменты по формулам:

$$M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); \quad (3.117)$$

$$M_y = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \quad (3.118)$$

где  $\mu$  — коэффициент Пуассона.

Как видно, формулы, полученные для вычисления перемещений плит и усилий, сложны, поэтому для их определения целесообразно применять электронные быстродействующие вычислительные машины.

Теперь рассмотрим расчет плит на упругом основании как систем с одной степенью свободы.

Запишем дифференциальное уравнение движения системы без учета неупругих сопротивлений грунта

$$M_{\text{пр}} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + kw = V(t), \quad (3.119)$$

где  $M_{\text{пр}}$  — приведенная масса плиты;  $k$  — коэффициент жесткости;  $V(t)$  — динамическая нагрузка.

Решение уравнения (3.119) имеет обычный вид. Если начальное перемещение  $w_0$  и начальная скорость  $w'_0$  известны, то конечные формулы имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} w &= w_0 \cos pt + \frac{w'_0}{p} \sin pt + \frac{1}{pM_{\text{пр}}} \int_0^t V(t_1) \sin p(t-t_1) dt_1; \\ w' &= -pw_0 \sin pt + w'_0 \cos pt + \frac{1}{M_{\text{пр}}} \int_0^t V(t_1) \cos p(t-t_1) dt_1; \\ w'' &= -p^2 w + \frac{1}{M_{\text{пр}}} V(t). \end{aligned} \right\} \quad (3.120)$$

Приведенную массу определим из условия, что кинетическая энергия системы, состоящей из плиты и грунтового основания, равна кинетической энергии сосредоточенной массы, расположенной в точке приведения.

Для вычисления приведенной массы точка, в которой эта масса будет сосредоточена, может быть выбрана в любом месте плиты. Наиболее удобно приведенную массу расположить в точке с максимальным прогибом.

Для получения расчетных формул примем условие, что при колебаниях сохраняется одна и та же форма упругой поверхности плиты. Уравнение поверхности выразим так:

$$w = w_{\text{макс}} \Phi(x, y) T(t), \quad (3.121)$$

где  $w$  — прогиб в произвольной точке с координатами  $x$  и  $y$ ;  $w_{\text{макс}}$  — максимальный прогиб в определенной выбранной точке;  $\Phi(x, y)$  — функция, характеризующая уравнение упругой поверхности плиты;  $T(t)$  — функция, зависящая только от времени.

Условие равенства энергии системы «плита + грунтовое основание» и кинетической энергии сосредоточенной массы запишем следующим образом:

$$U_{\text{пл}} + U_{\text{осн}} = U_{\text{пр}}, \quad (3.122)$$

где  $U_{\text{пл}}$ ,  $U_{\text{осн}}$  и  $U_{\text{пр}}$  — кинетическая энергия соответственно плиты с распределенной массой, колеблющегося упругого основания и приведенной сосредоточенной массы.

Формула для определения кинетической энергии плиты будет иметь вид:

$$U_{\text{пл}} = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \mu h (w')^2 dx dy = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \mu h w_{\text{макс}}^2 [\varphi(x, y)]^2 \times \\ \times \left[ \frac{\partial T(t)}{\partial t} \right]^2 dx dy = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial T(t)}{\partial t} \right]^2 w_{\text{макс}}^2 \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \mu h [\varphi(x, y)]^2 dx dy, \quad (3.123)$$

где  $h$  — толщина плиты;  $w$  — характеристика изогнутой поверхности плиты  $\mu$  — масса плиты, отнесенная к единице объема и равная  $\mu = \gamma/g$  ( $\gamma$  — объемная масса;  $g$  — ускорение свободного падения);  $l_1$  и  $l_2$  — размеры плиты.

При определении энергии деформации грунтового основания будем считать, что в колебаниях участвует слой конечной глубины  $h_0$ . Тогда кинетическая энергия деформации грунтового основания при условии, что перемещения грунта уменьшаются прямо пропорционально глубине, будет равна:

$$U_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{h_0} \mu_0 (w')^2 \left( \frac{z}{h_0} \right)^2 dx dy dz = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{h_0} \mu_0 w_{\text{макс}}^2 \times \\ \times \left[ \varphi(x, y) \frac{z}{h_0} \right]^2 \left[ \frac{\partial T(t)}{\partial t} \right]^2 dx dy dz = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial T(t)}{\partial T} \right]^2 w_{\text{макс}}^2 \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{h_0} \mu_0 \times \\ \times [\varphi(x, y)]^2 \frac{z^2}{h_0^2} dx dy dz, \quad (3.124)$$

где  $\mu_0$  — масса единицы объема упругого основания;  $h_0$  — толщина обжимаемого слоя;  $z$  — ордината точки, расположенной на любой высоте сжимаемого слоя.

Кинетическая энергия приведенной сосредоточенной массы определяется по формуле

$$U_{\text{пр}} = \frac{1}{2} M_{\text{пр}} (w')^2 \left( x = \frac{l_1}{2}; y = \frac{l_2}{2} \right), \quad (3.125)$$

или

$$U_{\text{пр}} = \frac{1}{2} M_{\text{пр}} w_{\text{макс}}^2 [\varphi(x, y)]^2 \left[ \frac{\partial T(t)}{\partial t} \right]^2. \quad (3.125a)$$

Подставляя выражения (3.123), (3.124) и (3.125a) в основное уравнение (3.122) и произведя необходимые преобразования, получим формулу для вычисления приведенной сосредоточенной массы

$$M_{\text{пр}} = \frac{\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \mu h [\varphi(x, y)]^2 dx dy + \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{h_0} \mu_0 [\varphi(x, y)]^2 \frac{z^2}{h_0^2} dx dy dz}{[\varphi(x, y)]^2 \left( x = \frac{l_1}{2}; y = \frac{l_2}{2} \right)} \quad (3.126)$$

Как видно из формулы (3.126), для определения приведенной массы необходимо знать глубину обжимаемого слоя грунта  $h_0$  и уравнение поверхности изгиба плиты  $\varphi(x, y)$ .

Для нахождения глубины обжимаемого слоя можно воспользоваться рассмотренным выше предложением В. П. Вискне.

Формулу упругой поверхности плиты, соответствующую формуле волны основного тока колебания, можно в первом приближении

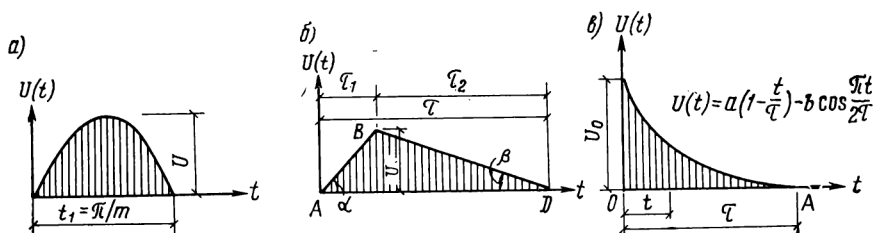


Рис. 3.6. Расчетные графики изменения нагрузки во времени

считать аналогичной формуле статического изгиба плиты, лежащей на упругом основании. В зависимости от размеров и условий закрепления краев плиты уравнение изгиба может быть различным. Например, форму изогнутой поверхности можно задавать в виде произведения двух синусов:

$$\varphi(x, y) = a_i + b_i \sin \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi y}{l_2} \quad (3.127)$$

Коэффициенты  $a_i$  и  $b_i$  определяются из решения статической задачи.

Для бесконечно больших плит уравнение изогнутой поверхности с помощью бесселевых функций можно записать в виде

$$\varphi(x, y) = A_1 I_0(\xi \sqrt{i}) + A_2 I_0(\xi \sqrt{-i}) + A_3 H'_0(\xi \sqrt{i}) + A_4 H'_0(\xi \sqrt{-i}), \quad (3.128)$$

где  $I_0(\xi \sqrt{i})$  — функция Бесселя нулевого порядка аргумента  $\xi \sqrt{i}$ ;  $H'_0(\xi \sqrt{i})$  — функция Ганкеля первого рода нулевого порядка от того же аргумента.

При вычислении приведенной массы удовлетворительные результаты дают также и приближенные расчеты, в которых для определения формы колебаний применяются те или иные подходящие кривые.

Перемещения и скорости в плитах на грунтовом основании определяют по формулам (3.120) для заданного закона изменения нагрузки во времени. При решении задачи будем исходить из условия, что закон изменения динамической нагрузки во времени носит про-

извольный характер, не поддающийся описанию уравнением какой-либо кривой.

Для решения задачи заданную расчетную схему приводим к схеме, предложенной проф. А. П. Синицыным, заменяя криволинейный график изменения внешних сил ступенчатым, как это было сделано выше. Движение в пределах каждой ступени определяется по формулам, соответствующим постоянной нагрузке. При переходе от одной ступени к другой составляются уравнения с учетом начальных условий, которые соответствуют движению в конце предыдущей ступени.

Расчетные формулы, полученные выше, могут быть полностью применимы и в данном случае, поэтому приводить их не будем.

Рассмотрим лишь конечные формулы для тех случаев, когда нагрузку можно представить с помощью уравнений каких-либо кривых [58].

Когда функция  $V(t)$  представляет одну полуволну синусоиды  $V(t) = V \sin mt$  (рис. 3.6, а), перемещения плиты определяются по формулам:

при  $t < t_1$

$$w = \frac{V}{p^2 M_{\text{пр}}} \frac{p}{p^2 - m^2} (p \sin mt - m \sin pt); \quad (3.129)$$

при  $t > t_1$

$$w = \frac{V}{p^2 M_{\text{пр}}} \frac{p}{p^2 - m^2} \{ [p \sin mt - m \sin pt] + [p \sin m(t - t_1) - m \sin p(t - t_1)] \}. \quad (3.130)$$

В том случае когда изменение нагрузки во времени выражается треугольным графиком (рис. 3.6, б), перемещения находятся по формулам:

при  $t \leq t_1$

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{\delta_{11} V}{\tau} \left( t - \frac{1}{p} \sin pt \right); \\ \text{при } \tau_1 \leq t \leq \tau \\ w &= \delta_{11} V \left[ \frac{\tau - t}{\tau_2} - \frac{1}{pc_1} \sin pt + \frac{\tau}{\tau_1 \tau_2 p} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sin p(t - \tau_1) \right]; \end{aligned} \right\} \quad (3.131)$$

при  $t > \tau$

$$w = \pm \frac{\delta_{11} V}{p} \times \sqrt{\left( -\frac{\sin p\tau}{\tau_1} + \frac{\tau}{\tau_1 \tau_2} \sin p\tau_2 \right)^2 + \left( -\frac{1}{\tau_2} + \frac{\cos p\tau}{\tau_1} + \frac{\tau \cos p\tau_2}{\tau_1 \tau_2} \right)^2}. \quad (3.132)$$



Если нагрузка убывает во времени монотонно от значения  $V_0$  при  $t = 0$  до значения  $V_0 = 0$  при  $t = \tau$  (рис. 3.6, в), то перемещения определяются при  $t < \tau$  по формуле

$$w = p\delta_{11} \left[ \frac{a}{p} (1 - \cos pt) \right] + \frac{a}{p\tau} \left( -t + \frac{\sin pt}{p} \right) + \frac{bp}{\frac{\pi^2}{4\tau^2} - p^2} \left( \cos \frac{\pi t}{2\tau} - \cos pt \right), \quad (3.133)$$

где  $a$  и  $b$  — параметры, характеризующие монотонную кривую.

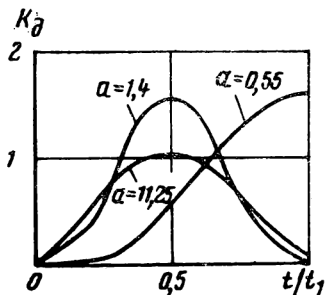


Рис. 3.7. Изменение коэффициента динамичности  $k_d$  плиты на упругом основании

При любых законах изменения динамических нагрузок силовые воздействия могут количественно характеризоваться коэффициентом динамичности

$$k = w_d / w_c, \quad (3.134)$$

где  $w_d$  и  $w_c$  — прогиб при воздействии соответственно динамической и статической нагрузок.

На рис. 3.7 показаны характерные кривые изменения коэффициента динамичности  $k_d$  для фундаментной плиты, лежащей на грунтовом основании, при воздействии динамической нагрузки, которая изменяется по одной полуволне синусоиды в зависимости от изменения соотношения  $\alpha = t_1/T$  (где  $T$  — период свободных колебаний плиты).

Как видно из рис. 3.7, коэффициент динамичности изменяется в довольно широких пределах в зависимости от режима воздействия динамической нагрузки.

**Пример 4.** Определить горизонтальные, вертикальные и угловые перемещения сооружения, заглубленного в грунт, при воздействии мгновенно приложенных горизонтальной и вертикальной сил, сохраняющих свое значение бесконечно большое время. Исходные данные: горизонтальная сила  $P = 20$  кН; вертикальная сила  $V = 80$  кН. Размеры сооружения  $a = b = 2,83$  м;  $h = 2$  м;  $h_0 = 0,5$  м;  $h' = 2$  м;  $\alpha_1 = 0$ . Масса сооружения  $M = 39\,200$  кг. Упругие характеристики грунта: коэффициенты упругого равномерного и неравномерного сжатия  $c'_z = 6 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup> и  $c_\phi = 12 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>; коэффициент упругого равномерного сдвига  $c_x = 3 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>.

**Решение.** Определяем заданные в условии величины.

1. Находим площадь подошвы сооружения

$$F = ab = 2,83 \cdot 2,83 = 8 \text{ м}^2.$$

2. Определяем момент инерции площади основания сооружения

$$I = \frac{ba^3}{12} = \frac{2,83^4}{12} = 5,33 \text{ м}^4.$$

3. Вычисляем момент инерции сооружения относительно оси, проходящей через центр массы сооружения и перпендикулярно плоскости колебаний:

$$Q_0 = M \frac{a^2 + h^2}{12} = 39\,200 \frac{2,83^2 + 2^2}{12} = 39\,200 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

4. Рассчитываем момент инерции сооружения относительно оси, проходящей через центр площади основания и перпендикулярно плоскости колебаний:

$$Q_c = Q_0 + M(0,5h)^2 \approx 39\,200 + 39\,200 \cdot 0,5 \cdot 2^2 = 78\,400 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad \gamma = \frac{Q_0}{Q_c} = 0,5.$$

5. Рассчитываем частоты свободных колебаний: вертикальных  $\lambda_z$  — по формуле (3.9), горизонтальных  $\lambda_x$  и вращательных  $\lambda_\varphi$  — по формулам (3.40):

$$\lambda_z = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^7 \cdot 8}{39\,200}} = 109,6 \text{ 1/с};$$

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^7 \cdot 8}{39\,200}} = 77,5 \text{ 1/с};$$

$$\lambda_\varphi = \sqrt{\frac{12 \cdot 10^7 \cdot 5,33 - 3,92 \cdot 10^5 \cdot 1}{78\,400}} = 89,4 \text{ 1/с}.$$

6. Частоты главных колебаний по формуле (3.49) составят:

$$g_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2,05} [(89,4^2 + 77,5^2) \pm \sqrt{(89,4^2 + 77,5^2)^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 77,5^2 \cdot 89,4^2}]},$$

где  $g_1 = 154,9 \text{ 1/с}$ ;  $g_2 = 63,2 \text{ 1/с}$ .

7. Вертикальные перемещения центра массы сооружения находим по формуле (3.10)

$$z = \frac{2 \cdot 80 \cdot 10^3}{39,2 \cdot 10^3 \cdot 109,6^2} \sin^2 \frac{109,6 t}{2}.$$

Результаты вычислений значений  $z$  для различных промежутков времени приведены в табл. 3.2.

Т а б л и ц а 3.2

Время, с	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
Перемещения $z$ , м	0	0,00004	0,00017	0,00029	0,00033	0,00029	0,00017	0,00004	0

8. Параметры горизонтальной нагрузки определяем по формуле (3.40):

$$N_1 = \frac{2 \cdot 10^4}{3,92 \cdot 10^4} = 0,51 \text{ м/с}^2;$$

$$N_2 = \frac{2 \cdot 10^4 (0,5 \cdot 2 + 2)}{7,84 \cdot 10^4} = 0,75 \text{ м/с}^2$$

при  $h_1 = 0,5h + h'$ .

Как и в предыдущей главе, принимается условие, что закон изменения во времени горизонтальной и вертикальной нагрузок является одинаковым. Рассматривается система с тремя степенями свободы, предусматривающая вертикальное, горизонтальное и вращательное перемещения сооружения.

Расчетные схемы вертикального, горизонтального и углового перемещений сооружения под воздействием динамических вертикальных и горизонтальных сил примем аналогичными схемам при статическом расчете.

Для упрощения расчета координатные оси примем проходящими через центр тяжести сооружения.

Определение реакций грунта, возникающих при указанных перемещениях сооружения, рассмотрим отдельно.

При вертикальном перемещении сооружения на величину  $z$  по основанию возникает равномерно распределенная реакция  $c_z z$  (где  $c_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия на уровне основания сооружения по вертикали, рис. 4.1, а). Равнодействующая этой реакции составляет  $c_z z ab$  (где  $b$  — ширина сооружения).

Для определения нормальной слагающей интенсивности давления по боковым граням сооружения воспользуемся, как и ранее, линейной зависимостью между смещением и давлением.

Нарастание коэффициента упругого отпора по горизонтали примем прямо пропорциональным глубине.

Указанные предпосылки приводят к параболической эпюре реакций по глубине сооружения по левой и правой граням.

При горизонтальном перемещении сооружения по боковой грани справа возникает реакция, интенсивность которой по глубине распределяется по закону треугольника (рис. 4.1, б).

Реактивное давление на глубине  $z$  от поверхности составляет

$$c_y \frac{\frac{h}{2} - z}{h} x$$

(где  $c_y$  — коэффициент упругого равномерного сжатия на уровне основания сооружения по горизонтали). Равнодействующая этого давления равна  $(c_y x h / 2) b$ .

Момент равнодействующей относительно точки  $O$  равен:

$$\left[ b \frac{c_y x h}{2} \left( \frac{h}{2} - \frac{h}{3} \right) = b \frac{c_y h^2}{12} x \right] \quad (4.1)$$

При повороте сооружения вокруг точки  $O$  на угол  $\varphi$  на левой и правой гранях возникает реактивное давление, распределенное по закону параболы (рис. 4.1, в).

Давление на любой глубине  $z$  равно:

$$c_\alpha = \frac{\frac{h}{2} \pm z}{h} z \varphi b;$$

равнодействующая этого давления составляет:

$$R = c_{\alpha} \frac{\varphi h^2 b}{12}. \quad (4.2)$$

Момент равнодействующей относительно точки  $O$  равен:

$$M = 17 c_{\alpha} \frac{h^3 \varphi b}{384}. \quad (4.3)$$

По основанию сооружения эпюра реакций имеет вид двух треугольников с максимальным давлением у краев, равным  $\pm(c_z a \varphi / 2) b$ .

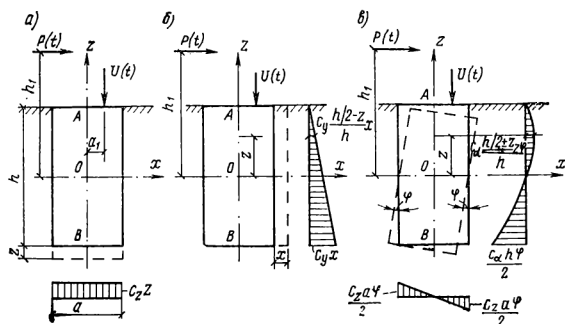


Рис. 4.1. Расчетные схемы вертикального, горизонтального и углового перемещений сооружения под действием внешних сил

Момент, возникающий при повороте сооружения, равен:

$$\frac{c_{\varphi} a \varphi}{2} \frac{a}{2} \frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{a}{2} 2b = \frac{c_{\varphi} a^3 b}{12} \varphi, \quad (4.4)$$

где  $c_{\varphi}$  — коэффициент упругого неравномерного сжатия.

Получив выражение для реакций, перейдем к рассмотрению вынужденных вертикальных, горизонтальных и вращательных колебаний в одной из главных вертикальных плоскостей инерции сооружения. Аналитическое выражение этих колебаний может быть найдено из следующих дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} &= Z; \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} &= X; \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= L, \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

где  $M$  — масса сооружения;  $z$ ,  $x$ ,  $\varphi$  — соответственно вертикальные и горизонтальные перемещения центра тяжести и угол поворота сооружения;  $Z$  — сумма проекций на ось  $OZ$  всех действующих на сооружение внешних сил;  $X$  — сумма проекций на ось  $OX$  тех же сил;  $L$  — сумма моментов этих

9. Коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $c_2$  и  $c_4$  рассчитываем по формулам (3.55) и (3.58):

$$A = \frac{1}{77,5^2 \cdot 89,4^2} [0,5 \cdot 89,4^2 + 0,75 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 77,5^2 + 0,5 \cdot 77,5^2 (1 - 0,5)] =$$

$$= 0,00021 \text{ м};$$

$$B = \frac{0,75 \cdot 0,5 \cdot 2 + 0,51 (1 - 0,5)}{0,5 \cdot 2 \cdot 79,4^2} = 0,00013;$$

$$c_2 = \frac{0,00021 (77,5^2 - 63,2^2) - 0,00013 \cdot 77,5^2 \cdot 0,5 \cdot 2}{63,2^2 - 154,9^2} = 0,000017 \text{ м};$$

$$c_4 = \frac{0,00021 (77,5^2 - 154,9^2) - 0,00013 \cdot 77,5^2 \cdot 0,5 \cdot 2}{154,9^2 - 63,2^2} = -0,00023 \text{ м}.$$

10. Горизонтальные перемещения и углы поворота сооружения по формулам (3.60) при  $t = 0,05$  с составят:

$$x = 0,000017 \cos 154,9t - 0,00023 \cos 63,2t + 0,00021 = 0,00043 \text{ м};$$

$$\varphi = 0,000017 \frac{77,5^2 - 154,9^2}{77,5^2 \cdot 0,5 \cdot 2} \cos 154,9t - 0,00023 \frac{77,5^2 - 63,2^2}{77,5^2 \cdot 0,5 \cdot 2} \cos 63,2t +$$

$$+ 0,00013 = 0,0002.$$

Результаты вычислений значений  $x$  и  $\varphi$  для различных промежутков времени приведены в табл. 3.3.

Т а б л и ц а 3.3

Время $t$ , с	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
Перемещения $x$ , м	0,00043	-0,00003	0,00043	0	0,00043	-0,00003	0,00043
Угол поворота $\varphi$	$2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	0	$2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$

11. Расчетные максимальные напряжения в грунте в соответствии с данными табл. 3.2 и 3.3 определяем при воздействии нагрузки в течение 0,15 с. Тогда:

$$z_{\text{макс}} = z + 0,5a\varphi = 0,00029 + 0,5 \cdot 2,83 \cdot 0,00021 = 0,0006 \text{ м};$$

$$\sigma_{\text{расч}} = z_{\text{макс}} c_z = 0,0006 \cdot 6 \cdot 10^7 = 3,6 \text{ кН/м}^2.$$

## Глава 4

### РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ, ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ, С УЧЕТОМ УПРУГОЙ ЗАДЕЛКИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

---

Расчет с учетом упругой заделки в грунт практически может быть применим, если глубина заложения сооружения в несколько раз больше его ширины ( $h/a \geq 2$ ). Так же, как и при расчете на воздействие статических нагрузок, при расчете на воздействие горизонтальной нагрузки и момента предусматривается, что сооружение может сдвинуться по плоскости основания и повернуться вокруг некоторой оси. Сдвигу и повороту сооружения противодействует сопротивление грунта, развивающееся по его боковым граням и основанию.

#### 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Жесткость сооружения предполагается бесконечно большой по сравнению с окружающим грунтом. Грунт рассматривается как упругая среда, не имеющая массы: масса грунта может учитываться с помощью динамического коэффициента упругого сжатия грунта по методике, описанной выше.

Расчет сооружений с учетом упругой заделки в грунт производится для параболической эпюры реакции грунта по боковым граням. Параболическую эпюру реакций можно получить, принимая закон изменения коэффициента упругого сжатия по глубине линейным, а реакцию грунта — пропорциональной горизонтальному перемещению сооружения. Эпюра реакций по основанию сооружения принимается также линейной при постоянном значении коэффициента упругого сжатия. При определении реакций грунта по основанию сооружения и боковым граням будем исходить из принципа независимости действия сил, на основании которого влияние вертикального, горизонтального и углового перемещений сооружения можно рассмотреть отдельно.

В качестве основных расчетных нагрузок будем рассматривать, как и раньше, нагрузки, мгновенно возрастающие до расчетного значения и сохраняющие постоянную величину бесконечно большого периода времени (см. рис. 3.1, б).

Применяя метод начальных параметров, в дальнейшем можно будет перейти от принятого закона к любому закону, изменяя внешние силы во времени.

сил относительно оси, проходящей через центр тяжести сооружения;  $\theta_0$  — момент инерции сооружения относительно оси, проходящей через центр тяжести сооружения.

Без учета неупругих сопротивлений получим следующие выражения, имея в виду, что к числу внешних сил должны быть отнесены вес сооружения и полученные выше реакции по боковым граням и основанию, т. е.:

$$\left. \begin{aligned} Z &= V(t) - c_z zab; \\ X &= P(t) - \frac{c_y hb}{2} x + \frac{c_\alpha h^2 b}{12} \varphi; \\ L &= P(t) h_1 + V(t) a_1 + \frac{c_y h^2 b}{12} x - \\ &\quad - \frac{17 c_\alpha h^3 b}{384} \varphi - \frac{c_\varphi a^3 b}{12} \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

где  $c_z$  и  $c_\varphi$  — коэффициенты упругого равномерного и неравномерного сжатия на уровне основания сооружения по вертикали;  $c_y$  и  $c_\alpha$  — коэффициенты упругого равномерного и неравномерного сжатия на уровне основания сооружения по горизонтали;  $b$  — ширина сооружения по направлению оси  $OY$ .

Отношение этих коэффициентов обозначим  $j = c_\alpha/c_y$  и  $\lambda = c_\varphi/c_z$ .

Подставляя эти значения в дифференциальные уравнения (4.5), получим:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} &= V(t) - c_z zab; \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} &= P(t) - \frac{c_y hb}{2} x + \frac{c_\alpha h^2 b}{12} \varphi; \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= P(t) h_1 + V(t) a_1 + \frac{c_y h^2 b}{12} x - \\ &\quad - \frac{17 c_\alpha h^3 b}{384} \varphi - \frac{c_\varphi a^3 b}{12} \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (4.5a)$$

Оставляя в правой части этих уравнений значения внешних сил, получим окончательное выражение основных дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z zab &= V(t); \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{c_y hb}{2} x - \frac{c_\alpha h^2 b}{12} \varphi &= P(t); \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left( \frac{17 c_\alpha h^3 b}{384} + \frac{c_\varphi a^3 b}{12} \right) \varphi - \\ - \frac{c_y h^2 b}{12} x &= P(t) h_1 + V(t) a_1. \end{aligned} \right\} \quad (4.5б)$$

Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} F_B &= bh; \quad F_{\Pi} = ab; \\ \lambda_z^2 &= \frac{c_z ab}{M} = \frac{c_z F_{\Pi}}{M}; \\ \lambda_x^2 &= \frac{c_y hb}{M} = \frac{c_y F_B}{M}; \\ \lambda_{\varphi}^2 &= \frac{c_{\varphi} I}{\theta_0}; \quad I = \frac{ba^3}{12}; \\ \frac{V(t)}{M} &= N_1; \quad \frac{P(t)}{M} = N_2; \\ \frac{P(t)h_1 + V(t)a_1}{\theta_0} &= N_3; \\ \frac{\theta_0}{\theta_B} &= \gamma; \quad h_0 = 0,5h; \\ \theta_B &= \theta_0 + Mh_0^2, \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

где  $\theta_0$  — момент инерции сооружения относительно оси, проходящей через центр его тяжести и перпендикулярно плоскости колебаний.

Произведя в уравнениях (4.5б) элементарные преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} + \lambda_z^2 z &= N_1; \\ \frac{d^2 x}{dt^2} + 0,5 \lambda_x^2 x - 0,08 \lambda_x^2 h \varphi j &= N_2; \\ \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left[ \lambda_{\varphi}^2 + 0,17 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \lambda_x^2 j \right] \varphi - \\ - 0,32 \lambda_x^2 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \frac{x}{h} &= N_3. \end{aligned} \right\} \quad (4.5в)$$

В качестве начальных условий при  $t = 0$  примем следующие:  $z = z_0$ ;  $z' = z'_0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$ ;  $\varphi = \varphi_0$ ;  $\varphi' = \varphi'_0$ .

Как и ранее, вертикальные колебания, описываемые в первом уравнении системы (4.5в), рассмотрим отдельно, а горизонтально-вращательные колебания получим из совместного рассмотрения двух последних уравнений.

## 2. ВЕРТИКАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СООРУЖЕНИЯ

Вертикальные перемещения сооружения получим из первого уравнения системы (4.5в):

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \lambda_z^2 z = N_1. \quad (4.5r)$$



С учетом принятых начальных параметров имеем:

$$\left. \begin{aligned} z &= z_0 \cos \lambda_z t + \frac{z'_0}{\lambda_z} \sin \lambda_z t + \\ &+ \frac{1}{\lambda_z M} \int_0^t V(t_1) \sin \lambda_z (t-t_1) dt; \\ z' &= -\lambda_z z_0 \sin \lambda_z t + z'_0 \cos \lambda_z t + \frac{1}{M} \times \\ &\times \int_0^t V(t_1) \cos \lambda_z (t-t_1) dt; \\ z'' &= -\lambda_z^2 z + \frac{1}{M} V(t). \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Если в начальный период перемещение и скорость сооружения равны, то в приведенных формулах члены, содержащие  $z_0$  и  $z'_0$ , выпадают.

Для принятого закона изменения во времени внешней нагрузки, мгновенно возрастающей при  $t = 0$  и сохраняющей постоянное значение до бесконечности, имеем:

$$z = \frac{2V}{M\lambda_z^2} \sin^2 \frac{\lambda_z t}{2}; \quad z' = \frac{V}{M\lambda_z} \sin \lambda_z t. \quad (4.9)$$

Для любого заданного закона изменения внешней нагрузки принимаем схематизированный мгновенно скачкообразный закон. В пределах  $n$ -го интервала перемещение и скорость движения сооружения вычисляем по формулам:

$$\left. \begin{aligned} z_n &= z_{n-1} \cos \lambda_z t + \frac{z'_{n-1}}{\lambda_z} \sin \lambda_z t + \\ &+ \frac{2V_n}{M\lambda_z^2} \sin^2 \frac{\lambda_z t}{2}; \\ z'_n &= -z_{n-1} \lambda_z \sin \lambda_z t + z'_{n-1} \cos \lambda_z t + \\ &+ \frac{V_n}{M\lambda_z} \sin \lambda_z t. \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

### 3. ГОРИЗОНТАЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СООРУЖЕНИЯ

Горизонтально-вращательные перемещения сооружения получим при рассмотрении двух последних неоднородных дифференциальных уравнений системы (4.5в).

Сначала рассмотрим общее решение однородных уравнений<sup>#</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + 0,5 \lambda_x^2 x - 0,08 \lambda_x^2 h \varphi j &= 0; \\ \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left[ \lambda_\varphi^2 + 0,17 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \lambda_x^2 j \right] \varphi - \\ - 0,32 \lambda_x^2 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \frac{x}{h} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Решение ищем в виде:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 e^{\lambda t}; \\ \varphi &= c_2 e^{\lambda t}. \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

В результате имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= c_1 e^{\lambda t}; \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= c_1 e^{\lambda t} \lambda^2; \\ \frac{d\varphi}{dt} &= c_2 e^{\lambda t}; \\ \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= c_2 e^{\lambda t} \lambda^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Подставляя выражения (4.13) в уравнения (4.11) и производя необходимые преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} c_1 (\lambda^2 + 0,5 \lambda_x^2) + c_2 (-0,08 \lambda_x^2 h j) &= 0; \\ c_1 \left[ -0,32 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \lambda_x^2 \frac{1}{h} \right] + c_2 \left[ \lambda^2 + \lambda_\varphi^2 + 0,17 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \lambda_x^2 j \right] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

Характеристическое уравнение системы (4.14) имеет вид:

$$\left| \begin{array}{cc} \lambda^2 + 0,5 \lambda_x^2; & -0,08 \lambda_x^2 h j; \\ 0,32 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \lambda_x^2 \frac{1}{h}; & \lambda^2 + \lambda_\varphi^2 + 0,17 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \lambda_x^2 j. \end{array} \right| = 0 \quad (4.15)$$

Раскрывая определитель, имеем

$$\lambda^4 + \lambda^2 \left[ \lambda_\varphi^2 + \lambda_x^2 \left( 0,5 + \frac{0,17j}{\gamma} \right) - 0,17j \right] + \left[ 0,5 \lambda_x^2 \lambda_\varphi^2 + 0,06 \lambda_x^4 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) j \right] = 0. \quad (4.16)$$

Решая уравнение (4.16), получим формулы для определения частот главных колебаний  $\lambda_{1,2}$ .

Обозначим:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \lambda_\phi^2 + \lambda_x^2 \left( 0,5 + \frac{0,17j}{\gamma} \right) - 0,17j; \\ \xi_2 &= 0,5\lambda_x^2 \lambda_\phi^2 + 0,06\lambda_x^4 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) j; \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

$$g_1^2 = -\lambda_1^2; \quad g_2^2 = -\lambda_2^2, \quad (4.18)$$

тогда получим

$$g_{1,2} = \sqrt{\frac{\xi_1}{2}} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi_1}{2}\right)^2 - \xi_2}. \quad (4.19)$$

Решение уравнений (4.11) ищем в виде:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t; \\ \varphi &= k_1 \sin g_1 t + k_2 \cos g_1 t + k_3 \sin g_2 t + k_4 \cos g_2 t. \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Вычисляя  $ax/dt$ ,  $d^2x/dt^2$ ,  $d\varphi/dt$ ,  $d^2\varphi/dt^2$  и подставляя их значения в уравнения (4.14), получим

$$\begin{aligned} &\sin g_1 t (-c_1 g_1^2 + 0,5\lambda_x^2 c_1 - 0,08\lambda_x^2 h k_1 j) + \cos g_1 t (-c_2 g_1^2 + 0,5\lambda_x^2 c_2 - \\ &- 0,08\lambda_x^2 h k_2 j) + \sin g_2 t (-c_3 g_2^2 + 0,5\lambda_x^2 c_3 - 0,08\lambda_x^2 h k_3 j) + \\ &+ \cos g_2 t (-c_4 g_2^2 + 0,5\lambda_x^2 c_4 - 0,08\lambda_x^2 h k_4 j) = 0. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Выражение (4.21) представляет собой тождество, следовательно, выражения в круглых скобках должны обращаться в нуль. Например,

$$c_1 (0,5\lambda_x^2 - g_1^2) = 0,08\lambda_x^2 h k_1 j. \quad (4.22)$$

В результате решения уравнения (4.21) получим:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= c_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j}; \\ k_2 &= c_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j}; \\ k_3 &= c_3 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j}; \\ k_4 &= c_4 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j}. \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

Подставив полученные выражения (4.23) в выражения (4.20), получим:

$$\left. \begin{aligned}
 x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t; \\
 \varphi &= c_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_1 t + c_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_1 t + \\
 &\quad + c_3 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_2 t + c_4 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_2 t; \\
 x' &= c_1 g_1 \cos g_1 t - c_2 g_1 \sin g_1 t + c_3 g_2 \cos g_2 t - \\
 &\quad - c_4 g_2 \sin g_2 t; \\
 \varphi' &= c_1 g_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_1 t - c_2 g_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_1 t + \\
 &\quad + c_3 g_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_2 t - c_4 g_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_2 t,
 \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

где  $c_1, c_2, c_3, c_4$  — произвольные постоянные.

Частное решение уравнения (4.5 в) будем иметь в виде:  $x = A$ ,  $\varphi = B$ . Подставляя выражения  $A$  и  $B$  в уравнения (4.5 в), получим

$$\begin{aligned}
 &0,5\lambda_x^2 A - 0,08\lambda_x^2 h B j = N_2; \\
 &-0,32\lambda_x^2 A \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \frac{1}{h} + B \left[ \lambda_\Phi^2 + 0,17 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \lambda_x^2 j \right] = -N_3.
 \end{aligned} \quad (4.25)$$

В результате решения уравнений (4.25) будем иметь:

$$\left. \begin{aligned}
 A &= \frac{2N_2}{\lambda_x^2} + 0,16h j \frac{N_3 h \gamma + 0,64N_2(1-\gamma)}{\lambda_\Phi^2 h \gamma + 0,12\lambda_x^2 h(1-\gamma)j}; \\
 B &= \frac{N_3 h \gamma + 0,64N_2(1-\gamma)}{\lambda_\Phi^2 h \gamma + 0,12\lambda_x^2 h(1-\gamma)j}.
 \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

С учетом выражений (4.26) запишем общее решение основных дифференциальных уравнений (4.5 в):

$$\left. \begin{aligned}
 x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\
 \varphi &= c_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_1 t + c_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_1 t + \\
 &\quad + c_3 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_2 t + c_4 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_2 t + B.
 \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

Чтобы найти решения дифференциальных уравнений (4.5 в), удовлетворяющих заданным начальным условиям при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $\varphi = \varphi_0$ ;  $x' = x'_0$  и  $\varphi' = \varphi'_0$ , необходимо составить систему уравнений, используя выражения (4.27), и, решив их, определить значения произвольных постоянных. В результате имеем:

$$\left. \begin{aligned} c_2 + c_4 + A &= x_0; \\ c_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} + c_4 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} + B &= \varphi_0; \\ c_1 g_1 + c_3 g_2 &= x'_0; \\ c_1 g_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} + c_3 g_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} &= \varphi'_0. \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

В результате решения уравнений (4.28) получим:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{0,08\lambda_x^2 h \varphi'_0 j - x'_0 (0,5\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_1 (g_2^2 - g_1^2)}; \\ c_2 &= \frac{0,08\lambda_x^2 h (\varphi_0 - B) j - (x_0 - A) (0,5\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_2^2 - g_1^2}; \\ c_3 &= \frac{0,08\lambda_x^2 h \varphi'_0 j - x'_0 (0,5\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_2 (g_1^2 - g_2^2)}; \\ c_4 &= \frac{0,08\lambda_x^2 h (\varphi_0 - B) j - (x_0 - A) (0,5\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_1^2 - g_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

Порядок расчета для  $x$  и  $\varphi$  по полученным формулам устанавливается следующий.

1. Вычисляются основные геометрические характеристики сооружения и параметры нагрузок:  $\theta_0$ ,  $\theta_3$ ,  $\gamma$ ,  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  по формулам (4.7).

2. Вычисляются собственные частоты горизонтальных и вращательных колебаний сооружений  $\lambda_x$  и  $\lambda_\varphi$  по формулам (4.7).

3. Вычисляются частоты главных колебаний  $g_1$  и  $g_2$  по формулам (4.19).

4. Вычисляются коэффициенты  $A$  и  $B$  по формулам (4.26).

5. Для заданных начальных условий (при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$ ;  $\varphi = \varphi_0$  и  $\varphi' = \varphi'_0$ ) вычисляются значения произвольных постоянных:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{0,08\lambda_x^2 h \varphi'_0 j - x'_0 (0,5\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_1 (g_2^2 - g_1^2)}; \\ c_2 &= \frac{0,08\lambda_x^2 h (\varphi_0 - B) j - (x_0 - A) (0,5\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_2^2 - g_1^2}; \\ c_3 &= \frac{0,08\lambda_x^2 h \varphi'_0 j - x'_0 (0,5\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_2 (g_1^2 - g_2^2)}; \\ c_4 &= \frac{0,08\lambda_x^2 h (\varphi_0 - B) j - (x_0 - A) (0,5\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_1^2 - g_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

Если при  $t = 0$ ,  $x_0 = x'_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = \varphi'_0 = 0$ ,  $c_1 = c_3 = 0$ , то

$$\left. \begin{aligned} c_4 &= \frac{-0,08\lambda_x^2 h B j + A(0,5\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_1^2 - g_2^2}; \\ c_2 &= \frac{-0,08\lambda_x^2 h B j + A(0,5\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_2^2 - g_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

6. Для любого момента времени вычисляются горизонтальные и угловые перемещения сооружения:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\ \varphi &= c_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_1 t + c_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_1 t + \\ &+ c_3 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_2 t + c_4 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_2 t + B; \\ x' &= c_1 g_1 \cos g_1 t - c_2 g_1 \sin g_1 t + c_3 g_2 \cos g_2 t - \\ &- c_4 g_2 \sin g_2 t; \\ \varphi' &= c_1 g_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_1 t - c_2 g_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_1 t + \\ &+ c_3 g_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_2 t - c_4 g_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_2 t. \end{aligned} \right\} \quad (4.32)$$

Если при  $t = 0$ ,  $x_0 = x'_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = \varphi'_0 = 0$ ,  $c_1 = c_3 = 0$ , то

$$\left. \begin{aligned} x &= c_2 \cos g_1 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\ \varphi &= c_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_1 t + c_4 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_2 t + B; \\ x' &= -c_2 g_1 \sin g_1 t - c_4 g_2 \sin g_2 t; \\ \varphi' &= -c_2 g_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_1 t - c_4 g_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_2 t. \end{aligned} \right\} \quad (4.33)$$

7. Горизонтальные перемещения сооружения по глубине находятся по формуле

$$x(t)_z = \pm z\varphi(t) + x(t). \quad (4.34)$$

Положение центра вращения определяется ординатой  $z$ , при которой  $x = 0$ .

Расчетное давление по глубине сооружения вычисляется по формуле

$$\sigma_x = c_y \frac{\frac{h}{2} + z}{h} [\pm z\varphi(t) + x(t)]. \quad (4.35)$$

Максимальные линейные и угловые перемещения сооружения определяются сопоставлением графиков и таблиц для различных моментов времени, максимальные вертикальные смещения — суммированием перемещений от вертикальной силы и поворота сооружения, вызванного горизонтальной силой. Порядок расчета аналогичен порядку расчета, рассмотренному в гл. 3.

Так же, как в гл. 3, полученное решение можно распространить на случай, когда внешние нагрузки изменяются во времени по произвольному закону. Порядок расчета в этом случае аналогичен изложенному в гл. 3. Как и ранее, кривые горизонтальной и вертикальной нагрузок аппроксимируем горизонтальными схематизированными прямыми по отдельным интервалам. В первом интервале перемещения и повороты вычисляются по выведенным формулам при начальных условиях:  $x_0 = x'_0 = \varphi_0 = \varphi'_0 = 0$ .

Имеем:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_2 \cos g_1 t + c_4 \cos g_2 t + A; \\ \varphi &= c_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_1 t + c_4 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_2 t + B; \\ c_2 &= \frac{-0,08\lambda_x^2 h B j + A(0,5\lambda_x^2 - g_2^2)}{g_2^2 - g_1^2}; \\ c_4 &= \frac{-0,08\lambda_x^2 h B j + A(0,5\lambda_x^2 - g_1^2)}{g_1^2 - g_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

В конце первого интервала перемещения и углы поворота сооружения вычисляются по формулам (4.36) при условии, что  $t = t_1$ .

С момента  $t_1$  во втором интервале рассматривается новая система, для которой  $x_{t_1}$ ,  $x'_{t_1}$ ,  $\varphi_{t_1}$ ,  $\varphi'_{t_1}$  являются начальными параметрами, если начало координат перенести в точку  $t_1$ .

Перемещения и углы поворота сооружения вычисляются по выведенным формулам (4.32), (4.33) и (4.36). Такой же порядок расчета сохраняется и для вычислений в следующих интервалах. В конце  $n$ -го интервала внешние силы прекращают свое действие и сооружение совершает колебания с начальными условиями  $x_{t_n}$ ,  $x'_{t_n}$ ,  $\varphi_{t_n}$  и  $\varphi'_{t_n}$ . Движение сооружения описывается формулами:

$$\left. \begin{aligned} x &= c_1 \sin g_1 t + c_2 \cos g_1 t + c_3 \sin g_2 t + c_4 \cos g_2 t; \\ \varphi &= c_1 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_1 t + c_2 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_1^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_1 t + \\ &+ c_3 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \sin g_2 t + c_4 \frac{0,5\lambda_x^2 - g_2^2}{0,08\lambda_x^2 h j} \cos g_2 t. \end{aligned} \right\} \quad (4.37)$$

#### 4. УЧЕТ НЕУПРУГОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА И КАСАТЕЛЬНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ

При учете в грунте неупругого сопротивления необходимо дополнительно иметь в виду реакции грунта по основанию и боковым граням, пропорциональные скорости колебания сооружения.

Приведенные ниже выражения для определения внешних сил отличаются от выражений (4.6) тем, что в них дополнительно учтены реакции грунта, пропорциональные скорости колебаний сооружений:

$$\left. \begin{aligned} z &= V(t) - c_z ab z - \Phi_z c_z ab \frac{dz}{dt}; \\ X &= P(t) - \frac{c_y hb}{2} x + \frac{c_\alpha h^2 b}{12} \varphi - \frac{c_y hb \Phi_y}{2} \frac{dx}{dt} + \frac{\Phi_\alpha c_\alpha h^2 b}{12} \frac{d\varphi}{dt}; \\ L &= P(t) h_1 + V(t) a_1 + \frac{c_y h^2 b}{12} x - \frac{17 c_\alpha h^3 b}{384} \varphi - \frac{c_\varphi a^3 b}{12} \varphi + \\ &+ \frac{\Phi_y c_y h^2 b}{12} \frac{dx}{dt} - \frac{17 \Phi_\alpha c_\alpha h^3 b}{384} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{\Phi_\varphi c_\varphi a^3 b}{12} \frac{d\varphi}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

Подставляя выражения (4.38) в основные дифференциальные уравнения (4.5), получим:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} + \Phi_z c_z ab \frac{dz}{dt} + c_z ab z &= V(t); \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{c_y hb}{2} x - \frac{c_\alpha h^2 b}{12} \varphi + \frac{\Phi_y c_y hb}{2} \frac{dx}{dt} - \\ &- \frac{\Phi_\alpha c_\alpha h^2 b}{12} \frac{d\varphi}{dt} = P(t); \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left( \frac{17 c_\alpha h^3 b}{384} + \frac{c_\varphi a^3 b}{12} \right) \varphi - \\ &- \frac{c_y h^2 b}{12} x + \left( \frac{17 c_\alpha \Phi_\alpha h^3 b}{384} + \frac{c_\varphi \Phi_\varphi a^3 b}{12} \right) \frac{d\varphi}{dt} - \\ &- \frac{\Phi_y c_y h^2 b}{12} \frac{dx}{dt} = P(t) h_1 - V(t) a_1. \end{aligned} \right\} \quad (4.39)$$

Обозначим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{c_z \Phi_z ab}{M} &= m; \quad \frac{c_z ab}{M} = m_0; \\ m_1 &= \frac{0,5 \Phi_y c_y hb}{M}; \quad m_2 = \frac{0,5 c_y hb}{M}; \end{aligned} \right\}$$



$$\left. \begin{aligned}
 m_3 &= \frac{\Phi_a c_a h^2 b}{12M}; \quad m_4 = \frac{c_a h^2 b}{12M}; \\
 m_5 &= \frac{17c_a \Phi_a h^3 b}{384\theta_0} + \frac{c_\varphi \Phi_\varphi a^3 b}{12\theta_0}; \\
 m_6 &= \frac{17c_a h^3 b}{384\theta_0} + \frac{c_\varphi a^3 b}{12\theta_0}; \\
 m_7 &= \frac{\Phi_y c_y h^2 b}{12\theta_0}; \quad m_8 = \frac{c_y h^2 b}{12\theta_0}; \\
 \theta_0 &= M \frac{a^2 + h^2}{12}; \quad F_{II} = ab; \quad M = \frac{G}{g}; \\
 h_0 &= 0,5h; \quad I = \frac{ab^3}{12}; \quad N_1 = \frac{V}{M}; \\
 N_2 &= -\frac{P}{M}; \quad N_3 = \frac{Ph_1 + Va_1}{\theta_0},
 \end{aligned} \right\} \quad (4.40)$$

тогда получим:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d^2 z}{dt^2} + m \frac{dz}{dt} + m_0 z &= N_1; \\
 \frac{d^2 x}{dt^2} + m_1 \frac{dx}{dt} + m_2 x - m_3 \frac{d\varphi}{dt} - m_4 \varphi &= N_2; \\
 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + m_5 \frac{d\varphi}{dt} + m_6 \varphi - m_7 \frac{dx}{dt} - m_8 x &= N_3.
 \end{aligned} \right\} \quad (4.41)$$

Уравнения (4.41) ничем не отличаются от аналогичных уравнений (3.86), за исключением того, что вместо  $n_i$  в (3.86) в уравнениях (4.41) следует ввести  $m_i$ , указанные в уравнениях (4.40). Поэтому методику расчета о влиянии неупругого сопротивления грунта и выводы, полученные в гл. 3, можно применить и для расчета сооружений, заглубленных в грунт, с учетом упругой заделки.

Полученные решения могут быть уточнены вследствие дополнительного учета касательных составляющих напряжений по боковым граням и основанию сооружения. В этом случае при определении реакций грунта наряду с нормальными составляющими напряжений необходимо учитывать и касательные. При вертикальном движении сооружения по боковым граням возникают равномерно распределенные реакции  $c_z^\alpha z$ , где  $c_z^\alpha$  — коэффициент упругого равномерного сдвига грунта по вертикали. В первом приближении будем считать  $c_z^\alpha = \alpha c_z$  и постоянным по глубине; при получении экспериментальных данных это допущение может быть уточнено. Равнодействующая реакций по боковым граням равна  $2c_z \alpha z h b$  ( $z$  — смещение центра тяжести сооружения по направлению оси  $z$ ;  $\alpha$  — экспериментальный коэффициент).

При горизонтальном перемещении сооружения в основании возникает равномерно распределенная реакция  $c_x x$  ( $c_x$  — коэффициент

упругого равномерного сдвига грунта на уровне подошвы сооружения,  $x$  — смещение центра тяжести сооружения по направлению оси  $x$ ). Равнодействующая этой реакции равна  $c_x zab$ . Реакции касательных составляющих напряжений необходимо учитывать при составлении дифференциальных уравнений равновесия. Придерживаясь расчетной схемы (см. рис. 4.1), составим уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} &= Z; \quad M \frac{d^2 x}{dt^2} = X; \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= L. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Обозначения в уравнениях (4.42) те же, что и в формулах (4.5). Выражения для определения  $Z$ ,  $X$ ,  $L$  с учетом касательных составляющих напряжений по боковым граням и основанию сооружения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} Z &= V(t) - c_z zab - 2\alpha c_z zh b; \\ X &= P(t) - \frac{c_y hb}{2} x + \frac{c_a h^2 b}{12} \varphi - c_x abx; \quad L = P(t) h_1 + \\ &+ V(t) a_1 + \left( \frac{c_y h^2 b}{12} + \frac{c_x hba}{2} \right) x - \frac{17c_a h^3 b}{384} \varphi - \frac{c_\varphi a^3 b}{12} \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

Подставляя эти значения в дифференциальные уравнения равновесия (4.42) и производя преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z zb (a + 2\alpha h) &= V(t); \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} + \left( \frac{c_y hb}{2} + c_x ab \right) x - \frac{c_a h^2 b}{12} \varphi &= P(t); \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left( \frac{17c_a h^3 b}{384} + \frac{c_\varphi a^3 b}{12} \right) \varphi - \left( \frac{c_y h^2 b}{12} + \frac{c_x hba}{2} \right) x &= \\ &= P(t) h_1 + V(t) a_1. \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{c_z b (a + 2\alpha h)}{M}; \\ \lambda_2 &= \frac{c_y hb}{2M} + \frac{c_x ab}{M}; \\ \lambda_3 &= \frac{c_a h^3 b}{12M}; \quad \lambda_4 = \frac{17c_a h^3 b}{384\theta_0} + \frac{c_\varphi a^3 b}{12\theta_0}; \\ \lambda_5 &= \frac{c_y h^2 b}{12\theta_0} + \frac{c_x hba}{2\theta_0}; \\ N_1 &= \frac{V(t)}{M}; \quad N_2 = \frac{P(t)}{M}; \\ N_3 &= \frac{P(t) h_1 + V(t) a_1}{\theta_0}. \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

Подставляя полученные выражения (4.45) в выражения (4.44) и производя преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} + \lambda_1 z &= N_1; \\ \frac{d^2 x}{dt^2} + \lambda_2 x - \lambda_3 \varphi &= N_2; \\ \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \lambda_4 \varphi - \lambda_5 x &= N_3. \end{aligned} \right\} \quad (4.46)$$

Полученные уравнения имеют точно такой же вид, как и ранее решенные уравнения (4.5в). Поэтому решать уравнения (4.46) не будем, а расчетные формулы для них получим из уравнений (4.5в) при подставлении в них коэффициентов  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  и  $\lambda_5$ .

## 5. РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ГРУНТА, ВЫЗВАННОГО ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ

Для расчета сооружений на взрывные нагрузки в грунте, связанные с воздействием волн сжатия и перемещением грунта, а в отдельных случаях и для расчета сооружений на сейсмостойкость колебания грунта будем рассматривать как перемещения его во времени.

Для этих целей могут быть использованы полученные опытным путем сейсмограммы, а также записи скорости колебаний грунта (перемещения в этом случае определяются интегрированием графиков скорости).

Общая картина колебания грунта при воздействии взрывных нагрузок показана на рис. 1.20, 1.21 и 4.2. На рис. 4.2 приведены записи колебаний поверхности грунта на различных расстояниях от взрыва, полученные в опытах В. Н. Радионова, В. В. Адушкина, В. Н. Костюченко, В. Н. Николаевского, В. М. Ромашова, В. М. Цветкова [48]. Как видно из рисунков, характер колебаний грунта на различном расстоянии от эпицентра взрыва меняется, что надо учитывать и при расчете заглубленных в грунт сооружений.

На осциллограммах можно выделить две основные группы волн: продольные и поверхностные. Амплитуда продольной волны (фаза  $P$ ) затухает с расстоянием быстрее, чем амплитуда последующей поверхностной волны (фаза  $R$ ). Скорости распространения этих двух основных групп волн равны соответственно 1000 и 340—350 м/с.

Авторами установлено, что максимальные скорости движения поверхности грунта в этих двух основных группах волн ( $v_m^P, v_m^R$ ) зависят от эпицентрального расстояния и глубины взрывов [48]. Для камуфлетных взрывов на приведенной глубине  $\bar{h} = h/\varepsilon^{1/3} = 2,7 \text{ м/кг}^3$  ими получены следующие эмпирические зависимости:

$$v_m^P = 14 \left( \varepsilon^{\frac{1}{3}} / r \right)^{2,2}; \quad (4.47)$$

$$v_m^R = 1 \left( \varepsilon \frac{1}{3} / r \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (4.48)$$

где  $v_m^P$  — максимальная скорость движения поверхности грунта в продольной волне, м/с;  $v_m^R$  — максимальная компонента по вертикали скорости движения грунта в поверхностной волне, м/с;  $\varepsilon$  — масса заряда, кг;  $r$  — расстояние от центра взрыва до рассматриваемой точки, м.

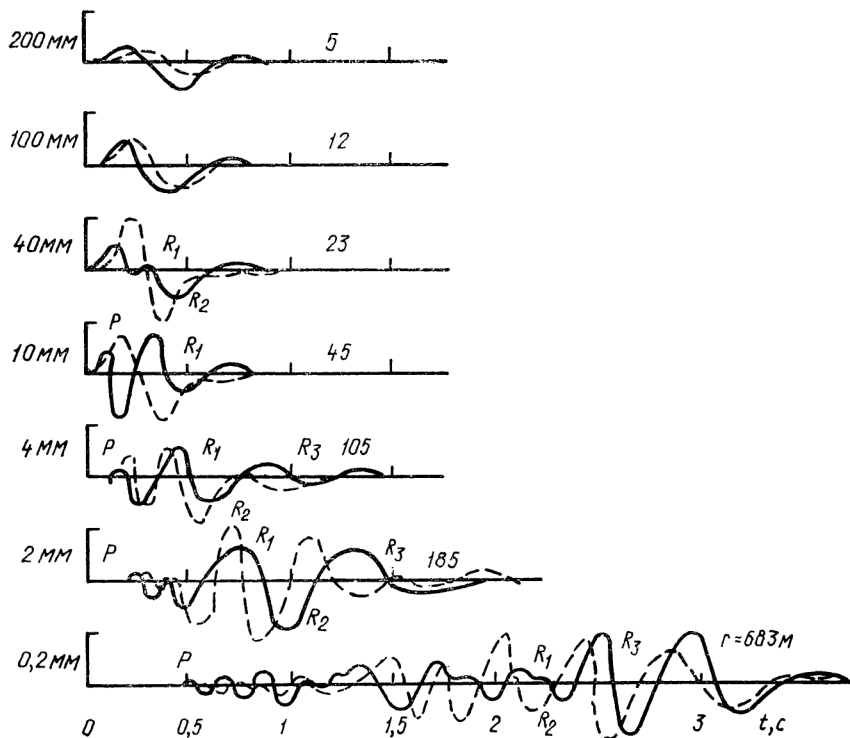


Рис. 4.2. Схема колебаний поверхности грунта при взрыве в глине заряда массой 336 кг на глубине 18,6 м [48]

сплошные линии — вертикальная составляющая; пунктир — горизонтальная

Аналогичные формулы получены авторами для амплитуд смещений и периодов волн.

Исследование влияния глубины заложения заряда на параметры волн, выполненное Д. А. Хариным, показало, что с увеличением приведенной глубины  $\bar{h}$  амплитуда продольной волны возрастает (примерно в 5 раз при увеличении  $\bar{h}$  от 1 до 7 м/кг<sup>1/3</sup>). При увеличении  $\bar{h}$  до 3—4 м/кг<sup>1/3</sup> увеличивается и амплитуда поверхностной волны, но при дальнейшем увеличении глубины она начинает уменьшаться.

При наличии подстилающих скальных пород на границах раздела слоев возникают отраженные волны, которые также надо учитывать в расчетах.

Установленные опытным путем зависимости перемещений грунта во времени являются исходными при расчете устойчивости и прочности сооружений, заглубленных в грунт.

Для облегчения практических расчетов целесообразно сплошные кривые перемещений грунта во времени заменять схематизированными прямыми и решение производить поэтапно для каждого интервала с учетом начальных условий.

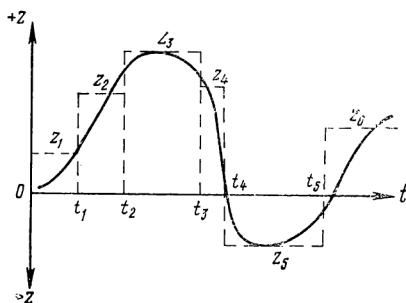


Рис. 4.3. Фактическая картина перемещения грунта (сплошная кривая) и схематизированные прямые (пунктир)

Для вывода расчетных формул примем, что грунт получил некоторое перемещение, соответствующее сплошной кривой на рис. 4.3. Сплошная кривая заменена схематизированными прямыми линиями, обозначенными на рис. 4.3 пунктиром. Перемещение грунта вызывает соответствующее перемещение сооружения. Общее перемещение сооружения в грунте будем определять тремя степенями свободы, соответствующими вертикальным, горизонтальным и вращательным колебаниям.

При определении реакции грунта по боковым граням и основанию сооружения влияние вертикального, горизонтального и углового перемещений его будем рассматривать отдельно.

Давление, передающееся со стороны грунта на основание и вертикальные грани сооружения, определим с учетом заданного перемещения грунта (см. рис. 4.3):

для вертикальных граней

$$\sigma_x = c_y (x_{гр} - x); \quad (4.49)$$

для горизонтальных граней

$$\sigma_z = c_z (z_{гр} - z), \quad (4.50)$$

где  $x$  и  $z$  — горизонтальные и вертикальные перемещения сооружения в момент  $t$ ;  $c_y$  и  $c_z$  — коэффициенты упругого равномерного сжатия грунта по вертикали и горизонтали;  $x_{гр}$  и  $z_{гр}$  — горизонтальное и вертикальное смещение грунта в момент  $t$ .

При составлении дифференциальных уравнений движения необходимо учесть силы инерции сооружения и реакции грунта.

Дифференциальное уравнение для вертикального движения сооружения имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} & M \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z (z - z_{\text{гп}}) ab = 0, \\ & M \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z zab = c_z abz_{\text{гп}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.51)$$

или

Из последнего уравнения следует, что член  $c_z abz_{\text{гп}}$  представляет собой некоторую силу, изменяющуюся во времени так же, как и заданное смещение грунта  $z_{\text{гп}}$ .

На основании отмеченного можно сделать вывод, что движение сооружения, вызываемое смещением грунта, будет таким же, как и движение сооружения без учета перемещения грунта при условии, что оно подвержено воздействию силы  $c_z abz_{\text{гп}}$ . Это обстоятельство дает возможность использовать все полученные выше выкладки. Внося соответствующие коррективы в выражения для определения возмущающих сил, получим:

$$\left. \begin{aligned} & M \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z zab = c_z abz_{\text{гп}}; \\ & M \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{c_y hb}{2} x - \frac{c_a h^2 b}{12} \varphi = \frac{c_y hb}{2} x_{\text{гп}}; \\ & Q_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left( \frac{17 c_a h^3 b}{384} + \frac{c_\varphi a^3 b}{12} \right) \varphi - \frac{c_y h^2 b}{12} x = - \frac{c_y h^2 b}{12} x_{\text{гп}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

Вводя обозначения, окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d^2 z}{dt^2} + \lambda_z^2 z = \lambda_z^2 z_{\text{гп}}; \\ & \frac{d^2 x}{dt^2} + 0,5 \lambda_x^2 x - 0,08 j \lambda_x^2 h \varphi = 0,5 \lambda_x^2 x_{\text{гп}}; \\ & \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left[ \lambda_\varphi^2 + 0,17 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \lambda_x^2 j \right] \varphi - 0,32 \lambda_x^2 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \frac{x}{h} = \\ & = -0,32 \lambda_x^2 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \frac{x_{\text{гп}}}{w}. \end{aligned} \right\} \quad (4.53)$$

Обозначим

$$\begin{aligned} N_1 &= \lambda_z^2 z_{\text{гп}}; \quad N_2 = 0,5 \lambda_x^2 x_{\text{гп}} \quad \text{и} \\ N_3 &= -0,32 \lambda_x^2 \left( \frac{1-\gamma}{\gamma} \right) \frac{x_{\text{гп}}}{h} \end{aligned}$$

и дальнейшее решение произведем по ранее выведенным формулам, предварительно разбив заданные кривые на ряд интервалов, в пределах которых нагрузки имеют постоянное значение.

Приведенная методика позволяет рассчитывать сооружения, заглубленные в грунт, при воздействии нагрузок, изменяющихся во времени по любому закону. Время на расчет существенно сокращается при использовании ЭВМ.

## 6. УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ СООРУЖЕНИЙ, ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ, ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

При определении условий устойчивости сооружения необходимо выполнить следующие требования.

1. Расчетные максимальные напряжения в основании сооружения не должны превышать допустимых с учетом динамического характера нагрузок

$$\sigma_{\text{расч}} \leq \sigma_{\text{доп}}. \quad (4.54)$$

2. Расчетные напряжения по боковым граням сооружения не должны превышать предельных давлений, определенных по способу Кулона.

Это условие удовлетворяется, если угол касательной к эпюре напряжений будет меньше угла  $m$  наклона прямой  $mz$ :

$$\sigma_x = mz = \gamma \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \right] z, \quad (4.55)$$

где  $\varphi_0$  — угол внутреннего трения грунта;  $z$  — ордината точки по глубине сооружения.

3. Максимальные горизонтальные и вертикальные смещения и углы поворота сооружения не должны превышать допустимых эксплуатационных:

$$z_{\text{расч}} \leq z_{\text{эксп}}; \quad (4.56)$$

$$x_{\text{расч}} \leq x_{\text{эксп}}; \quad (4.57)$$

$$\varphi_{\text{расч}} \leq \varphi_{\text{эксп}}. \quad (4.58)$$

4. Максимальные значения амплитуд колебаний сооружений не должны превышать предельно допускаемых.

Изгибающие моменты и поперечные силы в сечениях на разных глубинах определяют с учетом внешних сил, расчетных напряжений и сил инерции сооружения.

## 7. ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ, ИМЕЮЩИХ КОНЕЧНУЮ ЖЕСТКОСТЬ

В ряде случаев заглубленные сооружения нельзя отнести к категории абсолютно жестких и возникает необходимость производить их расчет с учетом фактической жесткости.

Динамический расчет гибких сооружений с учетом упругой заделки в грунт практически применим, когда глубина заложения сооружения в несколько раз больше его ширины. При воздействии динамических нагрузок происходит изгиб сооружений в грунте. В качестве основного параметра, противодействующего изгибу сооружения, будем рассматривать сопротивление грунта, развивающееся по его боковым граням.

Учитывая сказанное, динамический расчет заглубленных сооружений, имеющих конечную жесткость, будем производить по

аналогии с расчетом балок, лежащих на сплошном упругом основании, используя решение И. В. Урбана и В. С. Асратяна.

В качестве основной расчетной нагрузки будем рассматривать сосредоточенную мгновенно возрастающую горизонтальную нагрузку, сохраняющую расчетное постоянное значение на бесконечно большой период времени. Применяя метод начальных параметров, можно перейти от принятого закона к любому закону изменения внешней нагрузки во времени.

При учете изгибных колебаний необходимо рассматривать расчетную схему с бесконечным числом степеней свободы, а сооружение — с равномерно распределенной массой.

Для определения реактивного отпора грунта по боковым граням сооружения воспользуемся линейной зависимостью между смещением и давлением и в качестве основной характеристики упругого отпора грунта будем рассматривать коэффициент упругого равномерного сжатия. Инерционность грунтового основания можно учесть, введя в расчет динамическое значение этого коэффициента.

Перемещения сооружения в грунте с учетом установленных выше предпосылок могут быть найдены из решения следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{EI}{m} \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} + \frac{k_0}{m} x = \frac{1}{m} P(z, t), \quad (4.59)$$

где  $P(z, t)$  — заданная динамическая нагрузка;  $k_0$  — коэффициент жесткости, равный произведению коэффициента упругого отпора грунта  $c_y$  на ширину сооружения  $b$ , т. е.

$$k_0 = c_y b; \quad (4.60)$$

$EI$  — жесткость сооружения (балки);  $m$  — масса сооружения (балки).

Для решения уравнения (4.59) сначала решим уравнение свободных колебаний.

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{EI}{m} \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} + \frac{k_0}{m} x = 0. \quad (4.61)$$

Решение уравнения (4.61) можно представить как произведение двух функций, из которых одна зависит только от  $x$ , а другая — только от  $t$ :

$$x = Z(z) T(t). \quad (4.62)$$

Частные производные, входящие в дифференциальное уравнение (4.61), будут:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= Z(z) \frac{d^2 T}{dt^2}; \\ \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} &= T(t) \frac{d^4 Z}{dz^4}. \end{aligned} \right\} \quad (4.63)$$

Подставляя эти значения в уравнение (4.61), имеем:

$$Z(z) \frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{EI}{m} T(t) \frac{d^4 Z}{dz^4} + \frac{k_0}{m} Z(z) T(t) = 0. \quad (4.64)$$



Перегруппировав все члены и подобрав в левую часть члены, зависящие от  $z$ , а в правую — зависящие от  $t$ , получим:

$$\frac{EI}{m} \frac{d^4 Z / dz^4}{Z} + \frac{k_0}{m} = - \frac{d^2 T / dt^2}{T}. \quad (4.65)$$

Равенство (4.65) возможно лишь в том случае, когда и левая и правая части равны постоянному числу, которое обозначим через  $\varphi^2$ . Тогда имеем

$$\frac{EI}{m} \frac{d^4 Z}{dz^4} + Z \frac{k_0}{m} = Z \varphi^2 \quad (4.66)$$

или

$$\frac{d^4 Z}{dz^4} - \frac{m}{EI} Z \left( \varphi^2 - \frac{k_0}{m} \right) = 0. \quad (4.66a)$$

Обозначим

$$\frac{m \varphi^2 - k_0}{EI} = k^4. \quad (4.67)$$

Таким образом, равенство (4.65) можно разбить на два уравнения:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \varphi^2 T = 0; \quad (4.68)$$

$$\frac{d^4 Z}{dz^4} - k^4 Z = 0. \quad (4.66b)$$

Общий интеграл уравнения (4.68), как известно, имеет следующий вид:

$$T(t) = A \sin \varphi t + B \cos \varphi t. \quad (4.69)$$

Коэффициенты  $A$  и  $B$  выражения (4.69) вычисляются для заданных начальных условий.

Общий интеграл уравнения (4.66 б) можно выразить через круговые и гиперболические функции:

$$\left. \begin{aligned} Z(z) &= C_1 A(z) + C_2 B(z) + C_3 C(z) + C_4 D(z); \\ A(z) &= 0,5 (ch kz + \cos kz); \\ B(z) &= 0,5 (sh kz + \sin kz); \\ C(z) &= 0,5 (ch kz - \cos kz); \\ D(z) &= 0,5 (sh kz - \sin kz). \end{aligned} \right\} \quad (4.70)$$

Произвольные постоянные  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и  $C_4$  определяются из граничных условий.

Для заглубленных в грунт сооружений характерной расчетной схемой будет балка со свободными концами и равномерно распределенной массой  $m$ . Решение для такого случая выполнено В. С. Асратяном.

Придерживаясь данного решения и имея в виду концевые условия, получим:

при  $z = 0$

$$\left. \begin{aligned} \text{при } z = h \\ Z''(0) = 0; \quad Z'''(0) = 0; \\ Z''(h) = 0; \quad Z'''(h) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.71)$$

Из уравнений (4.70) имеем:

$$\left. \begin{aligned} C_3 = C_4 = 0; \\ chkh \cos kh - 1 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.72)$$

Фундаментальная функция  $Z_i(z)$  соответственно будет иметь вид:

$$Z_i(z) = (chkhz + \cos kz) - \beta_i (shkhz + \sin kz), \quad (4.73)$$

где:

$$\beta_i = \frac{ch\lambda_i - \cos \lambda_i}{sh\lambda_i - \sin \lambda_i}; \quad (4.74)$$

$$\lambda_i = \frac{2i+1}{2} \pi. \quad (4.75)$$

Рассматривая вынужденные колебания такой же балки, необходимо решить уравнения (4.60), для чего следует предварительно разложить нагрузку  $P(z, t)$  по фундаментальным функциям (4.73):

$$P(z, t) = \sum Z_i(z) s_i(t).$$

Функция времени  $s_i(z)$ , определенная В. С. Асратяном, из условия ортогональности функции  $Z_i(z)$  имеет вид:

$$s_i(t) = \frac{\int_0^h P(z, t) Z_i(z) dz}{\int_0^h Z_i^2(z) dz}. \quad (4.76)$$

Далее решение уравнения (4.60) находится в виде

$$x(z, t) = \sum Z_i(z) T_i(t). \quad (4.77)$$

Имея в виду выражения (4.60) и (4.77), из уравнения (4.60) следует

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \varphi_i^2 T = \frac{s_i(t)}{m}, \quad (4.78)$$

откуда

$$T_i(t) = \frac{1}{m\varphi_i} \int_0^t s_i(u) \sin \varphi_i(t-u) du. \quad (4.79)$$

Дальнейшее решение ведется применительно к заданным условиям.

Решение для рассматриваемого расчетного случая, когда сосредоточенная сила  $P$  мгновенно приложена к середине балки и остается без изменений на неопределенный промежуток времени, получено В. С. Асратяном и имеет вид:

$$x(z, t) = \frac{P}{m\varphi_0^2 h} 2 \sin^2 \frac{\varphi_0 t}{2} + \sum_{i=1,2,3}^{\infty} \frac{P Z_i \left( \frac{h}{2} \right) Z_i(z)}{m \frac{h}{4} Z_i^2(h) \varphi_i^2} 2 \sin^2 \frac{\varphi_i t}{2}, \quad (4.80)$$

где  $\varphi_i$  — величина, входящая в уравнение (4.67);

$$\varphi_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m}}.$$

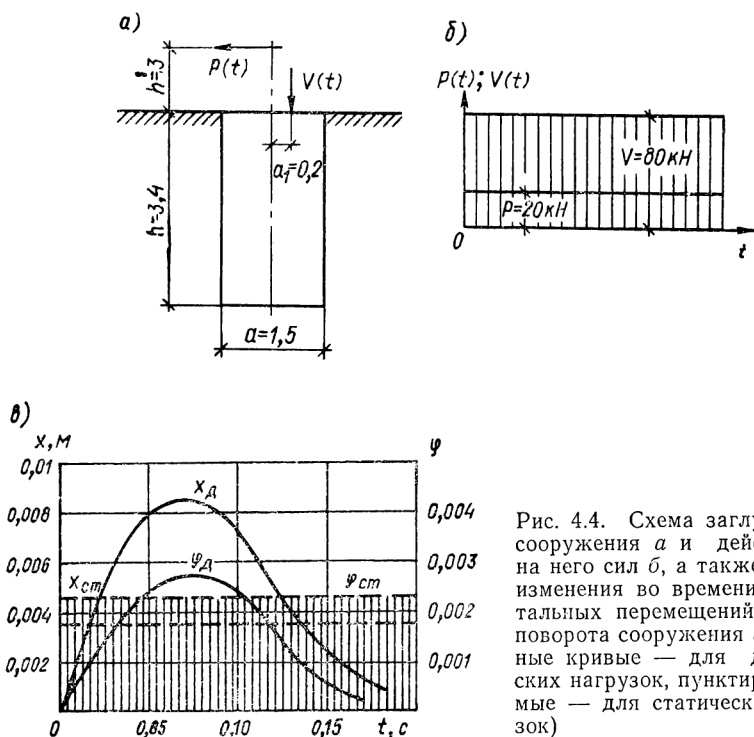


Рис. 4.4. Схема заглубленного сооружения  $a$  и действующих на него сил  $b$ , а также графики изменения во времени горизонтальных перемещений и углов поворота сооружения  $b$  (сплошные кривые — для динамических нагрузок, пунктирные прямые — для статических нагрузок)

Максимальный изгибающий момент в поперечных сечениях на разных глубинах определяется по формуле

$$M_{\text{изг}} = \frac{d^2 x}{dz^2_{\text{макс}}} EI. \quad (4.81)$$

Рассмотрим расчет сооружений по приведенным выше формулам.

**Пример 5.** Определить горизонтальные и угловые перемещения жесткого сооружения, заглубленного в грунт, при воздействии горизонтальной и вертикальной сил, изменяющихся по заданному закону (рис. 4.4).

Исходные данные: горизонтальная сила  $P = 20$  кН, вертикальная сила  $V = 80$  кН, масса сооружения 10 000 кг.

Упругие характеристики грунта следующие: коэффициенты упругого равномерного и неравномерного сжатия на уровне основания сооружения по вертикали  $c_z = 6 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup> и  $c_\varphi = 12 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>; коэффициенты упругого равномерного и неравномерного сжатия грунта в горизонтальном направлении на уровне основания сооружения:

$$c_y = c_\alpha = 3 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3; \quad j = c_\alpha / c_y = 1;$$

$$f = c_\varphi / c_z = 2.$$

**Решение.** Определяем заданные в условии величины.

1. Находим площадь опирания сооружения (боковую)  $F_b$  (при  $b = 1$  м) и момент инерции площади подошвы сооружения  $I$ :

$$F_b = 3,4 \cdot 1 = 3,4 \text{ м}^2;$$

$$I = \frac{1 \cdot 1,5^3}{12} = 0,28 \text{ м}^4.$$

2. Определяем момент инерции сооружения относительно оси, проходящей через центр его тяжести перпендикулярно плоскости колебаний:

$$\theta_0 = 1 \cdot 10^4 \frac{1,5^2 + 3,4^2}{12} = 1,15 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

3. Момент инерции сооружения относительно оси, проходящей через центр тяжести основания сооружения, и параметры нагрузки  $N_2$  и  $N_3$  по формулам (4.30) составят:

$$Q_B = 1,15 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^4 \cdot 1,7^2 = 4,05 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\gamma = \frac{1,15 \cdot 10^4}{4,05 \cdot 10^4} = 0,29;$$

$$N_2 = \frac{20\,000 \text{ Н}}{10\,000 \text{ кг}} = 2 \text{ м/с}^2;$$

$$N_3 = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 4,7 - 8 \cdot 10^4 \cdot 0,2}{1,15 \cdot 10^4} = 6,6 \text{ 1/с}^2.$$

4. Рассчитываем частоты свободных  $\lambda_x$  и вращательных  $\lambda_\varphi$  колебаний по формулам (4.31):

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^7 \cdot 3,4}{1 \cdot 10^4}} = 100 \text{ 1/с};$$

$$\lambda_\varphi = \sqrt{\frac{12 \cdot 10^7 \cdot 0,28}{1,15 \cdot 10^4}} = 53 \text{ 1/с};$$

5. Коэффициенты  $\xi_1$  и  $\xi_2$  и частоты главных колебаний  $g_1$  и  $g_2$  по формулам (4.32) составят:

$$\xi_1 = 53^2 + 100^2 \left( 0,5 + \frac{0,17}{0,29} \right) - 0,17 = 12\,000 \text{ 1/с}^2;$$

$$\xi_2 = 0,5 \cdot 100^2 \cdot 53^2 + 0,06 \cdot 100^4 \frac{1 - 0,29}{0,29} = 28\,600\,000 \text{ 1/с}^4;$$

$$g_1 = \sqrt{\frac{12\,000}{2}} + \sqrt{\left(\frac{12\,000}{2}\right)^2 - 28\,600\,000} = 95 \text{ 1/с};$$

$$g_2 = \sqrt{\frac{12\,000}{2}} - \sqrt{\left(\frac{12\,000}{2}\right)^2 - 28\,600\,000} = 55 \text{ 1/с}.$$

6. Коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $c_2$  и  $c_4$  находим по формулам (4.33) и (4.35):

$$A = \frac{2 \cdot 2}{100^2} + 0,16 \cdot 3,4 \frac{3,4 \cdot 0,29 \cdot 6,6 + 0,64(1 - 0,29)2}{53^2 \cdot 3,4 \cdot 0,29 + 0,12 \cdot 100^2 \cdot 3,4(1 - 0,29)} = 0,0012 \text{ м};$$

$$B = \frac{3,4 \cdot 0,29 \cdot 6,6 + 0,64(1 - 0,29)2}{53^2 \cdot 3,4 \cdot 0,29 + 0,12 \cdot 100^2 \cdot 3,4(1 - 0,29)} = 0,0014;$$

$$c_2 = \frac{-0,08 \cdot 100^2 \cdot 3,4 \cdot 0,0014 + 0,0012(0,5 \cdot 100^2 - 55^2)}{55^2 - 95^2} = 0,0002 \text{ м};$$

$$c_4 = \frac{-0,08 \cdot 100^2 \cdot 3,4 \cdot 0,0014 + 0,0012(0,5 \cdot 100^2 - 95^2)}{95^2 - 55^2} = -0,0014 \text{ м}.$$

7. Перемещения и углы поворота, согласно заданному графику приложения нагрузки по формулам (4.37) и (4.38), составят:

а) при  $t = 0,05$  с:

$$x = 0,0002 \cos 95 \cdot 0,05 - 0,0014 \cos 55 \cdot 0,05 + 0,0012 = 0,0024 \text{ м};$$

$$\varphi = 0,0002 \frac{0,5 \cdot 100^2 - 95^2}{0,08 \cdot 100^2 \cdot 3,4} \cos 95 \cdot 0,05 -$$

$$- 0,0014 \frac{0,5 \cdot 100^2 - 55^2}{0,08 \cdot 100^2 \cdot 3,4} \cos 55 \cdot 0,05 + 0,0014 = 0,0024;$$

$$x_{\text{расч}} = 1,7 \cdot 0,0024 + 0,0024 = 0,007 \text{ м};$$

б) при  $t = 0,08$  с:

$$x = 0,0002 \cos 95 \cdot 0,08 - 0,0014 \cos 55 \cdot 0,08 + 0,0012 = 0,002 \text{ м};$$

$$\varphi = 0,0002 \frac{0,5 \cdot 100^2 - 95^2}{0,08 \cdot 100^2 \cdot 3,4} \cos 95 \cdot 0,08 -$$

$$- 0,0014 \frac{0,5 \cdot 100^2 - 55^2}{0,08 \cdot 100^2 \cdot 3,4} \cos 55 \cdot 0,08 + 0,0014 = 0,002;$$

$$x_{\text{расч}} = 1,7 \cdot 0,002 + 0,002 = 0,0054 \text{ м};$$

в) при  $t = 0,14$  с:

$$x = 0,0002 \cos 95 \cdot 0,14 - 0,0014 \cos 55 \cdot 0,14 + 0,0012 = 0,0008 \text{ м};$$

$$\varphi = 0,0002 \frac{0,5 \cdot 100^2 - 95^2}{0,08 \cdot 100^2 \cdot 3,4} \cos 95 \cdot 0,14 -$$

$$- 0,0014 \frac{0,5 \cdot 100^2 - 55^2}{0,08 \cdot 100^2 \cdot 3,4} \cos 55 \cdot 0,14 + 0,0014 = 0,00086;$$

$$x_{\text{расч}} = 1,7 \cdot 0,00086 + 0,0008 = 0,0023 \text{ м}.$$

На рис. 4.4 изображены кривые изменения во времени горизонтальных перемещений и углов поворота сооружения, вычисленные по полученным формулам, а также показаны перемещения и угол поворота сооружения при статическом воздействии тех же нагрузок.

Из графиков видно, что максимальные перемещения при динамических нагрузках имеют относительно небольшую продолжительность действия.

Увеличение как линейных, так и угловых перемещений сооружения, связанное с характером приложения горизонтальной и вертикальной нагрузок, конструкцией сооружения и упругими свойствами грунта, происходит до известного периода и существенно превышает перемещения при статическом приложении нагрузки.

**Сопоставление теоретических и экспериментальных данных.**  
С целью проверки теоретических данных были проведены опыты с нагружением бетонных массивов, заглубленных в грунт, динамическими импульсными нагрузками\*.

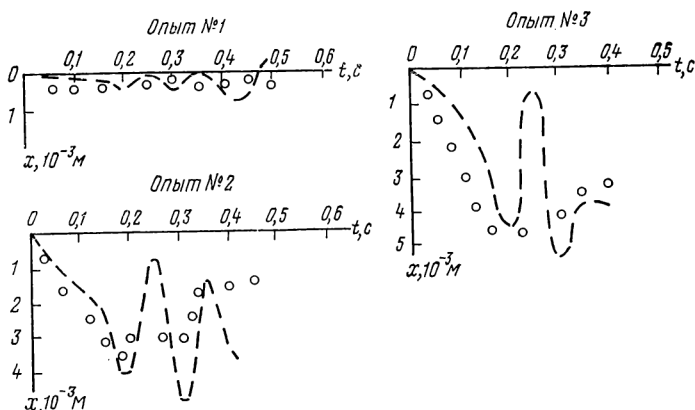


Рис. 4.5. Зависимость перемещений от времени (пунктирные кривые — расчетные кривые перемещений, отдельные точки — экспериментальные данные)

Направление нагрузки — горизонтальное, расстояние от точки приложения нагрузки до центра тяжести массива  $h_1 = 2,5$  м.

Горизонтальные и вертикальные перемещения сооружения в процессе проведения экспериментов регистрировались специальной электроизмерительной аппаратурой с записью на пленке осциллографа.

Размеры массива:  $a = 2$  м;  $b = 1$  м;  $h = 3$  м.

Характеристика материала массива, выполненного из бетона:  $E_b = 2 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>;  $\gamma_b = 2,4 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\mu_b = 0,16$ . Характеристика грунта:  $\mu_{гр} = 0,35$ ;  $\gamma_{гр} = 1,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

Значения коэффициентов упругого равномерного и неравномерного сжатия на уровне основания сооружения: по вертикали —  $c_z = 12 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>,  $c_{\phi} = 17,5 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>; по горизонтали —  $c_y = c_a = 7,66 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>.

На опытном массиве были произведены динамические нагружения  $P_d$ , равные 8,67 и 74 кН.

\* Эксперименты и их обработку проводили Ю. Н. Галин, Н. М. Устюгова, [А. Г. Соколов], [Л. В. Стратанович], А. В. Михайлов, Г. И. Глушков.

При расчете рассмотрена мгновенно возрастающая сила до расчетного значения (табл. 4.1). Фактически замеренные нагрузки были довольно близки к принятым схематизированным.

Значения смещений  $x_p(t)$  для различных моментов времени для всех случаев нагружения приведены на рис. 4.5 и в табл. 4.2.

Сравнивая данные эксперимента и расчета, видно, что сходимость результатов удовлетворительная.

Приведенная в главе методика позволяет провести расчеты сооружений, заглубленных в грунт, на устойчивость при воздействии нагрузок, изменяющихся во времени по любому закону.

Время на расчеты существенно сокращается при использовании быстросчетных машин.

Т а б л и ц а 4.1

$P_d$	$N_1$	$N_2$	$A$	$B$	$C_2$	$C_4$
8	52,3	1,2	0,0133	0,00013	0,00262	—0,0159
67	438	10,1	0,112	0,0011	0,022	—0,134
74	485	11,2	0,124	0,00123	0,0246	—0,148

Т а б л и ц а 4.2

$P_d$	Значения смещений $x_p(t)$ , $10^{-3}$ м при $t$ , с					
	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
8	0,24	0,48	0,06	0,69	—0,04	0,7
67	2,25	4,07	0,46	5	1,23	3,56
74	2,5	4,51	0,55	5,66	3,8	3,98

### РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ В СТАДИИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

---

#### 1. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ГРУНТА В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СТАДИИ

Сопротивление грунта в упругопластической стадии характеризуется рядом параметров, которые зависят от его специфических свойств. Грунт представляет собой трехкомпонентную среду, состоящую из твердых частиц воды и воздуха, и при динамических нагрузках имеет различную деформативность, зависящую от нагрузки, скорости ее приложения, а также от физико-механических свойств самого грунта.

Основные параметры, характеризующие сопротивление грунта в упругопластической стадии и необходимые для расчета сооружений, могут быть получены из рассмотрения экспериментальных зависимостей между сжимающими динамическими напряжениями и деформациями.

Зависимость напряжений от деформаций при динамическом нагружении образцов грунта исследовалась Д. Д. Барканом, Н. М. Герсевановым, Б. А. Олисовым, И. А. Алексеевым, Г. М. Ляховым, Г. В. Рыковым и др.

На участке  $O - A_1$  характерной кривой, иллюстрирующей зависимость между сжимающими динамическими напряжениями  $\sigma$  и деформациями  $\varepsilon$  для неводонасыщенных грунтов (рис. 5.1) при сравнительно малых напряжениях, преобладают упругие деформации, возникающие вследствие деформации твердых частиц, водных пленок и цементирующих пленок солей.

Деформация твердых частиц происходит главным образом в точках их контакта и характерна для песчаных грунтов с мало окатанными зернами. В глинистых и лёссовидных грунтах, где контактные площади между частицами достигают большей величины, упругие деформации обусловлены главным образом деформациями водных и цементирующих пленок.

При упругих деформациях не происходит разрушения скелета, так как после снятия нагрузки твердые частицы возвращаются в исходное положение и свойства грунта восстанавливаются полностью.



Точка  $A$  на участке  $O - A$  может рассматриваться как предел пропорциональности напряжения в грунте, в этой точке достигается предел упругости грунта  $\sigma_s$ .

Нагружение выше точки  $A$  сопровождается интенсивным развитием пластических деформаций. Это обусловлено смещением твердых частиц относительно друг друга, вызывающим разрушение цементных пленок и твердых частиц в местах их контакта. В результате нарушения структуры после снятия нагрузок свойства грунта не восстанавливаются и сохраняются характерные необратимые деформации. Таким образом, на этом участке деформации состоят из упругих и пластических. Участок с интенсивным развитием пла-

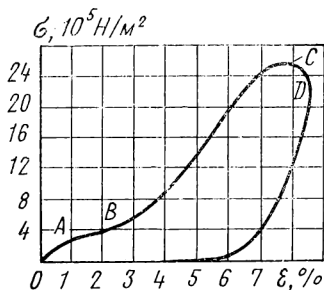


Рис. 5.1. Зависимость напряжения от деформации  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  неводонасыщенного грунта при динамическом сжатии

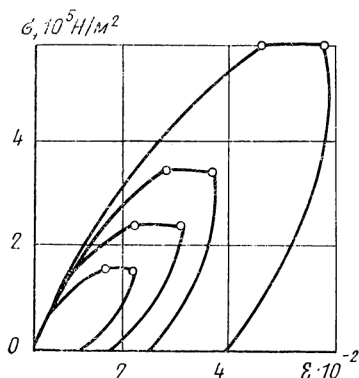


Рис. 5.2. Зависимость  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  (точки соответствуют максимуму напряжений и деформаций)

стических деформаций на диаграмме  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  ограничивается точкой  $B$ . Кривая  $OAB$  характеризует грунт как упругопластическую среду; как правило, на этом участке вторая производная функции  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  меньше нуля, т. е.  $d^2\sigma/d\epsilon^2 < 0$ . Напряженное состояние, характерное для этого участка, обусловлено распространением волн сжатия.

Положение точки  $B$  на кривой  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  определяется условием  $d^2\sigma/d\epsilon^2 = 0$ . При дальнейшем росте напряжений одновременное развитие упругих и пластических деформаций продолжается, однако преобладания пластических деформаций, как это было на участке  $OB$ , не происходит. На этом участке в результате дальнейшей переукладки частиц происходит образование новых более устойчивых структурных связей, приводящих к упрочнению грунта. На участке  $BC$  изменяется перегиб кривой и вторая производная функции  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  становится больше нуля, т. е.  $d^2\sigma/d\epsilon^2 > 0$ . С ростом напряжений на этом участке увеличивается скорость их распространения, профиль волны сжатия становится круче и происходит образование ударной волны.

Таким образом, точка перегиба функции  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  определяет существование двух различных видов волн в грунте — волн сжатия и ударных.

При снятии нагрузки (см. рис. 5.1) сместившиеся частицы грунта не возвращаются в исходное положение и структура грунта не восстанавливается и сохраняются остаточные деформации  $\epsilon_{ост}$ . Как правило, остаточные деформации  $\epsilon_{ост}$  меньше деформации  $\epsilon_m$ , достигнутой при максимальных напряжениях.

Как показывают эксперименты с различными грунтами, в отдельных случаях рассмотренные выше четыре характерных участка диаграммы динамического сжатия имеются не всегда. При сравнительно небольших напряжениях процесс нагружения может закончиться на участке  $AB$ , а в определенных условиях участок  $AB$  может и отсутствовать.

На рис. 5.2 показаны экспериментальные зависимости  $\sigma = \sigma(\epsilon)$ , полученные Г. М. Ляховым [39] при динамическом нагружении среднезернистого песка; обжатие образцов осуществлялось воздушной ударной волной. Как видно из графиков, кривые  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  на всем участке выгнуты относительно оси деформаций. В момент достижения максимального напряжения деформации составляют 0,6—0,8 максимальных. После достижения максимума напряжения в течение нескольких секунд наблюдается ползучесть грунта — деформации растут, напряжение за это время убывает мало и зависимость  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  практически параллельна оси деформации. При дальнейшем падении напряжений до 20—40% максимального деформация, достигнув максимального значения, практически не меняется и лишь затем начинает убывать. Остаточные деформации составляют 0,7—0,9 максимальных.

Л. Т. Ставницером получены диаграммы динамического сжатия пылеватого суглинка [72]. Результаты определения физических характеристик исследуемого грунта представлены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Размер фракций, мм	>2	2—1	1—0,5	0,5—0,25	0,25—0,1	0,1—0,05	0,05—0,01	0,01—0,005	>0,005
Содержание, %	0,9	0,8	0,9	1,7	1,8	19,3	49,5	11,3	13,8

На рис. 5.3 показаны результаты испытаний в виде диаграмм напряжения — деформация [72]. Как видно из рассмотрения диаграмм, характер кривых  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  для одного и того же грунта может быть различным. Анализ экспериментальных зависимостей между сжимающими динамическими напряжениями и деформациями свидетельствует о том, что аппроксимация функции  $\sigma = \sigma(\epsilon)$

непрерывной кривой представляет определенную сложность, затрудняющую практические расчеты. Определенные трудности возникают также из-за неоднородности свойств грунтов. Поэтому в настоящее время общепринято аппроксимировать исходную зависи-

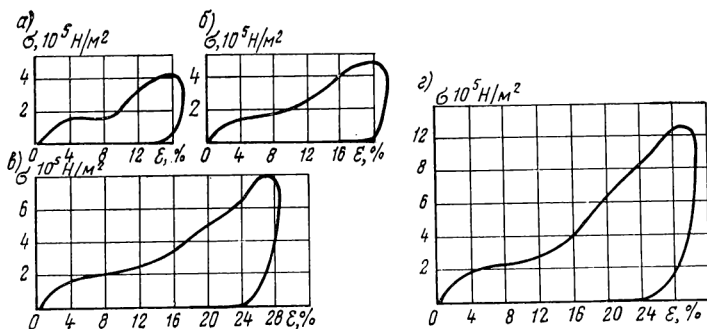


Рис. 5.3. Зависимость напряжений от деформации для пылеватого суглинка

*a* — при  $v_0 = 2,34$  м/с; *б* — при  $v_0 = 3,08$  м/с; *в* — при  $v_0 = 3,88$  м/с; *г* — при  $v_0 = 4,1$  м/с

мость  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$  схемой с линейным упрочнением (рис. 5.4, *a*) и без линейного упрочнения (рис. 5.4, *б*). Основные параметры, характеризующие сопротивление грунта в упругопластической

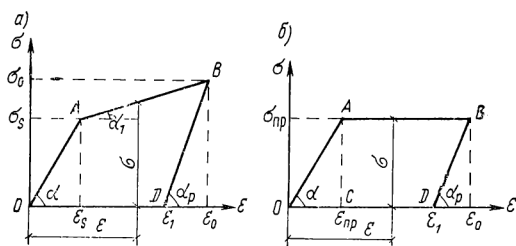


Рис. 5.4. Схематизированная зависимость  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$

стадии, могут быть получены из аппроксимированной зависимости  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ .

При  $\sigma \leq \sigma_s$  упругие параметры грунта определяются: модулем упругости  $E = \tan \alpha$ , скоростью распространения упругих волн (скоростью распространения звука)  $a_0 = \sqrt{E/\rho}$ , деформацией  $\varepsilon = \sigma/E$ .

При  $\sigma > \sigma_s$  упругопластические параметры определяются модулем упрочнения  $E_\sigma = d\sigma/d\varepsilon = E' = \tan \alpha$ , местной скоростью звука в грунте, находящемся в пластическом состоянии:

$$a(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}} = a_1 \sqrt{\frac{E'}{\rho}};$$

деформациями:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_s}{E} + \frac{\sigma - \sigma_s}{E'};$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_s}{E} + \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{E'};$$

напряжениями

$$\sigma = \sigma_s + E' (\varepsilon - \varepsilon_s),$$

где  $\varepsilon_s = \sigma_s/E$ .

Если диаграмма  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$  не имеет линейного упрочнения, то основными параметрами пластической стадии являются  $\sigma_{пр}$  и  $\varepsilon_{пр}$  (рис. 5.4, б), соответствующие образованию интенсивных остаточных осадок.

При разгрузке модуль продольной деформации может быть отличным от  $E$ . Зависимость между напряжениями и деформациями на этом участке имеет вид:

$$\sigma = \sigma_0 - E_p (\varepsilon_0 - \varepsilon);$$

скорость распространения деформаций

$$a_p = \sqrt{\frac{E_p}{\rho}};$$

деформация

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma}{E_p} = \frac{\sigma_0}{E_p} - (\varepsilon_0 - \varepsilon).$$

Если диаграмма не имеет линейного упрочнения, то в указанные зависимости необходимо вместо  $\sigma_0$  подставить  $\sigma_{пр}$ .

Следует отметить, что в рассмотренных уравнениях отсутствуют термодинамические компоненты давления, так как исследования Г. М. Ляхова и К. П. Станюковича показывают, что движение твердой или сыпучей среды может без большой погрешности считаться баротропным.

## 2. РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ В СТАДИИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА БЕЗ УПРОЧНЕНИЯ

Целью расчета является определение параметров движения сооружения с учетом остаточных осадок грунта. Рассматривается приближенное решение для системы с одной степенью свободы. В качестве реологической модели грунта принята модель Прандтля, как это сделано И. М. Рабиновичем и О. Я. Шехтер. Основные предпосылки данного приближенного (рис. 5.5) решения

таковы. Пока деформации грунта являются упругими (участок  $I—OA$ ), реакция грунта связана с его перемещением линейной зависимостью

$$\sigma = c_z z, \quad (5.1)$$

где  $c_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта;  $z$  — осадка сооружения на участке  $OC$  (при  $z < z_{пр}$ ).

После того как деформации превысят значение  $z_{пр}$  (участок  $II—AB$ ), начинают образовываться остаточные осадки и реакция грунта принимает постоянное значение.

$$\sigma_{пр} = c_z z_{пр}, \quad (5.2)$$

где  $z_{пр}$  — осадка, соответствующая предельному давлению на грунт (при котором происходит интенсивное развитие остаточных осадок).

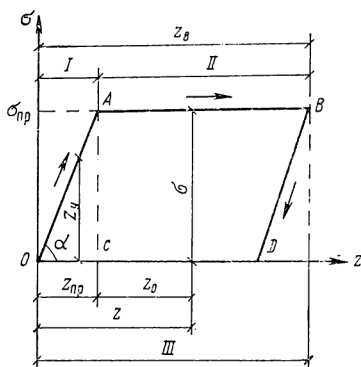


Рис. 5.5. Зависимость перемещения сооружения от давления

При уменьшении давления осадки уменьшаются по линейному закону, участок  $III—BD$  характеризует упругие деформации грунта. Для всех трех участков общее перемещение  $z$  состоит из упругого перемещения  $z_y$  и остаточного  $z_0$ :

$$z = z_y + z_0. \quad (5.3)$$

Реакция грунта в любое мгновение времени обусловлена не суммарным перемещением  $z$ , а только упругой его составляющей  $z_y$ :

$$\sigma = c_z (z - z_0) = c_z z_y. \quad (5.4)$$

Дифференциальное уравнение движения сооружения с учетом упругих и остаточных деформаций грунта в общем виде может быть записано так:

$$M \left( \frac{d^2 z_y}{dt^2} + \frac{d^2 z_0}{dt^2} \right) + 2\alpha' \left( \frac{dz_y}{dt} + \frac{dz_0}{dt} \right) + c_z F z_y = P(t), \quad (5.5)$$

где  $M$  — масса сооружения;  $F$  — площадь подошвы сооружения;  $c_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта;  $2\alpha'$  — сила внутреннего сопротивления.

Сила внутреннего сопротивления связана с модулем затухания  $\Phi_z$  следующей зависимостью:

$$\left. \begin{aligned} 2\alpha' &= c_z F \Phi_z; \\ \alpha' &= \frac{c_z F \Phi_z}{2}; \\ \alpha &= \frac{\alpha'}{M} = \frac{c_z F \Phi_z}{2M}. \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

Производя некоторые преобразования, получим

$$\frac{d^2 z_y}{dt^2} + \frac{d^2 z_0}{dt^2} + 2\alpha \left( \frac{dz_y}{dt} + \frac{dz_0}{dt} \right) + \lambda_z^2 z_y = \frac{P(t)}{M}, \quad (5.6a)$$

где  $\lambda_z$  — частота собственных вертикальных колебаний сооружения;  $F$  — площадь подошвы сооружения;

$$\left. \begin{aligned} \lambda_z^2 &= \frac{c_z F}{M}; \\ 2\alpha &= \frac{2\alpha'}{M}. \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Так как для различных стадий движения зависимость между упругими и остаточными деформациями различна, интегрирование дифференциального уравнения движения (5.5) и уравнений (5.6) должно быть произведено для каждого этапа отдельно.

**Этап I (участок OA на рис. 5.5).** На этом этапе сооружение испытывает только упругую осадку ( $z = z_y$ ;  $z_0 = 0$ ) и остаточные осадки отсутствуют, поэтому дифференциальное уравнение движения сооружения может быть записано в виде

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha' \frac{dz}{dt} + c_z F z = P(t) \quad (5.8)$$

или

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha \frac{dz}{dt} + \lambda_z^2 z = \frac{P(t)}{M}. \quad (5.9)$$

Интеграл этого уравнения при начальных условиях  $t = 0$ ,  $z_0 = 0$ ,  $\dot{z}_0 = 0$ , как известно, принимает вид:

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{M\lambda_{z,1}} \int_0^t e^{-\alpha(t-u)} P(u) \sin \lambda_{z,1}(t-u) du = \\ &= \frac{\lambda_z^2 \delta_{11}}{\lambda_{z,1}} \int_0^t e^{-\alpha(t-u)} P(u) \sin \lambda_{z,1}(t-u) du; \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$z' = -\alpha z + \lambda_z^2 \delta_{11} \int_0^t e^{-\alpha(t-u)} P(u) \cos \lambda_{z,1}(t-u) du, \quad (5.11)$$

где  $e$  — основание натуральных логарифмов;  $\delta_{11}$  — статическое перемещение, вызываемое силой  $P = 1$  ( $\delta_{11} = 1/r$ );  $r$  — реакция системы при перемещении  $z = 1$ ;

$$\lambda_{z,1} = \sqrt{\lambda_z^2 - \alpha^2}.$$

Если сооружение подвержено воздействию постоянной силы  $P$ , то полученные формулы принимают следующий вид:

$$z = \frac{\lambda_z^2 \delta_{11} P}{\lambda_{z,1}} \int_0^t e^{-\alpha(t-u)} \sin \lambda_{z,1}(t-u) du; \quad (5.12)$$

$$z' = -\alpha z + \lambda_z^2 \delta_{11} \int_0^t e^{-\alpha(t-u)} \cos \lambda_{z,1}(t-u) du \quad (5.13)$$

или

$$z = z_{CT} \left[ 1 - e^{-\alpha t} \left( \frac{\alpha}{\lambda_{z,1}} \sin \lambda_{z,1} t + \cos \lambda_{z,1} t \right) \right]; \quad (5.14)$$

$$z' = z_{CT} e^{-\alpha t} \left( \frac{\alpha^2 + \lambda_{z,1}^2}{\lambda_{z,1}} \right) \sin \lambda_{z,1} t. \quad (5.15)$$

**Этап II (участок АВ на рис. 5.5).** На этом этапе сооружение испытывает только остаточные осадки. Как только грунт получит остаточные осадки, дифференциальное уравнение движения будет иметь иной вид. В соответствии с рис. 5.4, б можно записать:

$$z_y = z_{np}; \quad z_0 = z - z_y. \quad (5.16)$$

Поэтому дифференциальное уравнение примет следующий вид:

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha' \frac{dz}{dt} + c_z F z_{np} = P(t) \quad (5.17)$$

или

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha \frac{dz}{dt} + \lambda_z^2 z_{np} = \frac{P(t)}{M}; \quad (5.18)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha \frac{dz}{dt} = \frac{P(t)}{M} - \lambda_z^2 z_{np}. \quad (5.19)$$

Общее решение уравнения (5.19) при начальных условиях  $t = \theta$  [ $\theta$  — момент начала неупругого процесса ( $z_\theta = z_{np}$ )],  $z = z_\theta$ ,  $\dot{z} = \dot{z}_\theta$  имеет вид

$$z(t) = A + B e^{-2\alpha t} + z_1(t) + z_2(t), \quad (5.20)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  — частные решения, соответствующие двум слагаемым правой части.

Решение  $z_2$  ищем в виде

$$z_2(t) = ct. \quad (5.21)$$

После подстановки уравнения (5.21) в уравнение (5.19) получим

$$2\alpha c = -\lambda_z^2 z_{np},$$

отсюда

$$c = -\frac{\lambda_z^2 z_{np}}{2\alpha}. \quad (5.22)$$

Частное решение  $z_1$  уравнения (5.19) находим следующим способом

$$\bar{z}(p) = p \int_0^\infty e^{-pt} z(t) dt. \quad (5.23)$$

Уравнение (5.19) имеет вид

$$p^2 z + 2\alpha p z = \frac{1}{M} \bar{P}(p). \quad (5.24)$$

Решение уравнения (5.24) имеет вид

$$z = \frac{\bar{P}(p)}{Mp(p+2\alpha)}. \quad (5.25)$$

Оригинал  $z_1(t)$  по формулам обращения имеет вид:

$$z_1(t) = \frac{1}{2\alpha M} \int_0^t [1 - e^{-2\alpha(t-u)}] P(u) du. \quad (5.26)$$

Для удобства нижний предел интеграла (5.26) заменяем на  $\theta$ . Это равносильно прибавлению постоянной величины. Итак, общее решение уравнения (5.19) с учетом уравнений (5.20) и (5.26) будет следующим:

$$z(t) = A + Be^{-2\alpha t} - \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} t + \frac{1}{2\alpha M} \int_0^t [1 - e^{-2\alpha(t-u)}] P(u) du. \quad (5.27)$$

Коэффициенты  $A$  и  $B$  находим из начальных условий. Дифференцируя выражение (5.27) по  $t$  и подставляя  $t = \theta$ , получим

$$-2\alpha Be^{-2\alpha\theta} - \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} = \dot{z}_\theta, \quad (5.28)$$

откуда

$$B = -\frac{1}{2\alpha} \left( \dot{z}_\theta + \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} \right). \quad (5.29)$$

Находим далее

$$A + Be^{-2\alpha\theta} - \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} \theta = z_\theta, \quad (5.30)$$

откуда

$$A = z_\theta - Be^{-2\alpha\theta} + \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} \theta. \quad (5.31)$$

Подставляя уравнения (5.29) и (5.31) в уравнение (5.27), получим интеграл уравнения (5.19) при произвольной нагрузке.

Дифференцируя по  $t$ , имеем выражения для определения скорости движения сооружения:



$$\left. \begin{aligned}
 z(t) &= z_0 - \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} t_1 + \frac{1}{2\alpha} \left( \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} + \dot{z}_0 \right) (1 - e^{-2\alpha t_1}) + \\
 &\quad + \frac{1}{2M\alpha} \int_0^t [1 - e^{-2\alpha(t-u)}] P(u) du; \\
 \dot{z}(t) &= \left( \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} + \dot{z}_0 \right) e^{-2\alpha t_1} - \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} + \\
 &\quad + \frac{1}{M} \int_0^t e^{-2\alpha(t-u)} P(u) du,
 \end{aligned} \right\} \quad (5.32)$$

где  $t_1 = t - \theta$ .

Если сооружение подвержено воздействию постоянной силы, то полученные формулы примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 z(t) &= z_0 - \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} t_1 + \frac{1}{2\alpha} \left( \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} + \dot{z}_0 \right) (1 - e^{-2\alpha t_1}) + \\
 &\quad + \frac{P}{2\alpha M} \left[ t_1 + \frac{1}{2\alpha} (e^{-2\alpha t_1} - 1) \right]; \\
 \dot{z}(t) &= \left( \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} + \dot{z}_0 \right) e^{-2\alpha t_1} - \frac{\lambda_z^2 z_{\text{пр}}}{2\alpha} + \\
 &\quad + \frac{P}{2\alpha M} (1 - e^{-2\alpha t_1}).
 \end{aligned} \right\} \quad (5.33)$$

Для применения выведенных формул необходимо знать начальные условия  $z_0$ ,  $\dot{z}_0$ ,  $\theta$ . Время  $\theta$  находится из формулы (5.14), в которой  $z$  принимается равным  $z_{\text{пр}}$  по основной диаграмме, изображенной на рис. 5.5;  $z_0$  и  $\dot{z}_0$  определяются по формулам (5.14) и (5.15) при  $t = 0$ . После того как будут определены суммарные перемещения, можно определить их остаточные осадки по формуле

$$z_0 = z - z_{\text{пр}}. \quad (5.34)$$

**Этап III (участок B — D на рис. 5.5).** На этом этапе сооружение испытывает упругие перемещения, которые характеризуются соотношением

$$z = z_y + z_0 = z_y + z_{AB} = z_y + (z_B - z_{\text{пр}}), \quad (5.35)$$

откуда

$$z_y = z - (z_B - z_{\text{пр}}). \quad (5.36)$$

Поэтому дифференциальное уравнение движения с учетом уравнения (5.36) будет иметь следующий вид:

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha' \frac{dz}{dt} + c_z F [z - (z_B - z_{\text{пр}})] = P(t) \quad (5.37)$$

или

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha' \frac{dz}{dt} + c_z F z = P(t) + c_z F (z_B - z_{np}). \quad (5.38)$$

Сокращая на  $M$ , получим

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha \frac{dz}{dt} + \lambda_z^2 z = \frac{P(t)}{M} + \lambda_z^2 (z_B - z_{np}). \quad (5.39)$$

Решение уравнения (5.39) должно удовлетворять следующим граничным условиям при  $t = t_2$ :

$$\left. \begin{aligned} z_{t_2} &= z_{AB} + z_{np}; \\ \dot{z} &= \frac{dz}{dt} = s. \end{aligned} \right\} \quad (5.40)$$

Время  $t_2$  определяется из выражений (5.32) и (5.33) при условии, что  $z = z_{AB} + z_{np}$ .

Уравнение (5.39) решается по аналогии с решением уравнения для этапа II.

Общее его решение имеет вид

$$\begin{aligned} z(t) &= e^{-\alpha t} (A \cos \lambda_{z,1} t + B \sin \lambda_{z,1} t) + z_B - z_{np} + \\ &+ \frac{1}{M \lambda_{z,1}} \int_{t_2}^{t_1} e^{-\alpha(t-u)} P(u) \sin \lambda_{z,1} (t-u) du. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Для определения  $A$  и  $B$  используем начальные условия (5.40) и выражение (5.41). В итоге получим систему двух алгебраических линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} e^{-\alpha t_2} [-\alpha (A \cos \lambda_{z,1} t_2 + B \sin \lambda_{z,1} t_2) + \\ + \lambda_{z,1} (B \cos \lambda_{z,1} t_2 - A \sin \lambda_{z,1} t_2)]; \\ e^{-\alpha t_2} (A \cos \lambda_{z,1} t_2 + B \sin \lambda_{z,1} t_2) + \\ + z_B - z_{np} = z_{AB} + z_{np}. \end{aligned} \right\} \quad (5.42)$$

Решая уравнения (5.42), имеем:

$$A = \frac{\Delta_1}{\lambda_{z,1}}; \quad B = \frac{\Delta_2}{\lambda_{z,1}}, \quad (5.43)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= -[s \sin \lambda_{z,1} t_2 + (z_{AB} - z_B + 2z_{np}) (\alpha \sin \lambda_{z,1} t_2 - \\ &\quad - \lambda_{z,1} \cos \lambda_{z,1} t_2)] e^{\alpha t_2}; \\ \Delta_2 &= [(z_{AB} - z_B + 2z_{np}) (\alpha \cos \lambda_{z,1} t_2 + \lambda_{z,1} \sin \lambda_{z,1} t_2) + \\ &\quad + s \cos \lambda_{z,1} t_2] e^{\alpha t_2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.44)$$

После подстановки выражений (5.43) и (5.44) в уравнение (5.41) и некоторых преобразований получим решение уравнения (5.41)

при разгрузке в виде

$$z(t) = \frac{1}{\lambda_{z,1}} e^{-\alpha t} [s \sin \lambda_{z,1} t_3 + (z_{AB} - z_B + 2z_{np}) (\alpha \sin \lambda_{z,1} t_3 + \\ + \lambda_{z,1} \cos \lambda_{z,1} t_3)] + z_B - z_{np} + \frac{1}{M\lambda_{z,1}} \int_{t_2}^{t_1} e^{-\alpha(t-u)} P(u) \sin \lambda_{z,1} (t-u) du, \quad (5.45)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{z,1} &= \sqrt{\lambda_z^2 - \alpha^2}; \\ t_3 &= t - t_2. \end{aligned} \right\} \quad (5.46)$$

В случае постоянной внешней силы  $P(t) = P$  имеем:

$$z_B = z_{np} + z_{AB}; \quad (5.47)$$

$$\left. \begin{aligned} z(t) &= \frac{1}{\lambda_{z,1}} e^{-\alpha t} [s \sin \lambda_{z,1} t_3 + (z_{AB} - z_B + 2z_{np}) (\alpha \sin \lambda_{z,1} t_3 + \\ &+ \lambda_{z,1} \cos \lambda_{z,1} t_3)] + z_B - z_{np} + \frac{P}{M\lambda_{z,1} (\alpha^2 + \lambda_{z,1}^2)} \times \\ &\times [\lambda_{z,1} - (\alpha \sin \lambda_{z,1} t_3 + \lambda_{z,1} \cos \lambda_{z,1} t_3) e^{-\alpha t_3}]; \\ \dot{z}(t) &= \frac{1}{\lambda_{z,1}} e^{-\alpha t} \{ -\alpha [s \sin \lambda_{z,1} t_3 + \\ &+ (z_{AB} - z_B + 2z_{np}) (\alpha \sin \lambda_{z,1} t_3 + \lambda_{z,1} \cos \lambda_{z,1} t_3)] + \\ &+ \lambda_{z,1} [s \cos \lambda_{z,1} t_3 + (z_{AB} - z_B + 2z_{np}) (\alpha \cos \lambda_{z,1} t_3 - \\ &- \lambda_{z,1} \sin \lambda_{z,1} t_3)] \} + \frac{P}{M\lambda_{z,1} (\alpha^2 + \lambda_{z,1}^2)} \times \\ &\times [\lambda_{z,1} - (\alpha \sin \lambda_{z,1} t_3 + \lambda_{z,1} \cos \lambda_{z,1} t_3) e^{-\alpha t_3}]. \end{aligned} \right\} \quad (5.48)$$

Упругая составляющая перемещений сооружения  $z_y$  определяется после вычисления  $z$  по формулам (5.46) — (5.48) или (5.36).

Рассмотренный способ может быть применен и для определения перемещений сооружений, вызванных перемещением грунта, связанным с воздействием взрыва и других ударных эффектов.

В качестве исходной предпосылки решения необходимо иметь данные о характере перемещения и скорости движения грунта, которые, как правило, получаются на основании эксперимента. На рис. 5.6 изображены характерные графики перемещения и скорости грунта, которые и будем использовать для вывода расчетных формул. Эти перемещения и скорости движения грунта вызывают и соответствующие перемещения сооружения, которые и надо определить расчетом. Для упрощения расчета перемещения сооружения рассмотрим основные решения за пределом упругости в интервале времени, соответствующем I и II этапам (см. рис. 5.5). Для практических расчетов эта область представляет наибольший инте-

рес (далее рассмотрены решения в области разгрузки, для чего использован III этап).

Для II этапа (участок  $OA$  на рис. 5.5), соответствующего линейной восстанавливающей силе, зависимость между напряжением, перемещением и скоростью может быть записана так:

$$\sigma = k_1 \left( \frac{dz}{dt} - \frac{dz_{rp}}{dt} \right) + k_2 (z - z_{rp}), \quad (5.49)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  — коэффициенты пропорциональности;  $z$  и  $dz/dt$  — перемещение и скорость движения в момент времени  $t$  сооружения;  $z_{rp}$  и  $dz_{rp}/dt$  — то же, грунта.

Имея выражение (5.49), можно составить дифференциальное уравнение движения сооружения, при этом необходимо учесть силы инерции сооружения

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_1 \left( \frac{dz}{dt} - \frac{dz_{rp}}{dt} \right) + k_2 (z - z_{rp}) = 0 \quad (5.50)$$

или

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_1 \frac{dz}{dt} + k_2 z = k_2 z_{rp} + k_1 \frac{dz_{rp}}{dt}. \quad (5.51)$$

Анализ последнего уравнения показывает, что его правая часть представляет собой некоторую силу, изменяющуюся во время так же, как и заданные параметры движения грунта (см. рис. 5.6). Зная закон изменения параметров грунта, можно решить уравнения (5.50) и (5.51) и определить все необходимые расчетные данные: перемещения, скорости и ускорения движения сооружения.

Решение существенно облегчается, если перемещения и скорости движения грунта в правой части уравнения можно аппроксимировать какими-либо кривыми или представить в виде схематизированных графиков со спрямленными участками.

При рассмотрении движения сооружения на втором этапе (участок  $AB$  на рис. 5.5) необходимо установить зависимость между напряжением и деформацией. С учетом того, что для этого участка  $z_y = z_{np}$ , а  $z_o = z - z_y$ , имеем

$$\sigma = k_1 \left( \frac{dz}{dt} - \frac{dz_{rp}}{dt} \right) + k_2 (z_{np} - z_{rp}). \quad (5.52)$$

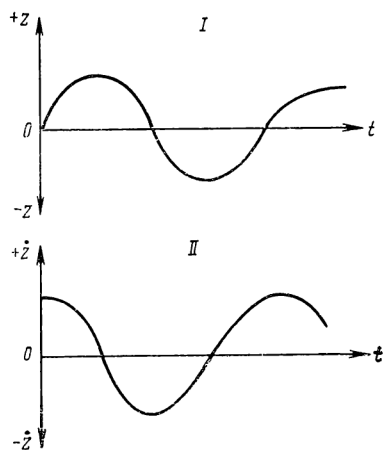


Рис. 5.6. Графики перемещения I и скорости II грунта во времени

Дифференциальное уравнение примет вид:

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_1 \left( \frac{dz}{dt} - \frac{dz_{rp}}{dt} \right) + k_2 (z_{np} - z_{rp}) = 0 \quad (5.53)$$

или

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_1 \frac{dz}{dt} + k_2 z_{np} = k_2 z_{rp} + k_1 \frac{dz_{rp}}{dt}. \quad (5.54)$$

Дифференциальное уравнение (5.54) имеет такой же вид, как и аналогичные ему уравнения (5.18) и (5.19). Поэтому рассмотренная выше методика решения может быть полностью использована и в данном случае. После определения суммарных перемещений можно определить и остаточные осадки по формуле

$$z_0 = z - z_{np}. \quad (5.55)$$

При рассмотрении движения сооружения на III этапе разгрузки (участок  $BD$  на рис. 5.5) перемещения сооружения необходимо определять с учетом перемещения грунта

$$z = z_y + z_0 - z_{rp} = z_y + z_{AB} - z_{rp} = z_y + (z_B - z_{np}) - z_{rp}, \quad (5.56)$$

откуда

$$z_y = z - (z_B - z_{np}) - z_{rp}. \quad (5.57)$$

Поэтому зависимость между напряжением, перемещением и скоростью с учетом выражения (5.57) будет иметь следующий вид:

$$\sigma = k_1 \left( \frac{dz}{dt} - \frac{dz_{rp}}{dt} \right) + k_2 [z - (z_B - z_{np}) - z_{rp}]. \quad (5.58)$$

Дифференциальное уравнение движения сооружения на III этапе с учетом равенства (5.58) будет таково:

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_1 \left( \frac{dz}{dt} - \frac{dz_{rp}}{dt} \right) + k_2 [z - (z_B - z_{np}) - z_{rp}] = 0, \quad (5.59)$$

или

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_1 \frac{dz}{dt} + k_2 [z - (z_B - z_{np})] = k_2 z_{rp} + k_1 \frac{dz_{rp}}{dt}, \quad (5.60)$$

или

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_1 \frac{dz}{dt} + k_2 z = k_2 z_{rp} + k_1 \frac{dz_{rp}}{dt} + k_2 (z_B - z_{np}). \quad (5.61)$$

Полученное уравнение (5.61) имеет такой же вид, как и уравнение (5.38). Поэтому и метод его решения остается аналогичным рассмотренному выше.

После решения уравнения определяем сначала общие, а затем упругие перемещения по формуле

$$z_y = z - (z_B - z_{np}). \quad (5.62)$$

Остальные осадки находим с учетом выражения (5.68) по известной формуле

$$z_0 = z - z_y. \quad (5.63)$$

По установленным параметрам движения сооружения можно определить характер напряженного состояния грунта и расчетные усилия, необходимые для расчета сооружения на прочность.

### 3. РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ В СТАДИИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА С УПРОЧНЕНИЕМ

Решение для динамической системы с одной степенью свободы рассмотрим приближенно. В качестве реологической модели грунта примем модель с упрочнением (рис. 5.7). Пока деформации грунта являются упругими (участок I), реакция грунта связана с его перемещениями линейной зависимостью

$$\sigma_1 = c_z z, \quad (5.64)$$

где  $c_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта;  $z$  — осадка сооружения на участке  $OC$  (при  $z < z_c$ ).

После того как деформации превысят значение  $z_c$  (участок II), начинается значительное развитие пластических деформаций и реакция грунта принимает значения

$$\sigma_2 = c_z z_c + c'_z (z - z_c), \quad (5.65)$$

где  $c'_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта, соответствующий модулю упрочнения  $E_2$ ;  $z$  — осадка сооружения на участке II.

При уменьшении давления осадки уменьшаются по линейному закону и реакция грунта принимает значение

$$\sigma'_3 = c'_z z, \quad (5.66)$$

где  $c'_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта, соответствующий модулю деформации при разгрузке  $E_p$ ;  $z$  — осадка сооружения на участке III.

Так как для различных стадий движения зависимость между реакцией грунта и его деформацией различна, интегрирование дифференциального уравнения движения системы для каждого этапа должно быть произведено отдельно.

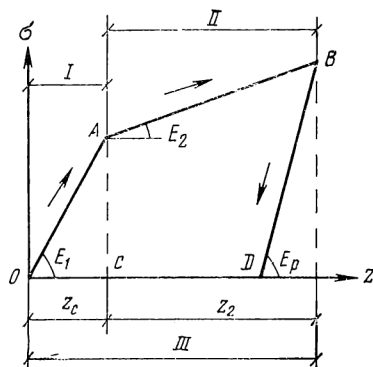


Рис. 5.7. Зависимость перемещения сооружения от давления

Для этапа  $I$  (участок  $O - A$  на рис. 5.7), когда сооружение испытывает только упругую осадку, дифференциальное уравнение движения сооружения имеет вид

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha' \frac{dz}{dt} + c_z Fz = P(t). \quad (5.67)$$

Интеграл этого уравнения имеет обычный вид (см. гл. 4).

Для того чтобы показать порядок расчета, рассмотрим решение для нагрузки, мгновенно достигающей значения  $P$  и сохраняющей его до бесконечности. Для  $I$  этапа имеем:

$$\left. \begin{aligned} z &= z_{CT} \left[ 1 - e^{-\alpha t} \left( \frac{\alpha}{\lambda_{z,1}} \sin \lambda_{z,1} t + \cos \lambda_{z,1} t \right) \right]; \\ \dot{z} &= z_{CT} e^{-\alpha t} \left( \frac{\alpha^2 - \lambda_{z,1}^2}{\lambda_{z,1}} \right) \sin \lambda_{z,1} t. \end{aligned} \right\} \quad (5.68)$$

Расчеты для  $I$  этапа необходимо закончить определением времени  $t_1$ , соответствующего концу первого интервала. Время находится из решения уравнения при условии, что  $z = z_c$  ( $z_c$  определяется по рис. 5.7):

$$z_c = z_{CT} \left[ 1 - e^{-\alpha t_1} \left( \frac{\alpha}{\lambda_{z,1}} \sin \lambda_{z,1} t_1 + \cos \lambda_{z,1} t_1 \right) \right]. \quad (5.69)$$

В конце первого интервала, когда  $t = t_1$ , перемещение и скорость движения сооружения определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} z_{t_1} &= z_{CT} \left[ 1 - e^{-\alpha t_1} \left( \frac{\alpha}{\lambda_{z,1}} \sin \lambda_{z,1} t_1 + \cos \lambda_{z,1} t_1 \right) \right]; \\ \dot{z}_{t_1} &= z_{CT} e^{-\alpha t_1} \left( \frac{\alpha^2 - \lambda_{z,1}^2}{\lambda_{z,1}} \right) \sin \lambda_{z,1} t_1. \end{aligned} \right\} \quad (5.70)$$

На  $II$  этапе (участок  $A - B$  на рис. 5.7) сооружение испытывает пластические деформации. В целях упрощения решения переносим начало координат в точку  $t = t_1$ . С момента времени  $t_1$  на  $II$  этапе рассматривается новая система, для которой  $z_{t_1}$  и  $\dot{z}_{t_1}$  являются начальными параметрами.

При  $t_1 < t < t_2$  ( $t_2$  — время, соответствующее концу  $II$  этапа) перемещения и скорости движения сооружения определяются из решения дифференциального уравнения

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha' \frac{dz}{dt} + c_z Fz = P(t). \quad (5.71)$$

Решение этого уравнения должно удовлетворять граничным условиям при  $t = 0$ ;  $z_0 = z_{t_1}$ ;  $\dot{z}_0 = \dot{z}_{t_1}$ .

Рассмотрев решение уравнения (5.71) для случая, когда  $P(t) = P$ , имеем

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{2\alpha'}{M} \frac{dz}{dt} + \frac{c_z F}{M} z = \frac{P}{M}. \quad (5.72)$$

Для решения уравнения (5.72) необходимо сначала решить уравнение для свободных колебаний

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{2\alpha'}{M} \frac{dz}{dt} + \frac{c_z F}{M} z = 0. \quad (5.73)$$

Будем иметь решение этого уравнения в форме

$$z = Ae^{rt}, \quad (5.74)$$

подставив в уравнение (5.73) это значение  $z$  и его производных:

$$\frac{dz}{dt} = rAe^{rt}; \quad \frac{d^2 z}{dt^2} = r^2 Ae^{rt}, \quad (5.75)$$

получим

$$\left( r^2 + \frac{2\alpha'}{M} r + \frac{c_z F}{M} \right) Ae^{rt} = 0. \quad (5.76)$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$r^2 + \frac{2\alpha'}{M} r + \frac{c_z F}{M} = 0 \quad (5.77)$$

и дает для  $r$  два корня:

$$r_{1,2} = -\frac{\alpha'}{M} \pm \sqrt{\left( \frac{\alpha'}{M} \right)^2 - \frac{c_z F}{M}}. \quad (5.78)$$

В зависимости от знака разности членов под радикалом общий интеграл уравнения (5.72) будет иметь различную форму.

Общий интеграл уравнения (5.72) выразится суммой общего интеграла однородного уравнения (5.73) и частного интеграла неоднородного уравнения. Опуская промежуточные выкладки, дадим окончательные выражения для  $z$  и  $dz/dt$ :

а) при  $(\alpha'/M)^2 > c_z F/M$ :

$$\left. \begin{aligned} z &= e^{-\frac{\alpha'}{M} t} (c_1 \cos \beta t - c_2 \sin \beta t) + \frac{P}{c_z F}; \\ \frac{dz}{dt} &= e^{-\frac{\alpha'}{M} t} \left[ -\left( \beta c_2 + \frac{\alpha'}{M} c_1 \right) \cos \beta t + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\alpha'}{M} c_2 - \beta c_1 \right) \sin \beta t \right], \end{aligned} \right\} \quad (5.79)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{c_z F}{M} - \left( \frac{\alpha'}{M} \right)^2; \\ c_1 &= z_0 - \frac{P}{c_z F}; \quad c_2 = -\frac{1}{\beta} \left[ \frac{\alpha'}{M} \left( z_0 - \frac{P}{c_z F} \right) + z'_0 \right]; \end{aligned} \right\} \quad (5.80)$$



б) при  $(\alpha'/M)^2 > c_z F/M$ :

$$\left. \begin{aligned} z &= c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{-k_2 t} + \frac{P}{c_z F} ; \\ \frac{dz}{dt} &= c_1 k_1 e^{k_1 t} - c_2 k_2 e^{-k_2 t} , \end{aligned} \right\} \quad (5.81)$$

где

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -\frac{\alpha'}{M} - \sqrt{\left(\frac{\alpha'}{M}\right)^2 - \frac{c_z F}{M}} ; \\ k_2 &= -\frac{\alpha'}{M} + \sqrt{\left(\frac{\alpha'}{M}\right)^2 - \frac{c_z F}{M}} ; \\ c_1 &= \frac{z'_0 + z_0 \frac{P}{c_z F}}{r} ; \\ c_2 &= \frac{z'_0 - z_0 + \frac{P}{c_z F}}{r} . \end{aligned} \right\} \quad (5.82)$$

Расчеты для II этапа необходимо закончить определением времени  $t_2$ , соответствующего концу второго интервала. Время находится из решения уравнений (5.79) или (5.81) при условии, что  $z = z_2(z_2$  определяется по рис. 5.7):

$$z_2 = e^{-\frac{\alpha'}{M} t_2} (c_1 \cos \beta t_2 - c_2 \sin \beta t_2) + \frac{P}{c_z F} \quad (5.83)$$

или

$$z_2 = c_1 e^{k_1 t_2} + c_2 e^{-k_2 t_2} + \frac{P}{c_z F} . \quad (5.84)$$

Решая уравнение (5.83) или (5.84), получаем значение  $t_2$ . С момента времени  $t_2$  на III этапе рассматривается новая система, для которой  $z_{t_2}$  и  $\dot{z}_{t_2}$  являются начальными параметрами. При  $t_2 < t < t_3$  ( $t_3$  — время, соответствующее концу третьего интервала) перемещения и скорости движения сооружения определяются из решения дифференциального уравнения, аналогичного уравнению (5.67) и удовлетворяющего следующим граничным условиям: при  $t = 0$   $z_0 = z_{t_2}$  и  $\dot{z}_0 = \dot{z}_{t_2}$ . Расчетные формулы аналогичны формулам (5.79) — (5.82).

По данной схеме можно производить расчеты и для нагрузок, имеющих во времени по любому закону, для чего применяют ступенчатую аппроксимацию нагрузки.

Данное решение можно применить и для расчета сооружений при перемещении грунта, связанном с ударным эффектом.

#### 4. РАСЧЕТ ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ С ПОДАТЛИВЫМИ ПРОКЛАДКАМИ

В качестве инженерных мероприятий по снижению перегрузок, возникающих при динамических воздействиях, могут быть использованы податливые прокладки между сооружением и грунтом.

При рассмотрении работы сооружения с податливыми прокладками при воздействии динамических нагрузок имеем в виду следующее.

Исследуются колебания сооружения в упругопластической стадии работы прокладок между сооружением и грунтом при воздействии ударных нагрузок. При выводе расчетных формул приняты те же предпосылки, что и в первых пунктах этой главы. Рассматривается простейшая система с одной степенью свободы без затухания, так как влияние последнего на расчетные максимальные параметры невелико. Принятая расчетная схема предусматривает отсутствие эксцентриситета приложения нагрузки (при наличии эксцентриситета необходимо дополнительно учесть и поворот сооружения, что можно сделать путем замены линейных перемещений сооружения угловыми). Восстанавливающая сила линейно связана с перемещением прокладки. Динамические перемещения, скорости и ускорения определяются за пределом упругости в интервале времени, соответствующем области нарастания параметров; криволинейная диаграмма деформации прослойки под нагрузкой заменяется ломаной (см. рис. 5.4, *a*). При решении принято, что жесткость прокладки значительно меньше жесткости грунта, вследствие чего перемещением грунта можно пренебречь. Движение сооружения на первом участке  $O — A$  нарастания деформаций и втором  $A — B$  рассмотрим отдельно. Для первого участка при наличии линейной характеристики восстанавливающей силы дифференциальное уравнение движения сооружения имеет вид:

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_1 r = P(t), \quad (5.85)$$

где  $M$  — масса сооружения;  $k_1$  — коэффициент жесткости прокладки;  $r$  — перемещение прокладки;  $P(t)$  — расчетная ударная нагрузка.

В случае когда начальный момент, перемещение и скорость равны нулю, а на сооружение воздействует ударная нагрузка, мгновенно возникающая и сохраняющая свое значение до бесконечности, решение уравнения (5.85) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{P}{M\lambda_{z_1}^2} (1 - \cos \lambda_{z_1} t); \\ \dot{z} &= \frac{P}{M\lambda_{z_1}} \sin \lambda_{z_1} t; \\ \ddot{z} &= \frac{P}{M} \cos \lambda_{z_1} t, \end{aligned} \right\} \quad (5.86)$$

где

$$\lambda_{z_1} = \sqrt{\frac{k_1}{M}}.$$

Применяя ступенчатую аппроксимацию и метод начальных параметров, данное решение можно применить и для расчета сооружений при нагрузке с произвольным законом изменения во времени.

Для второго участка  $A-B$  нарастания деформаций применимо решение Н. К. Снитко [70]. Зависимость между напряжением и деформацией на этом участке имеет вид

$$\sigma = \sigma_s + E_2(\varepsilon - \varepsilon_s), \quad (5.87)$$

где  $E_2$  — модуль упругости прокладки, соответствующий участку  $A-B$  (см. рис. 5.7).

Дифференциальное уравнение равновесия с учетом уравнения (5.87) запишется:

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_2 z = P_0(t). \quad (5.88)$$

Значение  $P_0(t)$  равно:

$$P_0(t) = P(t) - (k_1 - k_2) z_s, \quad (5.89)$$

где  $k_1 = E_1 F/h$ ;  $k_2 = E_2 F/h$  — коэффициент жесткости прокладки соответственно для участка  $O-A$  и  $A-B$  ( $F$  и  $h$  — площадь и толщина прокладки).

В случае когда на сооружение воздействует мгновенно возникающая и сохраняющая свое значение до бесконечности нагрузка  $P$ , решение уравнения (5.88) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} z &= z_s \cos \lambda_{z_2} t + \dot{z}_s \frac{\sin \lambda_{z_2} t}{\lambda_{z_2}} + \frac{P - (k_1 - k_2) z_s}{M \lambda_{z_2}^2} (1 - \cos \lambda_{z_2} t); \\ \dot{z} &= -z_s \lambda_{z_2} \sin \lambda_{z_2} t + \dot{z}_s \cos \lambda_{z_2} t + \frac{P - (k_1 - k_2) z_s}{M \lambda_{z_2}} \sin \lambda_{z_2} t; \\ \ddot{z} &= -\lambda_{z_2}^2 \left( z_s \cos \lambda_{z_2} t + \dot{z}_s \frac{\sin \lambda_{z_2} t}{\lambda_{z_2}} \right) + \frac{P - (k_1 - k_2) z_s}{M} \cos \lambda_{z_2} t; \\ \lambda_{z_2} &= \sqrt{\frac{k_2}{M}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.90)$$

При расчетах по формулам (5.90) необходимо знать  $z_s$  и  $\dot{z}_s$ , для чего следует найти то время, после которого характерен второй участок деформаций, т. е. время, соответствующее точке  $A$  на рис. 5.4. На II этапе расчеты ведутся по формулам (5.90) при новом начале координат, соответствующем времени для точки  $A$ .

Рассмотренную методику можно развить также для расчета вынужденных перемещений сооружения, вызванных перемещением грунта, которое связано с ударными эффектами, а в отдельных случаях — с сейсмическими воздействиями.

Колебания грунта будем рассматривать в виде записи смещения во времени (см. рис. 4.3).

Примем, что грунт получил некоторое перемещение во времени. Перемещения грунта вызывают соответствующие перемещения сооружения. При определении реакции прослоек движение сооружения будем рассматривать отдельно для двух характерных участков деформации  $O - A$  и  $A - B$ .

Для первого участка при линейной восстанавливающей силе зависимость между напряжением и деформацией следующая:

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_{гр}), \quad (5.91)$$

где  $\varepsilon$  — относительное перемещение сооружения в момент времени  $t$ ;  $\varepsilon_{гр}$  — относительное смещение грунта в момент времени  $t$  (смещение грунта определим, заменяя фактическую кривую схематизированной со спрямленными участками).

При составлении дифференциального уравнения движения необходимо учесть силы инерции сооружения и реакции прокладки:

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_1(z - z_{гр}) = 0 \quad (5.92)$$

или

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{E_1 F}{h} z = \frac{E_1 F}{h} z_{гр}. \quad (5.93)$$

Из уравнения (5.93) следует, что член  $(E_1 F/h)z_{гр}$  представляет собой некоторую силу, изменяющуюся во времени так же, как и заданное смещение грунта  $z_{гр}$ . На основании отмеченного можно сделать вывод, что движение сооружения, вызванное перемещением грунта, будет аналогично движению сооружения без учета перемещения грунта, если сооружение подвержено воздействию нагрузки. Это позволяет использовать полученные выше формулы, внося соответствующие коррективы в выражение возмущающих сил. Для схематизированной диаграммы изменения перемещения грунта во времени, изображенной на рис. 4.3, имеем:

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{E_1 F z_{гр,1}}{h M \lambda_{z_1}^2} (1 - \cos \lambda_{z_1} t); \\ \dot{z} &= \frac{E_1 F z_{гр,1}}{h M \lambda_{z_1}} \sin \lambda_{z_1} t; \\ \ddot{z} &= \frac{E_1 F z_{гр,1}}{h M} \cos \lambda_{z_1} t. \end{aligned} \right\} \quad (5.94)$$

Полученные решения можно применить и для любого произвольного закона изменения нагрузки во времени, используя в качестве начальных параметров  $z$  и  $\dot{z}$ . Подобный прием применяется и для последующих интервалов нагрузки.

Перейдем к рассмотрению движения сооружения в пределах второго участка нарастания деформаций  $A - B$  (см. рис. 5.7).

Зависимость между напряжением и деформацией на этом участке должна быть определена уже с учетом перемещения грунта:

$$\sigma = \sigma_s + E_2 (\varepsilon - \varepsilon_s - \varepsilon_{rp}). \quad (5.95)$$

Восстанавливающая сила на этом участке деформации будет выражаться формулой

$$\begin{aligned} P_{B,2} &= \sigma F = \frac{E_2 F}{h} z_s + \frac{E' F}{h} (z - z_s - z_{rp}) = \\ &= \frac{E_2 F}{h} (z - z_{rp}) - \left( \frac{E_1 F}{h} - \frac{E_2 F}{h} \right) z_s \end{aligned} \quad (5.96)$$

или

$$P_{B,2} = (k_1 - k_2) z_s + k_2 (z - z_{rp}). \quad (5.97)$$

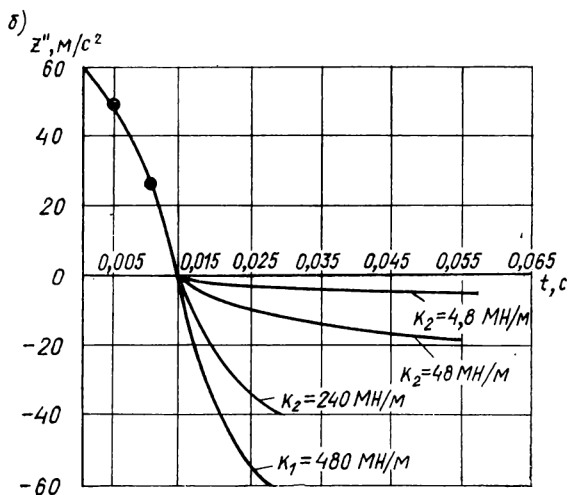
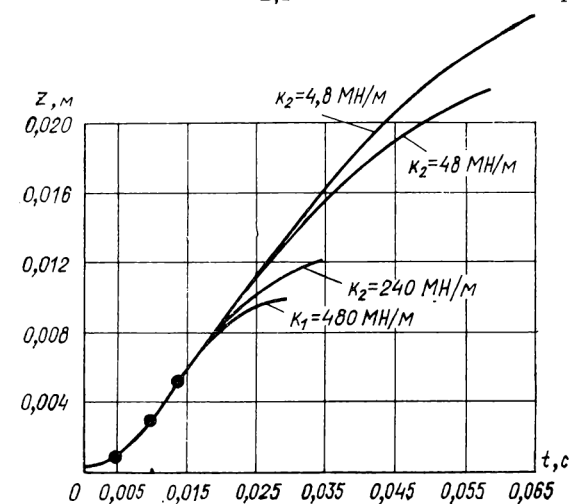


Рис. 5.8. Кривые перемещений (а) и ускорений (б) движения сооружения на податливых и неподатливом основаниях

Обозначая  $k_A = (k_1 - k_2) z_s$ , получим

$$P_{B2} = k_A + k_2(z - z_{\text{ГР}}). \quad (5.98)$$

С учетом выражения (5.98) запишем для второго участка деформации дифференциальное уравнение равновесия

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_A + k_2(z - z_{\text{ГР}}) = 0. \quad (5.99)$$

Производя перегруппировку членов, получаем

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_2 z = k_2 z_{\text{ГР}} - k_A. \quad (5.100)$$

Обозначая  $P'_0(t) = k_2 z_{\text{ГР}} - k_A$ , окончательно имеем

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_2 z = P'_0(t). \quad (5.101)$$

Дальнейшее решение производим по формулам (5.88) — (5.89), подставляя в них вместо  $P_0(t)$   $P'_0(t)$ .

Рассмотренную методику расчета можно применить и для систем с несколькими степенями свободы.

Для иллюстрации полученного решения рассмотрим заглубленное в грунт сооружение с размерами в плане  $a = b = 2,83$  м и глубиной  $h = 2$  м (масса сооружения 39 200 кг), испытывающее воздействие мгновенно возникающей нагрузки  $P = 2400$  кН (сохраняющей свое значение бесконечно большое время). Требуется определить перемещения и ускорения сооружения на неподатливом основании, характеризуемом коэффициентом жесткости  $k_1 = 480$  МН/м, и при наличии податливых прослоек, характеризующихся следующими параметрами (точка  $A$  на рис. 5.4,  $a$ ):  $k_1 = 480$  МН/м,  $k_2 = 4,8$  МН/м (случай 1),  $k_2 = 48$  МН/м (случай 2) и  $k_2 = 240$  МН/м (случай 3). Перемещение сооружения, соответствующее точке  $A$ , равно статической осадке от нагрузки.

Обобщенные результаты расчетов изображены на рис. 5.8, из которого видно, что на втором участке, характеризующем неупругую деформацию прослоек, происходит резкое уменьшение ускорений при возрастании перемещений сооружения. Уменьшение ускорений приводит к снижению инерционных сил, связанных с воздействием динамических нагрузок, и тем самым значительно облегчает условия работы заглубленных в грунт сооружений под нагрузкой.

Таким образом, применение податливых прослоек для заглубленных в грунт сооружений следует рассматривать как одно из эффективных инженерных мероприятий по снижению перегрузок при динамических воздействиях.

# РАСЧЕТ ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ В СТАДИИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

---

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Методика расчета заглубленных в грунт сооружений основывается на следующих положениях.

1. При увеличении нагрузки сооружение, заглубленное в грунт, оставаясь прочным, теряет устойчивость. Максимальные нагрузки, вызывающие состояние предельного сопротивления грунта, называют несущей способностью. Сооружение устойчиво в том случае, если эксплуатационные нагрузки меньше несущей способности. Определение несущей способности заглубленных сооружений производят методом расчета сооружений в стадии предельного сопротивления грунта, который может быть использован для определения коэффициента устойчивости подобных сооружений, а также для расчета сооружений с заданно заданными коэффициентами устойчивости. В результате расчета определяется предельное значение внешних сил в состоянии предельного равновесия, при котором деформации грунта очень велики и все сопротивление его исчерпано. Вводя расчетные коэффициенты применительно к методике расчета по предельному состоянию, обычно находят значение горизонтальной силы.

2. Жесткость сооружения предполагается бесконечно большой по сравнению с жесткостью окружающего грунта, т. е. угол поворота подошвы и боковых граней одинаков.

3. Главным фактором, препятствующим выворачиванию сооружения из грунта, является пассивное давление, вычисляемое обычно по методу Кулона. Силы трения учитываются между гранями сооружения и окружающим грунтом. Значение коэффициента трения принимается для условий предельного равновесия.

4. Вид расчетной схемы сооружения и характер реактивных эпюр пассивного давления грунта на его гранях определяются расположением центра вращения. Схемы, принятые для расчета жестких фундаментов в методах С. М. Кудрина [31], Г. К. Марквардта [43], Б. Н. Жемочкина [26] и И. А. Рихтера [55], могут быть использованы и для расчета сооружений, заглубленных в грунт.

5. Напряженное состояние грунта в стадии предельного сопротивления зависит от характера смещения сооружения, определяемого

расположением центра вращения. Расположение центра вращения не постоянно, как это принято в отмеченных схемах расчета фундаментов, а определяется типом сооружения, характером нагрузок и сопротивлением грунта в стадии предельного сопротивления. Это обстоятельство подтверждается анализом выполненных испытаний.

Рассмотрим испытания фундаментов, описанные А. Бюркиным [88], и прежде всего фундамента № 19, заложенного в песчаном грунте, подверженного опрокидывающему действию горизонтальной силы, которая была приложена на высоте 20 м (рис. 6.1, а). Вертикальная нагрузка, воспринимаемая фундаментом, включая и вес лежащего на нем грунта, составляла 544 кН.

Во время испытания фундамент при максимальном горизонтальном усилии 55,7 кН намного сдвинулся с места и получил значительную просадку переднего края. Значение горизонтального усилия более не поднималось, а напротив, уменьшалось. Поэтому нагрузка, равная 55,7 кН, была принята за предельную горизонтальную силу. Центр вращения фундамента при предельной нагрузке был расположен на расстоянии 0,65 м от переднего края.

На основании испытаний определено положение центра вращения фундамента. Как видно из рис. 6.1, а, при малых значениях горизонтальных сил центр вращения располагается ближе к подошве фундамента, а по мере увеличения этих сил поднимается вверх. В стадии предельного сопротивления грунта центр вращения занимает наивысшее положение.

Фундамент № 38 (рис. 6.1, б) был заложен в песчаном грунте, насыщенном водой, причем уровень грунтовых вод находился на глубине 0,3 м от поверхности. Вертикальная нагрузка, воспринимаемая фундаментом, включая вес лежащего на нем грунта, составляла 370 кН. Горизонтальная сосредоточенная сила прикладывалась к мачте, жестко связанной с фундаментом, на высоте 21 м. Фундамент № 38 выдержал максимальную горизонтальную нагрузку 31,5 кН, при этом наибольшее горизонтальное отклонение вершины мачты составляло 1,87 м. На основании данных о величине смещений и перекосов фундамента произведено графическое построение для определения различных положений центров вращения. Как видно из рис. 6.1, б, расположение центров вращения такое же, как и при испытании предыдущего фундамента, однако в начале испытаний центры вращения были расположены ниже подошвы фундамента, что свидетельствует о преобладающем влиянии линейных перемещений.

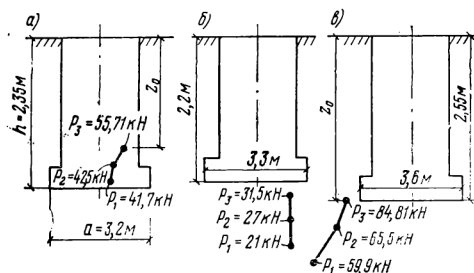


Рис. 6.1. Общий характер изменения положения центров вращения фундаментов при их нагружении горизонтальной силой

Фундамент № 38 (рис. 6.1, б) был заложен в песчаном грунте, насыщенном водой, причем уровень грунтовых вод находился на глубине 0,3 м от поверхности. Вертикальная нагрузка, воспринимаемая фундаментом, включая вес лежащего на нем грунта, составляла 370 кН. Горизонтальная сосредоточенная сила прикладывалась к мачте, жестко связанной с фундаментом, на высоте 21 м. Фундамент № 38 выдержал максимальную горизонтальную нагрузку 31,5 кН, при этом наибольшее горизонтальное отклонение вершины мачты составляло 1,87 м. На основании данных о величине смещений и перекосов фундамента произведено графическое построение для определения различных положений центров вращения. Как видно из рис. 6.1, б, расположение центров вращения такое же, как и при испытании предыдущего фундамента, однако в начале испытаний центры вращения были расположены ниже подошвы фундамента, что свидетельствует о преобладающем влиянии линейных перемещений.



Последним испытывался фундамент № 59 (рис. 6.1, в), заложенный в суглинистом грунте значительной влажности. Вес фундамента 760 кН. Горизонтальная сила прикладывалась на высоте 14,6 м.

Предельная горизонтальная сила для этого фундамента была равна 84,8 кН, и наибольшее горизонтальное отклонение вершины мачты 1,42 м. На рис. 6.1, в изображены различные положения центров вращения фундамента, полученные на основании данных испытаний. В этих опытах траектория центров вращения сдвигалась к задней грани фундамента. Однако и в данном случае преобладающее значение имел сдвиг подошвы фундаментов по грунту.

Характерная особенность этих опытов (см. рис. 6.1, б и в) состоит в том, что в стадии предельного сопротивления грунта центр вращения был расположен ниже подошвы фундаментов и в ее плоскости.

Отмеченные выше способы расчета фундаментов в стадии предельного сопротивления грунта предусматривали расчетные схемы при расположении центра вращения выше подошвы сооружения или в ее плоскости. Данные эксперимента свидетельствуют о необходимости рассмотрения также расчетного случая, когда центр вращения расположен ниже подошвы сооружения, вследствие чего преобладающее значение будут иметь линейные перемещения.

Рассмотрим результаты испытания моделей с одинаковым поперечным сечением, но с различной высотой, проведенные проф. Б. Н. Жемочкиным в лабораторных условиях.

Для моделей сечением  $0,1 \times 0,1$  м принималась глубина заложения 0,35 и 0,6 м. В первом случае точка приложения горизонтальной силы, отсчитанная от поверхности грунта, изменялась от 0,1 до 0,6 м, во втором — от 0,1 до 0,3 м.

Все модели устанавливались в специальном лотке с наружным размером  $3 \times 2 \times 0,7$  м. В качестве засыпки был использован песчаный грунт.

Внешние горизонтальные силы создавались с помощью специальных приспособлений, которые включали в себя систему тросов, полиспасть и динамометр. Основная цель опытов заключалась в определении предельных горизонтальных сил и выяснении расчетных схем смещений моделей в период их нагружения при различных положениях центров вращения. Процесс выворачивания моделей из грунта во всех опытах был весьма сходный и характеризовался кривой (рис. 6.2), показывающей зависимость смещений верхнего конца модели  $\Delta x$  от силы  $P$ . Из рис. 6.2 видно, что пока горизонтальная сила невелика, между силой и перемещением наблюдается почти пропорциональная зависимость, а затем эта пропорциональность нарушается — перемещения сильно возрастают и, наконец, происходит выворачивание модели.

Для определения положения модели в любой момент испытания замерялись смещения ее верхнего конца относительно двух или трех точек по трем шкалам (см. рис. 6.2). Далее на основании этих замеров определялось положение центра вращения модели. Оказалось, что

пока грунт работает в упругом состоянии, центр вращения модели расположен довольно высоко (точка I). При дальнейшем наклоне модели центр вращения опускается (точка II). Самое низкое его положение (точка III) приблизительно соответствует максимальной горизонтальной нагрузке. Далее центр вращения опять перемещается вверх (точка IV).

Экспериментальные исследования устойчивости одиночных фундаментов при действии горизонтальной нагрузки, которые охватывали и стадию предельного состояния грунта, были проведены И. Ф. Разореновым [54]. Размеры опытных фундаментов в плане изменялись от  $0,17 \times 0,24$  до  $1,2 \times 0,7$  м. Глубина заложения фундаментов колебалась от 1,5 до 2,6 м. В основу экспериментального

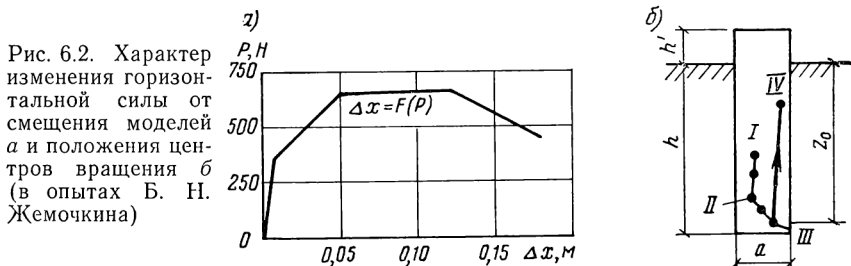


Рис. 6.2. Характер изменения горизонтальной силы от смещения моделей а и положения центров вращения б (в опытах Б. Н. Жемочкина)

исследования было положено условие, что предельной горизонтальной нагрузкой является наименьшая из нагрузок, вызывающая незатухающее во времени перемещение фундамента, которое недопустимо в условиях постоянной эксплуатации подобных фундаментов. Проведенные И. Ф. Разореновым опыты показали, что для фундаментов с отношением ширины к глубине заложения в пределах 0,1—0,5 характер деформации грунта значительно отличается от предполагаемого характера деформации по схеме Кулона.

Выпирание грунта перед фундаментом носит местный характер (в пределах поверхностного слоя) и не влияет на его устойчивость. В этом отношении опыты И. Ф. Разоренова согласуются с результатами испытаний свай и столбов на горизонтальную нагрузку, проведенных другими учеными. Например, И. В. Яропольский при исследовании устойчивости деревянных свай пришел к выводу, что наблюдаемые призмы выпирания весьма далеки от теоретических. Результаты данных опытов показали, что перемещения частиц песка происходят исключительно вследствие уплотнения грунта без выпирания на поверхность. Примерно такие же результаты получены в опытах С. М. Кудрина и В. Н. Голубкова, Н. В. Лалетина, Г. К. Гольста и др.

Анализ данных исследований свидетельствует о том, что характер работы сравнительно узких одиночных фундаментов принципиально отличен от характера, принимаемого в расчетах по схеме Кулона. Это необходимо учитывать при оценке устойчивости фундаментов, подобных испытанным.

Автором книги в целях дальнейшего изучения процесса смещения сооружения в стадии предельного сопротивления грунта были тщательно изучены положение центра вращения, а также форма тела выпирания грунта, кроме того, были проведены специальные эксперименты по изучению сил трения.

Все эксперименты многократно повторялись в лабораторных и полевых условиях по одной и той же программе. Грунт в экспериментах представлял собой песок естественной влажности. Исследования в лаборатории производились с моделями жестких монолитных массивов, которые были установлены в грунтовом лотке, оборудованном специальными устройствами для передачи модели вертикальных и горизонтальных сил. Размеры моделей в плане  $0,1 \times 0,1$  м при высоте  $0,1—0,4$  м.

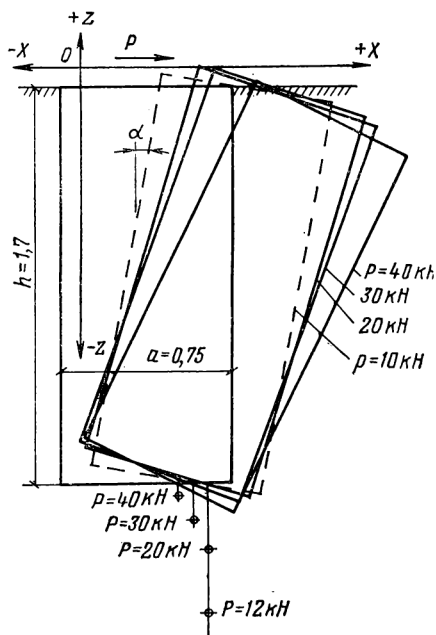


Рис. 6.3. Общий характер перемещения массива в грунте при возрастании горизонтальной силы

В натуральных условиях испытывались крупномасштабные модели размером  $1 \times 1$  м, заложенные на глубину до 2 м с общим весом до 50 кН.

Для измерения смещений моделей под действием нагрузки в лабораторных и натурных условиях была применена система координатных шариков, жестко связанных с телом модели. Каждое смещение модели вызывало соответствующее перемещение шариков, которое определялось с помощью системы индикаторов часового

типа, допускавшей измерение с точностью отсчета  $0,01$  мм. Индикаторы были расположены в трех взаимно перпендикулярных плоскостях на специальных кронштейнах, укрепленных на опорной раме.

Координаты центра вращения сооружения в грунте определялись на основании зафиксированных координат перемещений реперных точек, так же как и в опытах в упругой стадии работы грунта, рассмотренных в гл. 2. Форма тела выпирания устанавливалась с помощью подливки жидкого гипсового раствора при сдвиге моделей. В результате проведения опытов и обработки их результатов было установлено следующее:

положение центра вращения непостоянно; в большинстве опытов в начале нагружения центр располагался ниже основания и по мере возрастания нагрузки приближался к подошве массива (рис. 6.3);

положение центра вращения в стадии предельного сопротивления грунта зависит от геометрических размеров массива, а также от схемы и значения внешних сил. Как видно из рис. 6.4, при определенных условиях значение  $\theta$  может быть больше или меньше 1. Таким образом, в стадии предельного сопротивления грунта в принципе возможны любые расчетные схемы;

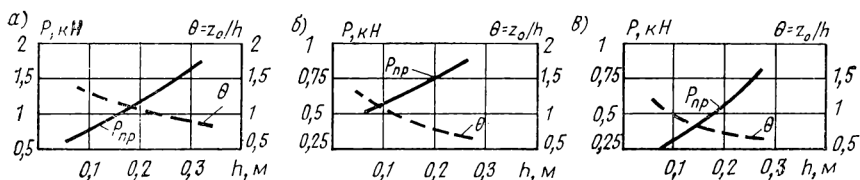


Рис. 6.4. Зависимость характера изменения разрушающей нагрузки, положения центра вращения и стадий предельного сопротивления грунта от размеров моделей и величины внешних сил

а — при  $V=1620 \text{ Н}$ ; б — при  $V=6490 \text{ Н}$ ; в — при  $V=13,9 \text{ Н}$

тело выпирания имеет специфическую форму; характерной особенностью его является наличие бокового уширения, ограниченного криволинейной поверхностью, напоминающей по форме гиперболический параболоид; в этом отношении эксперименты подтвердили ранее установленный факт увеличения объема тела выпирания для сооружений ограниченной ширины (рис. 6.5).

По данным различных авторов (А. М. Латышенков, Ратье, А. Н. Зеленин и др.), наличие боковых уширений у тела выпирания (отдельно стоящий массив) увеличивало пассивное давление грунта, вычисляемое для призмы отпора по схеме Кулона. В опытах с моде-

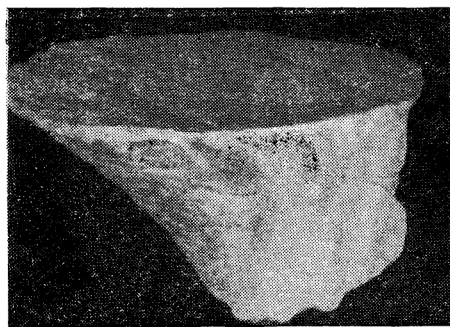


Рис. 6.5. Общий вид тела выпирания грунта

лями значительной длины разница между опытными и теоретическими значениями пассивного давления уменьшалась, что свидетельствует о меньшем влиянии боковых уширений на весь объем тела выпирания грунта. Анализ экспериментальных работ, выполненных в лабораторных и полевых условиях различными авторами с заглубленными массивами (при их работе в стадии предельного сопротивления грунта), позволяет сделать главный вывод, который состоит в установлении факта непостоянства положения центра вращения сооружения, а следовательно, и типа расчетной схемы, определяющей значение и направление реактивных сил в стадии предельного со-

противления грунта. Кроме того, следует отметить несколько специфическую форму тела выпирания грунта для отдельно стоящих массивов, имеющих больший объем, чем кулоновская призма, что необходимо учитывать при определении пассивного давления грунта.

## 2. РАСЧЕТ ЗАГЛУБЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ В СТАДИИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА

В основу данного расчета положен метод С. М. Кудрина, а также результаты теоретических и экспериментальных работ, выполненных в последние годы.

При повороте сооружения в грунте развиваются силы сопротивления. При увеличении внешних нагрузок сопротивление грунта будет полностью исчерпано и сооружение потеряет устойчивость.

Те значения внешней горизонтальной и вертикальной силы, при которых исчерпывается способность грунта к сопротивлению, будем называть предельными.

Предельному значению внешней силы соответствуют эпюры предельного сопротивления грунта по вертикальным граням и основанию сооружения. Эпюры давления по вертикальным граням сооружения в условиях плоской задачи ограничим эпюрой предельного сопротивления грунта по схеме Кулона.

При определении пассивного давления сыпучего тела на заглубленные сооружения ограниченной ширины учтем экспериментально установленную форму призмы отпора с боковыми уширениями ее краев. Для определения формы эпюр отпора грунта по вертикальным граням сооружения воспользуемся предложением проф. И. П. Прокофьева, по которому эпюра пассивного давления принимается прямолинейной, увеличенной пропорционально отношению повышенного сопротивления к сопротивлению, вычисленному по формулам Кулона:

$$\mu_0 = E/E_{\text{кул}}. \quad (6.1)$$

Это отношение существенно для сооружений ограниченной ширины.

Если принять, что пропорционально отношению  $\mu_0$  будут изменяться напряжения по высоте сооружения, вычисленные по формулам Кулона, то задача значительно упростится и будет приемлема для практических расчетов, так как эпюра пассивного давления в данном случае будет прямолинейной.

Эпюра напряжений в основании сооружения принимается треугольной с максимальной ординатой, равной предельному сопротивлению грунта.

Силы трения учитываются как по боковым и продольным граням, так и по подошве сооружения.

Поскольку заглубленные сооружения обычно выполняются из бетона или железобетона, можно принять их абсолютно жесткими,

в результате чего в значительной мере упрощаются все математические выкладки.

Данную методику не будем распространять на расчет отдельно стоящих столбов и свай, когда, как показывают эксперименты, потеря их устойчивости происходит не по схеме Кулона, а вследствие образования уплотненных клиньев, которые прорезают окружающий грунт, смещая его частицы в стороны, а не вверх. Расчет подобных сооружений рассмотрим отдельно.

Будем рассматривать перемещение сооружения в грунте в стадии его предельного сопротивления как для условий плоской задачи, так и для сооружений с ограниченной шириной для любой расчетной схемы. При этом центр вращения сооружения последовательно рассматривается сначала выше подошвы, затем в плоскости подошвы и, наконец, вне контура сооружения, ниже его основания.

Различные положения центра вращения сооружения определяются следующими расчетными случаями:

случай I — центр вращения расположен выше подошвы, т. е.

$$\theta = z_0/h < 1;$$

случай II — центр вращения расположен в плоскости основания, т. е.

$$\theta = z_0/h = 1,$$

случай III — центр вращения расположен ниже подошвы сооружения, т. е.

$$\theta = z_0/h > 1,$$

где  $z_0$  — глубина положения центра вращения сооружения от поверхности грунта;  $h$  — глубина заложения сооружения в грунт.

В стадии предельного сопротивления грунта на сооружение будут действовать различные реактивные силы. Тип расчетного случая зависит от ряда факторов, основными из которых являются физикомеханические параметры грунта, размеры сооружения, а также схема приложения и соотношение внешних сил.

Для выбора типа расчетной схемы устанавливаются следующие предпосылки, которые положим в основу расчета заглубленных сооружений в стадии предельного сопротивления грунта.

1. Сопротивление сооружения будем вычислять в предположении, что по его вертикальным граням и основанию возникают предельно возможные сопротивления грунта.

2. Эпюру пассивного давления грунта будем считать прямолинейной по схеме Кулона — для сооружений, рассматриваемых в условиях плоской задачи, и увеличенной пропорционально коэффициенту  $\mu_0$  по сравнению с кулоновской — для сооружений с ограниченной шириной.

3. Силы трения будем учитывать по всем граням и подошве сооружения.

4. Будем рассматривать три возможные схемы перемещения сооружения в грунте, при этом центр вращения сооружения будем

считать последовательно расположенным для трех возможных случаев.

**Случай I.** Схема напряженного состояния грунта, расположенного вокруг сооружения, в рассматриваемом случае представлена на рис. 6.6. На заглубленную часть сооружения будут действовать следующие силы: вес сооружения  $G$ ; момент, горизонтальная и вертикальная составляющие заданных внешних сил —  $M$ ,  $P$ ,  $V$ ; предельные горизонтальные силы отпора грунта, действующие в верхней и нижней части боковых граней сооружений, —  $E_1$  и  $E_2$ ; силы трения, соответствующие  $E_1$  и  $E_2$ , —  $T_1$  и  $T_2$ ; предельная сила реакции грунта, воспринимаемая подошвой сооружения,  $V_1$ ; горизонтально направленная сила трения, соответствующая  $V_1$ , —  $T_3$ ; горизонтальные силы отпора грунта, действующие по площади продольных граней сооружения, —  $E_3$  и  $E_4$ ; силы трения, соответствующие  $E_3$  и  $E_4$ , —  $T_4$  и  $T_5$ .

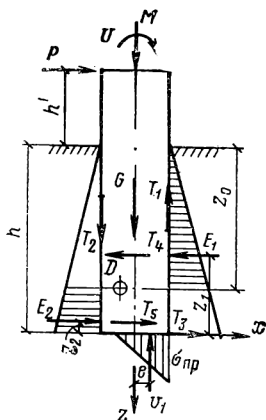


Рис. 6.6. Расчетная схема напряженного состояния грунта в стадии предельного равновесия при расположении центра вращения выше подошвы сооружения

Уравнения равновесия применительно к обозначениям, приведенным на рис. 6.6, имеют вид:

$$\text{при } \Sigma X = 0$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } \Sigma Z = 0 \\ &\text{при } \Sigma M = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &P + E_2 + 2T_5 + T_3 - E_1 - 2T_4 = 0; \\ &G + V + T_2 - T_1 - V_1 = 0; \\ &P(h' + h) + M + E_2 z_2 + 2T_5 z_2 - T_1 \frac{a}{2} - \\ &- T_2 \frac{a}{2} - 2T_4 z_1 - V_1 e - E_1 z_1 = 0. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Выражения для определения всех сил, входящих в уравнение (6.2), имеют следующий вид:

предельные горизонтальные силы отпора грунта:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) b \mu_0^*; \\ E_1 &= E \theta^2; \\ E_2 &= E - E_1 = E (1 - \theta^2); \quad \theta = \frac{z_0}{h}; \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

\* Для условий плоской задачи  $\mu_0 = 1$ , для сооружений с ограниченной шириной  $\mu_0 = E/E_{\text{кул}}$ .

силы трения:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= E_1 f = E \theta^2 f_1; \\ T_2 &= E_2 f = E (1 - \theta^2) f_1; \\ T_3 &= V_1 f, \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

где  $f_1$  — коэффициент трения грунта по граням сооружения ( $f_1 = \operatorname{tg} \varphi'_0$ );  $f$  — коэффициент трения грунта по основанию сооружения ( $f = \operatorname{tg} \varphi''_0$ ).

Силы трения  $T_4$  и  $T_5$  являются следствием давления грунта на боковые поверхности сооружения, давление грунта на глубине  $z$ :

$$dR = \gamma z \xi,$$

где  $\xi$  — коэффициент бокового давления, который для грунта может быть выражен через коэффициент Пуассона, т. е.

$$\xi = \frac{\mu}{1 - \mu}.$$

Сила трения на единицу площади составляет:

$$dT = \gamma z f_1 \xi adz,$$

а полная сила трения на всю площадь равна:

$$\left. \begin{aligned} T &= \int_0^h \gamma a f_1 \xi z dz = \frac{1}{2} \gamma h^2 f_1 a \xi, \\ T &= \frac{1}{2} \gamma h^2 a f_1 \xi; \\ T_4 &= T \theta^2; \quad T_5 = T (1 - \theta^2). \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

откуда:

На основании определенных выражений уравнения (6.2) можно переписать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} P + E (1 - \theta^2) + 2T (1 - \theta^2) + V_1 f - E \theta^2 - 2T \theta^2 &= 0; \\ G + V + E (1 - \theta^2) f_1 - E \theta^2 f_1 - V_1 &= 0; \\ P (h' + h) + M + E (1 - \theta^2) z_2 + 2T (1 - \theta^2) z_2 - E \theta^2 f_1 \frac{a}{2} - \\ - E (1 - \theta^2) f_1 \frac{a}{2} - 2T \theta^2 z_1 - V_1 e - E \theta^2 z_1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.2a)$$

Система уравнений (6.2a) содержит четыре неизвестных величины  $P$ ,  $V_1$ ,  $z_0$  и  $e$ , в результате чего рассматриваемая задача является однажды статически неопределимой.

В качестве дополнительного условия в некоторых расчетах принимаются допущения либо о постоянном положении центра вращения (Б. Н. Жемочкин, М. Э. Плакида, Г. К. Марквардт), либо о постоянной форме эпюры напряжений грунта в основании сооружения (С. М. Кудрин, И. А. Рихтер).

Как показывает анализ экспериментов, первое допущение является условным, так как центр конечного вращения массива может быть расположен в любой точке в зависимости от схемы приложения



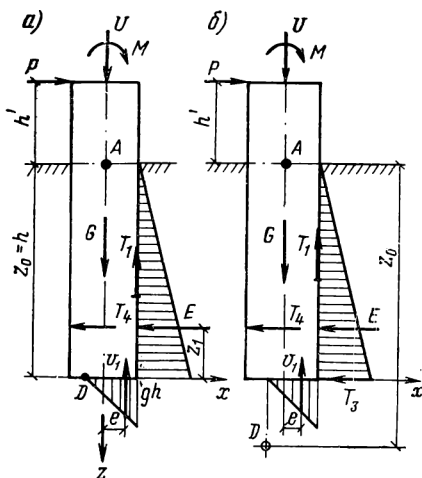


Рис. 6.7. Расчетные схемы напряженного состояния грунта в стадии предельного равновесия при расположении центра вращения в плоскости подошвы сооружения *a* и ниже ее *б*

внешних сил, их значения, размеров массива и других факторов. Поэтому принимать его в расчет за исходное нецелесообразно.

К более удовлетворительным результатам, как показывает анализ, приводит допущение С. М. Кудрина. Принимая для плеча *e* вертикальной реакции  $V_1$  по подошве предельное значение  $e = 0,45 a$ , как это делает С. М. Кудрин, и производя необходимые преобразования, получим следующую формулу для предельной горизонтальной силы:

$$P_{\text{пр}} = (2\theta^2 - 1) [(1 + ff_1) E + 2T] - V_0 f. \quad (6.6)$$

Для определения  $\theta = z_0/h$  необходимо решить кубическое уравнение

$$N_1 \theta^3 + N_2 \theta^2 + N_3 \theta + N_4 = 0, \quad (6.7)$$

где

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \left( \beta + \frac{2}{3} \right) h (E + 2T); \\ N_2 &= 2Eh_0 (1 + ff_1) + 2Eef_1 + 4Th_0 - (1 + \beta) Eh - 2(1 + \beta) Th; \\ N_3 &= -\beta h (E + 2T); \\ N_4 &= M - Eh_0 (1 + ff_1) - 2Th_0 - V_0 h_0 f - \frac{1}{2} Eaf_1 - V_0 e - Eef_1 + \\ &\quad + \beta Eh + 2\beta Th; \\ h_0 &= h + h'; \quad V_0 = G + V; \quad E = E_{\text{кул}} \mu_0^*; \\ V_1 &= V_0 - (2\theta^2 - 1) Ef_1; \quad e = \frac{a}{2} - \frac{2}{3} \frac{V_1}{b\sigma_{\text{II}}}; \\ T &= \frac{1}{2} \gamma h^2 af_1 \xi; \quad f_1 = \text{tg } \varphi'_0; \quad f = \text{tg } \varphi''_0; \\ \beta &= \frac{1}{3} \frac{1 + 2\theta}{1 + \theta}. \end{aligned} \right\} \quad (6.7a)$$

\* Для плоской задачи  $\mu_0 = 1$ .

Расчетное значение горизонтальной силы определится по формуле

$$P_{\text{расч}} = P_{\text{пр}} \frac{mk_{\text{одн}}}{n}, \quad (6.8)$$

где  $m$ ,  $k_{\text{одн}}$ ,  $n$  — расчетные коэффициенты (при расчете по методике предельных состояний).

**Случай II.** В рассматриваемом случае (в стадии предельного сопротивления грунта) перемещение сооружения из исходного положения в конечное происходит по схеме, когда основание смещения не имеет.

Отличительной чертой этого случая является отсутствие сил трения в основании массива, так как горизонтальное смещение подошвы равно нулю. Напряженное состояние грунта в момент, предшествующий потере устойчивости, показано на рис. 6.7, а.

Уравнения равновесия для такого случая записываются следующим образом:

$$\text{при } \Sigma X = 0$$

$$P - 2T_4 - E = 0;$$

$$\text{при } \Sigma Z = 0$$

$$G + V - T_1 - V_1 = 0; \quad (6.9)$$

$$\text{при } \Sigma M_A = 0$$

$$Ph' + M + \frac{2}{3} Eh + 2T_4 \frac{2}{3} h - \frac{1}{2} T_1 a - V_1 e = 0.$$

Подставляя в уравнение (6.9) выражение соответствующих величин, определенных при выводе формул для случая I, и производя преобразование, получим следующие расчетные формулы

$$P_{\text{пр}} = \frac{V_0 e - 0,5\gamma h^2 a \xi f_1 e + 0,5E f_1 a - 0,67\gamma h^3 a \xi f_1 - 0,67Eh - M}{h'}, \quad (6.10)$$

где

$$V_0 = G + V; \quad V_1 = V_0 - 0,5\gamma h^2 a \xi f_1;$$

$$e = \frac{a}{2} - \frac{2}{3} \frac{V_1}{b\sigma_{\text{п}}};$$

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) b\mu_0;$$

$$P_{\text{расч}} = P_{\text{пр}} \frac{mk_{\text{одн}}}{n}.$$

При расчете по формуле (6.10) необходимо иметь

$$P_{\text{пр}} = E + \gamma h^2 \xi a f_1. \quad (6.11)$$

Если получим  $p_{\text{пр}} \neq E + \gamma h^2 \xi a f_1$ , то расчет следует производить по формулам для других случаев.

**Случай III.** В состоянии предельного сопротивления грунта перемещение сооружения происходит с горизонтальным смещением в сторону действия горизонтальной силы, вследствие этого смещения в основании сооружения развивается сила трения. Расчетная схема внешних и реактивных сил грунта приведена на рис. 6.7, б.

Уравнения равновесия применительно к данной расчетной схеме имеют следующий вид:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } \Sigma X = 0 \\ \text{при } \Sigma Z = 0 \\ \text{при } \Sigma M_A = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} P - 2T_4 - E - T_3 = 0; \\ G + V - T_1 - V_1 = 0; \\ Ph' + M + \frac{2}{3} Eh + 2T_4 \frac{2}{3} h - \frac{1}{2} T_1 a - V_1 e + T_3 h = 0. \end{array} \quad (6.12)$$

Подставляя выражения составляющих величин и производя преобразования, получим в окончательном виде следующие расчетные формулы:

$$P_{\text{пр}} = \frac{V_0 e - 0,5\gamma h^2 a \xi f_1 e + 0,5E f_1 a - 0,67\gamma h^3 a \xi f_1 - -0,67E h - M - V_0 f h - 0,5\gamma h^3 a f f_1 \xi}{h'}, \quad (6.13)$$

где

$$\begin{aligned} V_0 &= V + G; \quad V_1 = V_0 - 0,5\gamma h^2 a \xi f_1; \\ e &= \frac{a}{2} - \frac{2}{3} \frac{V_1}{b\sigma_{\text{п}}}; \\ E &= \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) b\mu_0; \\ P_{\text{расч}} &= P_{\text{пр}} \frac{mk_{\text{одн}}}{n}. \end{aligned}$$

При расчете по формулам (6.13) необходимо соблюдать следующее условие:

$$P_{\text{пр}} = E + \gamma h^2 \xi a f_1 + V_0 f + 0,5\gamma h^2 \xi a f_1 f. \quad (6.14)$$

Если это условие не соблюдается, то фактически смещение сооружения не будет соответствовать принятой расчетной схеме, а дальнейшие вычисления следует производить по формулам для других случаев расчета.

Поскольку установить сразу тип расчетного случая нельзя, расчет производится с помощью последовательных определений по следующей схеме.

1. По формулам для I расчетного случая вычисляется значение  $\theta$ .

Если  $\theta < 1$ , то по выведенным формулам определяется предельное значение горизонтальной силы  $P_{\text{пр}}$ . Если  $\theta \geq 1$ , то производится дальнейший расчет по формулам для II случая.

2. Предельное значение горизонтальной силы  $P_{\text{пр}}$  находится по формулам для II расчетного случая. При несоблюдении условий,

характеризующих смещение сооружения по этому случаю, переходим к расчету по формулам для III расчетного случая.

3. Расчет ведется по формулам для III расчетного случая.

4. После выяснения типа расчетного случая определяется предельное значение горизонтальной силы  $P_{пр}$ .

5. Допускаемое значение горизонтальной силы находится по методике предельных состояний введением установленных расчетных коэффициентов.

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАССИВНОГО И АКТИВНОГО ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА ДЛЯ СООРУЖЕНИЙ С ОГРАНИЧЕННОЙ ШИРИНОЙ

При сдвиге сооружения с ограниченной шириной призмы отпора имеют специфическую форму, характеризующуюся наличием боковых уширений, ограниченных криволинейной поверхностью.

Из-за сложной формы призмы выпирания с криволинейными боковыми уширениями усложняется учет сил взаимодействия призмы с окружающим грунтом. Поэтому аналогично тому, как это сделано в работах Л. Бреннеке, Э. Ломейера, И. Рихтера и др., сложную действительную призму выпирания заменяем схематизированной, представляющей своего рода косую пирамиду с трапециевидальным основанием (рис. 6.8). Принимая форму призмы выпирания схематизированной, можно более полно учесть все силы взаимодействия по плоскостям среза.

Распространяя на рассматриваемый случай теорию Кулона о сдвиге сооружения в грунте, получим расчетные формулы для определения пассивного давления грунта для сооружений с ограниченной шириной. Для этого рассмотрим условия равновесия призмы выпирания, имеющей схематизированную форму (см. рис. 6.8).

На призму будут действовать следующие силы: вес схематизированной призмы выпирания грунта  $G$ ; пассивное давление со стороны сооружения  $E$ ; реакция неподвижной массы грунта по нижней плоскости сдвига  $R_1$ ; давление массы грунта по боковым плоскостям сдвига  $R$ ; сила трения по боковым поверхностям призмы  $T$ ; силы трения по нижней поверхности призмы  $T_1$ ; силы трения по вертикальной поверхности призмы со стороны сооружения  $T_2$ .

Угол наклона плоскости выпирания к передней грани сооруже-

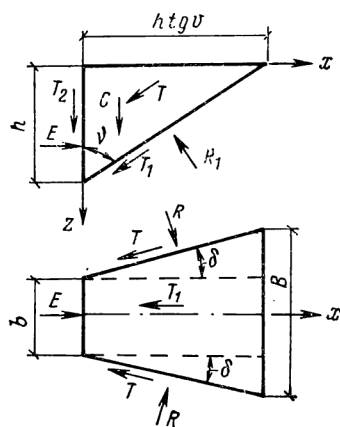


Рис. 6.8. Схема сил, действующих на схематизированную призму выпирания грунта

ния  $\nu$ , а также угол уширения призмы в плане  $\delta$  неизвестны. Поэтому будем вводить их пока в общем виде, в дальнейшем рассмотрим их более подробно. Выражения для определения сил, действующих на схематизированную призму выпирания грунта, запишем в следующем виде.

Вес схематизированной призмы выпирания грунта

$$G = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg} \nu b + \frac{1}{3} \gamma h^3 \operatorname{tg}^2 \nu \operatorname{tg} \delta. \quad (6.15)$$

Силы трения по боковым поверхностям призмы, по плоскости выпирания и по вертикальной плоскости со стороны сооружения обозначим соответственно  $T$ ,  $T_1$  и  $T_2$ .

При определении сил трения будем иметь в виду, что они должны быть направлены параллельно плоскостям сдвига.

Силы трения  $T$  возникают вследствие давления грунта на боковые поверхности схематизированной призмы. Давление на глубине  $z$  равно:

$$dR = \gamma z \xi, \quad (6.16)$$

где  $\xi$  — коэффициент бокового давления грунта.

Силы трения на элементарной площадке  $h_z dz$  будут:

$$dT = \gamma z \xi \operatorname{tg} \varphi_0 h_z dz. \quad (6.17)$$

Подставляя значение  $h_z$  в выражение (6.17) и производя интегрирование, получим

$$T = \frac{1}{6} \gamma h^3 \frac{\operatorname{tg} \varphi_0 \operatorname{tg} \nu}{\cos \delta} \xi. \quad (6.18)$$

Сила трения по плоскости выпирания  $T_1$ , возникающая вследствие реакции неподвижной массы грунта на нижнюю поверхность сдвига, равна:

$$T_1 = R_1 \operatorname{tg} \varphi_0. \quad (6.19)$$

Сила трения по вертикальной поверхности призм со стороны сооружения  $T_2$  равна:

$$T_2 = E \operatorname{tg} \varphi'_0, \quad (6.20)$$

где  $\varphi'_0$  — угол трения грунта по сооружению.

При составлении уравнений равновесия будем иметь в виду, что силы  $E_1$  и  $R_1$ , а также углы  $\nu$  и  $\delta$  неизвестны.

Для определения неизвестных сил  $E$  и  $R_1$  в общем виде составлены уравнения равновесия применительно к расчетной схеме, приведенной на рис. 6.8, тогда:

при  $\Sigma X = 0$

$$E - 2T \cos \delta \sin \nu - T_1 \sin \nu + 2R \sin \delta - R_1 \cos \nu = 0; \quad (6.21)$$

при  $\Sigma Z = 0$

$$G + T_2 + 2T \cos \delta \cos \nu + T_1 \cos \nu - R_1 \sin \nu = 0.$$

Подставляя в выражение (6.21) значения составляющих сил, получим:

$$\left. \begin{aligned} E - \frac{1}{3} \frac{\gamma h^3 \operatorname{tg} \varphi_0 \operatorname{tg} v}{\cos \delta} \xi \cos \delta \sin v - R_1 \operatorname{tg} \varphi_0 \sin v + \\ + \frac{1}{3} \frac{\gamma h^3 \operatorname{tg} v}{\cos \delta} \xi \sin \delta - R_1 \cos v = 0; \\ G + E \operatorname{tg} \varphi'_0 + \frac{1}{3} \frac{\gamma h^3 \operatorname{tg} \varphi_0 \operatorname{tg} v}{\cos \delta} \xi \cos \delta \cos v + \\ + R_1 \operatorname{tg} \varphi_0 \cos v - R_1 \sin v = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.22)$$

В результате решения этой системы уравнений получим расчетную формулу для определения пассивного давления грунта для сооружений с ограниченной шириной

$$E = \frac{\alpha_2 (\operatorname{tg} \varphi_0 \cos v - \sin v) - \alpha_1 (\operatorname{tg} \varphi_0 \sin v + \cos v)}{\operatorname{tg} \varphi'_0 \operatorname{tg} \varphi_0 \sin v + \operatorname{tg} \varphi'_0 \cos v + \operatorname{tg} \varphi_0 \cos v - \sin v}, \quad (6.23)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 = \frac{1}{2} \gamma h^2 b \operatorname{tg} v + \frac{1}{3} \gamma h^3 \operatorname{tg}^2 v \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{3} \gamma \xi h^3 \operatorname{tg} \varphi_0 \sin v; \\ \alpha_2 = \frac{1}{3} \gamma \xi h^3 \operatorname{tg} \varphi_0 \frac{\sin^2 v}{\cos v} - \frac{1}{3} \gamma \xi h^3 \operatorname{tg} v \operatorname{tg} \delta. \end{aligned} \right\} \quad (6.24)$$

Заметим, что углы  $v$  и  $\delta$  в этих выражениях неизвестны. Для определения их проведем следующий анализ.

При определении угла наклона главной плоскости скольжения  $v$  будем исходить из условия, что расчетная величина пассивного давления  $E$  имеет наименьшее значение. Это соответствует наиболее худшим условиям устойчивости заглубленных сооружений в стадии предельного сопротивления грунта, что необходимо учитывать в расчете.

Расчетное значение пассивного давления  $E$  будет наименьшим в том случае, если производная выражения давления  $E$  равна нулю. Для упрощения решения учтем лишь основные силы взаимодействия схематизированной призмы с окружающим грунтом; давление грунта по боковым плоскостям сдвига и силы трения по боковым поверхностям учитывать не будем. С учетом принятого допущения расчетная формула для определения пассивного давления грунта может быть получена из решения уравнений (6.21).

Тогда

$$E = \left( \frac{1}{2} \gamma h^2 b \operatorname{tg} v + \frac{1}{3} \gamma h^3 \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg}^2 v \right) \frac{1}{\operatorname{tg} (v - \varphi_0) - \operatorname{tg} \varphi'_0}. \quad (6.25)$$

Как видно из выражения (6.25), расчетное сопротивление грунта  $E$  является функцией двух независимых переменных  $v$  и  $\delta$ .

Поэтому для решения данной задачи необходимо применить правила дифференцирования нескольких переменных, при этом указанные условия запишутся следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial v} &= 0; \\ \frac{\partial E}{\partial \delta} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.26)$$

Установить какую-либо функциональную зависимость между углами  $v$  и  $\delta$  чисто теоретическим путем не представляется возможным, поэтому целесообразно рассмотреть результаты экспериментов для количественной оценки угла  $\delta$ .

В отношении значения этого угла существует ряд мнений. И. П. Прокофьев, Б. Н. Жемочкин и В. Г. Березанцев принимают угол  $\delta$  равным нулю как для условий плоской задачи, так и для отдельно стоящих столбов типа свай. С. А. Заборовский во всех случаях угол  $\delta$  принимает равным  $14^\circ$ . В работах Л. Бреннеке и Э. Ломейера угол  $\delta$  рекомендуется определять по формуле  $\delta = 45^\circ - (\varphi_0^*/2)$ . И. А. Рихтер принимает угол  $\delta = 0,2 \varphi_0$ . По мнению Ратье, угол  $\delta$  следует принимать равным  $90^\circ - \varphi_0$ . В опытах автора книги угол расширения схематизированной призмы выпирания в плане изменялся в зависимости от глубины заложения модели, физико-механических свойств грунта, но никогда не превышал значения угла внутреннего трения.

Анализируя рассмотренные предложения, можно отметить, что угол  $\delta$  меняется значительно: он может быть как больше, так и меньше угла внутреннего трения грунта. С учетом сказанного в первом приближении установим следующую функциональную зависимость между углами  $\varphi_0$  и  $\delta$ :  $\delta = \beta \varphi_0$  (где  $\beta$  — коэффициент, определяемый экспериментальным путем; анализ рассмотренных предложений показывает, что  $\beta$  изменяется от 0,2 до 0,65).

Дальнейшее решение с целью упрощения лучше вести следующим образом. Заменим  $\operatorname{tg} v$  на  $x/h$ , в результате чего вместо тригонометрических величин в выражении для определения  $E$  будем иметь только алгебраические. Таким образом, вместо условия  $\partial E / \partial v = 0$  необходимо рассмотреть условие  $dE/dx = 0$ , выразив предварительно но переменную величину  $\operatorname{tg} v$  через  $x$ . Тогда:

$$G = \frac{1}{2} \gamma b h x + \frac{1}{3} \gamma h \operatorname{tg} \delta x^2; \\ E = \left( \frac{1}{2} \gamma h b x + \frac{1}{3} \gamma h x^2 \operatorname{tg} \delta \right) \frac{1}{\frac{(x/h) \rightarrow \operatorname{tg} \varphi'_0}{1 + (x/h) \operatorname{tg} \varphi_0} - \operatorname{tg} \varphi_0}. \quad (6.27)$$

---

\* В последних способах расчета угол  $\varphi_0$  соответствует углу внутреннего трения.

После необходимых преобразований получим

$$E = \frac{A_1 x^3 + B_1 x^2 + C_1 x}{D_1 x - F_1}, \quad (6.27a)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{3} \gamma \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi_0; \\ B_1 &= \frac{1}{3} \gamma h \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{2} \gamma b \operatorname{tg} \varphi_0'; \\ C_1 &= \frac{1}{2} \gamma h b; \\ D_1 &= \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi_0' \operatorname{tg} \varphi_0}{h}; \\ F_1 &= \operatorname{tg} \varphi_0 + \operatorname{tg} \varphi_0'. \end{aligned} \right\} \quad (6.28)$$

Для определения значения  $x$  решим следующее уравнение:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{(D_1 x - F_1)(3A_1 x^2 + 2B_1 x + C_1) - (A_1 x^3 + B_1 x^2 + C_1 x) D_1}{(D_1 x - F_1)^2} = 0, \quad (6.29)$$

откуда

$$(D_1 x - F_1)(3A_1 x^2 + 2B_1 x + C_1) - (A_1 x^3 + B_1 x^2 + C_1 x) D_1 = 0. \quad (6.30)$$

Подставляя выражения (6.28) в уравнение (6.30) и производя необходимые преобразования, в окончательном виде получим следующие выражения для определения угла  $\nu$

$$Ax^3 + Bx^2 - Cx - D = 0, \quad (6.31)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{2}{3} \gamma \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi_0 \left( \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi_0' \operatorname{tg} \varphi_0}{h} \right); \\ B &= \left( \frac{1}{3} \gamma \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{2} \alpha \gamma \operatorname{tg} \varphi_0 \right) (1 - \operatorname{tg} \varphi_0' \operatorname{tg} \varphi_0) - \\ &\quad - (\operatorname{tg} \varphi_0 + \operatorname{tg} \varphi_0') \gamma \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi_0; \\ C &= \left( \frac{2}{3} h \gamma \operatorname{tg} \delta + \alpha \gamma h \operatorname{tg} \varphi_0 \right) (\operatorname{tg} \varphi_0 + \operatorname{tg} \varphi_0'); \\ D &= (\operatorname{tg} \varphi_0 + \operatorname{tg} \varphi_0') \frac{\gamma \alpha h^2}{2}; \\ \alpha &= \frac{b}{h}; \quad \operatorname{tg} \nu = \frac{x}{h}; \quad \nu = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{h}. \end{aligned} \right\} \quad (6.32)$$

С целью анализа полученного решения проделаны расчеты для определения угла наклона главной плоскости скольжения как для условий плоской задачи по формулам Кулона, так и для



Таблица 6.1

Характеристика грунта		Размеры сооружения, м			Значение угла $\nu$ , град	
$\varphi_0$	$\varphi'_0$	$a$	$b$	$h$	по формулам Кулона	по выведенным формулам
30	15	1	1	1	60	64
30	0	1	1	1	60	59
30	15	1	1	2	60	62
30	0	1	1	2	60	53
30	0	1	1	4	60	50
30	0	1	1	10	60	49

сооружений с ограниченной шириной по выведенным формулам (табл. 6.1).

Из этой таблицы следует, что значения угла  $\nu$  для условий плоской задачи (формулы Кулона) и для сооружений с ограниченной шириной в большинстве случаев практически близки между собой. Некоторое отличие наблюдается для узких глубоко заложенных сооружений, где угол  $\nu$  имеет меньшее значение.

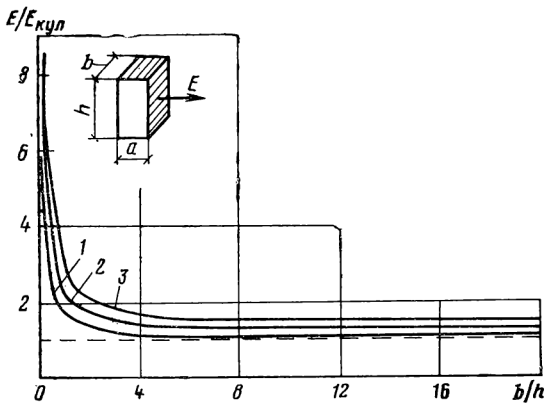


Рис. 6.9. Зависимость ширины сооружения от пассивного давления песка  
1 — при  $\varphi'_0 = 0$ ; 2 — при  $\varphi'_0 = 10^\circ$ ; 3 — при  $\varphi'_0 = 0$  по формулам Кулона и  $\varphi'_0 = 10^\circ$  по выведенным формулам

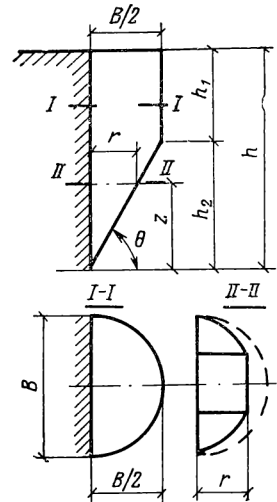


Рис. 6.10. Расчетная схема для определения активного давления для сооружений с ограниченной шириной (по Б. В. Бобрикову)

Анализ показывает, что за исключением последнего случая при расчете заглубленных сооружений с ограниченной шириной угол наклона главной плоскости скольжения можно принимать равным:  $\nu = 45^\circ + \varphi_0/2$ .

Для иллюстрации полученного решения были проделаны расчеты по определению пассивного давления грунта для заглубленных сооружений с различной шириной. Результаты расчета показаны на графике (рис. 6.9), где по оси ординат отложено отношение пассивного давления  $E$ , подсчитанного по выведенным формулам (при  $\delta = 0,65 \varphi_0$ ), к давлению, подсчитанному по формулам Кулона  $E_{\text{кул}}$  для условий плоской задачи, а по оси абсцисс — отношение ширины сооружения  $b$  к его глубине заложения в грунт  $h$ . Из рассмотрения кривых следует, что при ширине сооружения, превышающей глубину заложения в 10—12 раз, результаты расчета по выведенным формулам и формулам Кулона для плоской задачи близки, поэтому в этих случаях можно применять обычные решения как для плоской задачи. Для сооружений с ограниченной шириной расчетное пассивное давление грунта превышает кулоновское на 20—30% (при отношении  $b/h = 2 \dots 4$ ). Установленные закономерности следует учитывать при расчете устойчивости сооружений в стадии предельного сопротивления грунта.

Б. В. Бобриковым рассмотрено приближенное определение активного давления на сооружение ограниченной длины, заглубленное в грунт [7]. Автор показал, что для гладкой вертикальной стенки при горизонтальной поверхности грунта и смещении стенки в сыпучем теле образуется разгружающий свод и сползающее тело можно принять в виде полуцилиндра, усеченного наклонной плоскостью (рис. 6.10).

Активное давление определено Б. В. Бобриковым в зависимости от глубины заложения стен. Для стен, глубина заложения которых  $h \leq h_2$ , сползающее тело имеет только нижнюю часть (см. рис. 6.10) и активное давление сыпучего тела определяется по формуле

$$E_a = \frac{\gamma h^3}{2} \frac{\operatorname{tg}(\theta - \varphi_0)}{\operatorname{tg} \theta} \left( \frac{B}{h} - \frac{0,29}{\operatorname{tg} \theta} \right), \quad (6.33)$$

где  $B$  — длина стены.

Угол  $\theta$  находится из условия  $dE_a/d\theta = 0$ , что дает возможность составить уравнение

$$\frac{B}{h} \left[ \frac{\sin 2(\theta - \varphi_0) - \sin 2\theta}{\cos \theta} \right] = 0,29 \left[ \frac{2 \sin 2(\theta - \varphi_0) - \sin 2\theta}{\sin \theta} \right]. \quad (6.34)$$

Для стен, глубина заложения которых  $h > h_2$ , сползающее тело состоит из полуцилиндра, усеченного наклонной плоскостью, и активное давление находится по формуле

$$E_a = 0,089 \gamma h B^2 \left( 4,41 - \frac{B}{h} \operatorname{tg} \theta \right) \operatorname{tg}(\theta - \varphi_0). \quad (6.35)$$

Угол  $\theta$  определяется из уравнения

$$8,82 \frac{h}{B} \cos^2 \theta - \sin 2\theta = \sin 2(\theta - \varphi_0). \quad (6.36)$$

Анализ формулы Б. В. Бобрикова показывает, что для сооружений с отношением ширины к глубине заложения в пределах 0,1—0,5 активное давление сыпучего тела в условиях пространственной задачи составляет 0,35—0,75 давления для плоской задачи, вычисленного по формулам Кулона для гладкой стены и горизонтальной поверхности грунта.

При увеличении этого отношения разница в определении активного давления для обоих случаев уменьшается, и при ширине, превышающей глубину заложения в 2 раза и более, активное давление в обоих случаях практически одинаково.

#### **4. РАСЧЕТ ОТДЕЛЬНО СТОЯЩИХ МАССИВОВ В СТАДИИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА**

Отдельно стоящие массивы с ограниченной шириной применяются при сооружении фундаментов для крепления вертолетов на швартовочных площадках, в гидротехническом строительстве, а также при строительстве фундаментных опор линий электропередач и культивационных сооружений и т. п.

Особенностью подобных фундаментов являются их небольшое заглубление в грунт и ограниченная ширина в плане. Обычно глубина заделки фундамента в грунт не превышает его ширину более чем в 7—8 раз, и поэтому подобные фундаменты можно считать абсолютно жесткими. При более значительном заглублении на деформации фундамента влияет и изгиб, происходящий под действием горизонтальной силы.

Фундаментные сооружения при небольшом заглублении, когда влияние изгиба невелико и им можно пренебречь, будем считать абсолютно жесткими.

Экспериментальные исследования, выполненные Н. В. Лалетиным, И. Ф. Разореновым, А. С. Строгановым, Г. К. Гольстом, В. Канаяном и В. В. Левенстамом, показали, что работа подобных фундаментных сооружений под действием горизонтальных сил коренным образом отличается от работы их по схеме Кулона с образованием традиционных призм пассивного давления грунта.

В работе В. В. Левенстама «Метод расчета устойчивости коротких свай» рассмотрена общая картина потери устойчивости подобных фундаментов в грунте. При действии на фундамент горизонтальной силы  $P$  происходит его поворот в грунте вокруг центра вращения  $O$  (рис. 6.11). Фундамент отклоняется от вертикали на угол  $\theta$ , вызывая деформацию грунта. Характер деформации грунта не одинаков по глубине. В поверхностном слое грунта глубиной (1—1,5)  $b$  (где  $b$  — ширина фундамента, но не более 0,5 — 0,7 м) происходит смещение частиц грунта к поверхности и выпирание грунта. Тело выпирания имеет сложную форму очертания и существенно отличается от кулоновской призмы пассивного давления.

Грунт, находящийся на большой глубине, к поверхности не перемещается. Фундаментом прорезается грунт, который, обтекая фундамент, движется в горизонтальной плоскости.

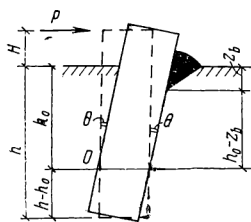


Рис. 6.11. Расчетная схема (по В. В. Левенстаму)

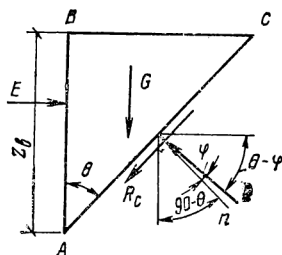


Рис. 6.12. Схема сил, действующих на тело выпирания грунта

Таким образом, в стадии предельного сопротивления грунта узких отдельно стоящих массивов следует различать две области, в каждой из которых окружающий фундамент грунт работает по-разному, — область выпирания и область прорезания. Область выпирания распространяется от поверхности грунта до глубины  $z_b$ , а область прорезания — от глубины  $z_b$  до нижнего конца массива. Как показали исследования В. В. Левенстама, реактивное давление грунта в стадии предельного равновесия в каждой из этих областей необходимо определять исходя из установленной реальной работы грунта. Глубина области выпирания  $z_b$  определяется из условия равенства реактивных давлений в точке на границе области. Ниже рассмотрено определение реактивного сопротивления грунта в каждой из этих областей отдельно [41].

**Область первая. Сопротивление грунта выпиранию.** Сопротивление выпору определяется формой тела выпирания грунта. Определение сопротивления грунта по методам теории предельного равновесия из-за математических трудностей, вызванных пространственным характером задачи, очень сложно и в настоящее время пока не осуществлено. Поэтому для определения формы тела выпирания грунта целесообразно рассмотреть результаты экспериментов. Эксперименты, выполненные Н. В. Лалетиным, И. Ф. Разореновым, В. В. Левенстамом и автором книги, показали, что форма тела выпирания имеет достаточно постоянный вид.

Тело выпирания в плане имело форму эллипса или круга, а с боковых сторон ограничивалось поверхностью, напоминающей по виду параболоид со смещенными осями (см. рис. 6.5).

Для приближенного определения сопротивления грунта выпиранию грунтового тела ABC (рис. 6.12), имея в виду опытные данные и учитывая предложение В. В. Лалетина, примем форму тела выпирания грунта схематизированной. Схематизированное тело выпирания грунта состоит в средней части из трехгранной призмы шириной, равной ширине фундамента, и двух полуконических тел, присоединенных к ней по боковым граням. Объем тела выпирания определяется его глубиной  $z_b$  и углом выпирания  $\theta$ .

Определим объем тела выпирания. Площадь тела выпирания в плане составит:

$$S = bL + \frac{\pi L^2}{4}. \quad (6.37)$$

Но так как

$$L = z_B \operatorname{tg} \theta, \quad (6.38)$$

получим

$$S = bz_B \operatorname{tg} \theta + \frac{\pi z_B^2 \operatorname{tg}^2 \theta}{4}. \quad (6.39)$$

Вес грунта в объеме тела выпирания

$$G = \frac{\gamma z_B^2 b \operatorname{tg} \theta}{2} + \frac{\pi \gamma z_B^3 b \operatorname{tg}^2 \theta}{12}. \quad (6.40)$$

На тело выпирания кроме его веса  $G$  действует горизонтальное давление от фундамента  $E$  и реакция со стороны неподвижного массива грунта, которую можно разбить на две составляющие  $R$  и  $R_c$  (см. рис. 6.12). Составляющая  $R$  зависит только от угла внутреннего трения  $\varphi$  и направлена под этим углом  $\varphi$  к прямой, служащей нормалью к поверхности сдвига; составляющая  $R_c$  зависит от сцепления в грунте. Значение реакции  $R_c$  равно произведению сцепления грунта на боковую поверхность тела выпирания.

Рассматривая равновесие тела выпора и строя многоугольник сил, В. В. Левенстам получил следующую формулу для определения горизонтального давления грунта:

$$E = \frac{\pi z_B^2}{4} \left( \frac{\gamma z_B \operatorname{tg} \varphi}{3} + c \right) k_1 + bz_B \left( \frac{\gamma z_B}{2} + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \right) k_2 + cz_B \left( \frac{b}{\operatorname{tg} \varphi} + \frac{z_B \operatorname{tg} \theta}{2} \right), \quad (6.41)$$

где

$$k_1 = \frac{\operatorname{tg}^2 \theta}{\operatorname{tg} (\theta - \varphi)}; \quad (6.42)$$

$$k_2 = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} (\theta - \varphi)}.$$

Давление на единицу высоты фундамента в пределах глубины выпирания можно получить дифференцированием  $E$  по  $z_B$ :

$$p_B = \frac{dE}{dz_B} = \frac{\pi z_B}{2} \left( \frac{\gamma z_B \operatorname{tg} \varphi}{2} + c \right) k_1 + b \left( \gamma z_B + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \right) k_2 + c \left( \frac{b}{\operatorname{tg} \varphi} + z_B \operatorname{tg} \theta \right). \quad (6.43)$$

Выражение (6.43) содержит две неизвестные величины  $E$  и  $\theta$ . Минимальное значение  $E$ , при котором происходит выпирание грунта, можно получить в результате дифференцирования выражения (6.41) и приравняв его нулю.

В результате ряда преобразований получена следующая зависимость

$$\operatorname{tg}(\theta + \varphi) = \frac{\sin 2\varphi}{\cos 2\varphi - 0,5}. \quad (6.44)$$

Значения безразмерных коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$  и угла  $\theta$  в зависимости от значений угла внутреннего трения  $\varphi$  приведены в табл. 6.2.

Т а б л и ц а 6.2

$\varphi, ^\circ$	$k_1$	$k_2$	$\theta, ^\circ$
10	0,87	1,64	28
15	1,47	1,82	39
20	2,29	2,1	47,5
25	3,5	2,5	54,5
30	5,2	3	60
35	7,75	3,7	64,5
40	11,8	4,65	68,5

**Область вторая. Сопротивление грунта прорезанию.** Эксперименты показали, что начиная с некоторой глубины происходит прорезание грунта фундаментом. Прорезание грунта происходит в результате нарушения его прочности, поэтому реактивное давление должно зависеть от прочностных характеристик грунта.

Для приближенного определения давления, передаваемого фундаментом на грунт и вызывающего прорезание, В. В. Левенстамом принято допущение, что форма линий скольжения в горизонтальном сечении подобна очертанию линий скольжения при потере устойчивости ленточного фундамента. Согласно решению В. Г. Березанцева, предельное давление равно:

$$p_{\Pi} = b (A_0 \gamma b + B_0 g_T + C_0 c), \quad (6.45)$$

где  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  — функции угла внутреннего трения  $\varphi$ ;  $g_T$  — интенсивность нагрузки, равная:

$$g_T = \gamma z \varepsilon_a = \gamma z \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \quad (6.46)$$

где  $\varepsilon_a$  — коэффициент бокового давления в состоянии предельного равновесия сыпучего тела.

Тогда формула для определения давления прорезания с учетом влияния на поверхности скольжения нагрузки  $g_T$  будет следующей:

$$p_{\Pi} = \gamma b^2 \left[ A_0 + B_0 \frac{z}{b} \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + C_0 \frac{c}{\gamma b} \right]. \quad (6.47)$$

Значения коэффициентов  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  для некоторых углов трения  $\varphi$  приведены в табл. 6.3.

Таблица 6.3

$\varphi, ^\circ$	18	22	26	30	34	38	40
$A_0$	2,3	3,8	6,8	10,8	19,8	37,4	50,1
$B_0$	5,3	8	12,3	19,3	32,6	54,8	72
$C_0$	13,2	17,2	23,2	31,5	47	7	84

Полученные формулы для определения давлений для области сопротивления грунта выпиранию (6.43) и для области сопротивления грунта прорезанию (6.47) фундаментом позволяют рассчитать глубину зоны выпирания  $z_B$ .

Граница зон определяется из условия равенства сопротивления выпиранию и реактивного давления, определяемого по схеме прорезания грунта сваей:

$$\begin{aligned} \frac{\pi z_B}{2} \left( \frac{\gamma z_B \operatorname{tg} \varphi}{2} + c \right) k_1 + b \left( \gamma z_B + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \right) k_2 + c \left( \frac{b}{\operatorname{tg} \varphi} + z_B \operatorname{tg} \theta \right) = \\ = \gamma b^2 \left[ A_0 + B_0 \frac{z_B}{b} \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + C_0 \frac{c}{\gamma b_0} \right]. \end{aligned} \quad (6.48)$$

Для определения горизонтальной силы, вызывающей потерю устойчивости фундамента, необходимо рассмотреть условия равновесия всех сил, действующих на фундамент.

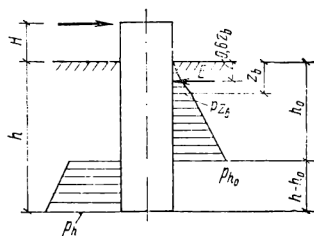


Рис. 6.13. Расчетная схема для определения предельной горизонтальной силы

Из полученных выше формул видно, что эпюра реактивного давления грунта по высоте фундамента неравномерна. До глубины  $z_B$  реактивное давление увеличивается по параболическому закону, а при  $z > z_B$  — по линейному закону. Поэтому расчетная схема для определения критической нагрузки  $P_{пр}$  будет иметь вид, изображенный на рис. 6.13.

Приравнявая нулю горизонтальные проекции всех сил, действующих на фундамент, В. В. Левенстам получил следующую формулу для горизонтальной силы, вызывающей потерю устойчивости фундамента:

$$P_{пр} = E + N_2 h_0^2 + 2N_1 h_0 - N_1 (z_B + h) - \frac{N_2}{3} (z_B^2 + h^2), \quad (6.49)$$

где

$$N_1 = \gamma b^2 \left( A_0 + C_0 \frac{c}{\gamma b} \right);$$

$$N_2 = B_0 \gamma b \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Значение  $h_0$  определяется из условия равенства нулю суммы моментов всех сил, действующих на фундамент, из следующего уравнения:

$$\frac{2}{3} N_2 h_2^3 + (N_1 + N_2 H) h_0^2 + 2N_1 H h_0 - N_3 = 0, \quad (6.50)$$

где

$$N_3 = N_1 \left( H z_B + \frac{1}{2} z_B^2 + H h + \frac{1}{2} h^2 \right) + \\ + N_2 \left( \frac{1}{2} H z_B^2 + \frac{1}{3} z_B^3 + \frac{1}{2} H h^2 + \frac{1}{3} h^3 \right) - E (H + 0,6 z_B), \quad (6.51)$$

а  $E$  и  $z_B$  определяются по формулам (6.41) и (6.48).

Расчетная горизонтальная сила, действующая на фундамент, равна:

$$P_{\text{расч}} = \frac{P_{\text{пр}} n_2}{n_1}, \quad (6.52)$$

где  $n_1$  — коэффициент однородности, учитывающий возможное отличие фактических характеристик грунта от их нормативных значений ( $n_1 = 1,1 \dots 1,2$ );  $n_2$  — коэффициент перегрузки, учитывающий возможное превышение фактическими нагрузками их нормативных значений ( $n_2 = 0,7$ ).

**Пример 6.** Определить предельное значение горизонтальной силы для сооружения с ограниченной шириной при следующих исходных данных: грунт — песок, среднезернистый, средней плотности с физическими характеристиками:  $\gamma = 1,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $\varphi_0 = \varphi'_0 = 30^\circ$ ;  $\varphi'_0 = 10^\circ$ ;  $\xi = 0,43$ ;  $\delta = 12^\circ$ .

Размеры сооружения:  $b = 4 \text{ м}$ ;  $a = 1 \text{ м}$ ; глубина заложения сооружения в грунт  $h = 2 \text{ м}$ ; вес  $200 \text{ кН}$ . Высота точки приложения горизонтальной силы, отсчитанной от поверхности грунта,  $h' = 1 \text{ м}$ .

**Решение 1.** Определяем расчетное значение пассивного сопротивления грунта по формулам (6.23) и (6.24):

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} 1,6 \cdot 10^3 \cdot 2^2 \cdot 4 \cdot 1,73 + \frac{1}{3} 1,6 \cdot 10^3 \cdot 2^3 \cdot 1,73^2 \cdot 0,36 + \\ + \frac{1}{3} 1,6 \cdot 10^3 \cdot 0,43 \cdot 2^3 \cdot 0,58 \cdot 0,87 = 25,7 \cdot 10^3; \\ \alpha_2 = \frac{1}{3} 1,6 \cdot 10^3 \cdot 0,43 \cdot 2^3 \cdot 0,58 \frac{0,87^2}{0,5} - \frac{1}{3} 1,6 \cdot 10^3 \cdot 0,43 \cdot 2^3 \cdot 1,73 \cdot 0,36 = \\ = 0,94 \cdot 10^3; \\ E = \frac{0,94 \cdot 10^3 (0,58 \cdot 0,5 - 0,87) - 25,7 \cdot 10^3 (0,58 \cdot 0,87 + 0,5)}{0,18 \cdot 0,58 \cdot 0,87 + 0,18 \cdot 0,5 + 0,58 \cdot 0,5 - 0,87} = 630 \text{ кН}.$$

2. Для сравнения находим пассивное давление для условий плоской задачи по формулам Кулона:

$$z_1 = \sin (\varphi_0 + \varphi'_0) \sin \varphi_0 \frac{1}{\cos \varphi'_0} = \sin (30^\circ + 10^\circ) \sin 30^\circ \frac{1}{\cos 10^\circ} =$$



$$= \frac{0,64 \cdot 0,5}{0,98} = 0,33;$$

$$E_{\text{кул}} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{1}{(1 - \sqrt{z_1})^2} \frac{\cos^2 \varphi_0}{\sin(90^\circ + \varphi'_0)} b =$$

$$= \frac{1}{2} 1,6 \cdot 10^3 \cdot 2^2 \frac{1}{(1 - \sqrt{0,33})^2} \frac{0,87^2}{0,98} 4 = 530 \text{ кН}.$$

Имея значения  $E$  и  $E_{\text{кул}}$ , можно определить коэффициент

$$\mu_0 = \frac{E}{E_{\text{кул}}} = \frac{630}{530} = 1,2.$$

Таким образом, для более точного учета объема призмы отпора грунта для сооружений с ограниченной шириной следует ввести в расчет пассивное давление, большее на 20% давления, вычисленного по формуле Кулона.

3. Дальнейший расчет ведем по формулам (6.6) и (6.7), предварительно задавшись значением  $\theta$  и вычислив коэффициент  $\beta$ .

При  $\theta = 0,85$  имеем

$$\beta = \frac{1}{3} \frac{1 + 2 \cdot 0,85}{1 + 0,85} = 0,49.$$

Затем:

$$T = \frac{1}{2} 1,6 \cdot 10^3 \cdot 2^2 \cdot 0,58 \cdot 0,43 \cdot 1 = 8 \text{ кН};$$

$$N_1 = \left( 0,49 + \frac{2}{3} \right) 2 (630 + 2 \cdot 8) = 1,49 \cdot 10^3 \text{ кН/м};$$

$$N_2 = 2 \cdot 630 (2 + 1) (1 + 0,58 \cdot 0,18) + 2 \cdot 630 \cdot 0,45 \cdot 1 \cdot 0,18 + 4 \cdot 8 (2 + 1) -$$

$$- (1 + 0,49) 630 \cdot 2 - 2 (1 + 0,49) 8 \cdot 2 = 2,4 \cdot 10^3 \text{ кН/м};$$

$$N_3 = -0,49 \cdot 2 (630 + 2 \cdot 8) = -0,645 \cdot 10^3 \text{ кН/м};$$

$$N_4 = -630 (2 + 1) (1 + 0,58 \cdot 0,18) - 2 \cdot 8 (2 + 1) - 200 (2 + 1) 0,58 -$$

$$- \frac{1}{2} 630 \cdot 1 \cdot 0,18 - 200 \cdot 0,45 \cdot 1 - 630 \cdot 0,45 \cdot 1 \cdot 0,18 + 0,49 \cdot 630 \cdot 2 +$$

$$+ 2 \cdot 0,49 \cdot 8 \cdot 2 = -2,03 \cdot 10^3 \text{ кН/м}.$$

4. Составляем кубическое уравнение для определения  $\theta$ :

$$1,49\theta^3 + 2,4\theta^2 - 0,645\theta - 2,03 = 0, \text{ откуда } \theta = 0,85,$$

т. е. соответствует принятому первоначально.

Так как  $\theta < 1$ , то выбранная расчетная схема соответствует фактической.

5. Определяем предельное значение горизонтальной силы по формуле (6.6):

$$P_{\text{пр}} = (2 \cdot 0,85^2 - 1) [(1 + 0,58 \cdot 0,18) 630 + 2 \cdot 8] - 200 \cdot 0,58 = 185 \text{ кН}.$$

6. Допустимое значение горизонтальной силы при расчетных коэффициентах  $m = 0,8$ ;  $k_{\text{одн}} = 0,7$  и  $n = 1,2$  определяем по формуле (6.8):

$$P_{\text{расч}} = 18,5 \frac{0,8 \cdot 0,7}{1,2} = 86 \text{ кН}.$$

# РАСЧЕТ ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ В СТАДИИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

---

Метод расчета заглубленных сооружений при воздействии динамических нагрузок в стадии предельного сопротивления грунта может быть использован для определения общего запаса устойчивости сооружений, а также для расчета сооружений с заранее заданными расчетными коэффициентами.

В результате расчета находится предельное значение горизонтальных сил в стадии предельного сопротивления грунта. Вводя расчетные коэффициенты применительно к методике предельных состояний, устанавливают допустимое значение этих сил.

## 1. ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ ПО ПРЕДЕЛЬНОМУ СОПРОТИВЛЕНИЮ ГРУНТА

При воздействии динамических нагрузок сооружение и призма отпора в стадии предельного сопротивления грунта приходят в движение; деформации и усилия становятся функциями не только координат точки, но и времени. Поэтому особенностью динамической задачи является необходимость учета сил инерции, которые зависят от массы и перемещения системы сооружение — грунт.

Таким образом, при динамическом расчете сооружений, заглубленных в грунт, активное и пассивное давление грунта необходимо определять с учетом перемещения. Данная проблема является сложной. Поэтому выполненное решение должно рассматриваться как первое приближение.

Для решения динамической задачи следует рассмотреть перемещения сооружения в фазе сдвигов и выпирания грунта. В этом отношении представляют интерес опыты И. В. Яропольского, который установил, что активное давление песка на вертикальную стенку является функцией перемещения последней и различно в зависимости от величины перемещения (рис. 7.1).

В начале первой стадии при отсутствии перемещения стены давление песка определяется следующей формулой\*:

---

\* В настоящее время геостатическое давление грунта, в том числе и песка, принимается меньшим, так как дополнительно вводится коэффициент бокового давления.

$$Q_H = \frac{1}{2} \gamma h^2. \quad (7.1)$$

Во второй стадии (при перемещениях стены на 0,001—0,002 м) развиваются силы внутреннего трения между частицами песка, и в конце этого перемещения давление близко к теоретическому, вычисленному по формуле Кулона:

$$Q_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 \xi_a, \quad (7.2)$$

где  $\xi_a$  — коэффициент активного давления для частного случая, когда поверхность сыпучего тела ограничена горизонтальной плоскостью, а задняя вертикальная грань стены идеально гладкая:

$$\xi_a = \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) = \frac{1 - \sin \varphi_0}{1 + \sin \varphi_0}. \quad (7.3)$$

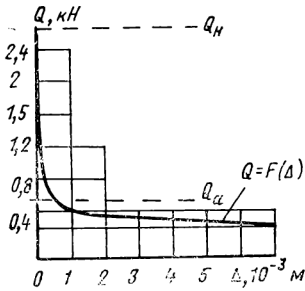


Рис. 7.1. Зависимость активного давления песка от перемещения стенки (по И. В. Яропольскому)

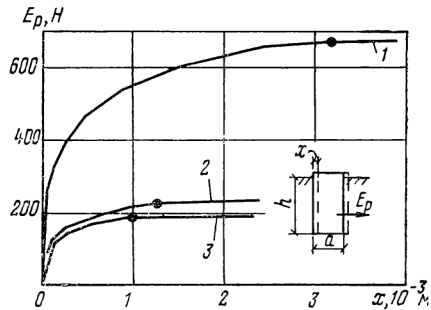


Рис. 7.2. Зависимость пассивного давления песка  $E_p$  от перемещения модели  $x$

1 — при глубине модели 0,2 м; 2 и 3 — то же, 0,1 м

При перемещениях более 0,001—0,002 м наступает третья стадия сопротивления грунта; давление на стену соответствует давлению разрыхленного песка и при дальнейшем перемещении стены приближается к нулю.

Горизонтальное давление песка на стену в зависимости от ее перемещения  $\Delta$  может быть выражено следующим уравнением:

$$Q = \frac{0,1077 \gamma h^2}{(\Delta + 0,000001)^{0,111}}. \quad (7.4)$$

Автором данной книги были проведены опыты со сдвигом моделей в кварцевом мелкозернистом песке. Результаты некоторых опытов изображены на рис. 7.2.

Анализ экспериментальных данных свидетельствует о том, что пассивное давление песка на вертикальную стенку является функцией перемещения и различно в зависимости от значения этого перемещения.

При натурных испытаниях сооружений, заглубленных в грунт, массой до 4000 кг на воздействие динамических импульсных нагрузок автором также установлено, что стадия предельного сопротивления грунта достигается при определенных перемещениях массива (рис. 7.3).

В опытах автора со сдвигом бетонных массивов по песку установлено также, что сдвигающая горизонтальная сила также зависит от перемещения массива. Общая картина зависимости нагрузки от горизонтального смещения была установлена одинаковой для всех опытов. Эта зависимость выражается кривой, проходящей через начало координат и далее переходящей в прямую (рис. 7.4). На этой кривой можно выделять три этапа.

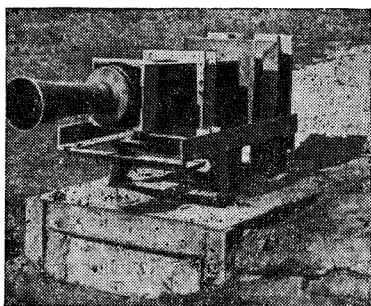


Рис. 7.3. Испытательная установка и характер разрушения грунта

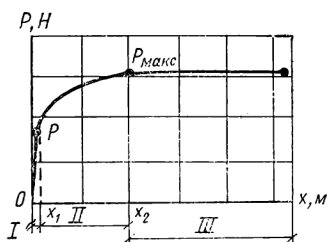


Рис. 7.4. Схема нарастания смещения массива при увеличении сдвигающей силы  
I—III — этапы горизонтального смещения

Первый этап охватывает стадию испытаний, когда между силой и перемещением массива имеется линейная зависимость. На втором этапе пропорциональная зависимость между силой и смещением массива нарушается. Наконец, на третьем этапе происходит равномерное движение массива.

Общий характер перемещений стены, во много раз превосходящих перемещения, соответствующие фазе сдвигов в грунте, рассмотрен Н. К. Снитко.

Диаграмма зависимости напряжений сжатия в грунте  $\sigma$  от нормальных к площадке перемещений  $\Delta$  представлена Н. К. Снитко в виде кривой  $oabfc$  (рис. 7.5). На этой диаграмме можно выделить участок в виде прямой  $ab$ , соответствующий фазе сдвигов; дальнейшее увеличение нагрузки вызывает массовое развитие поверхностей скольжения, в результате чего наступает фаза выпирания грунта, которая на диаграмме может характеризоваться прямой  $bc$ .

Н. К. Снитко рекомендует вместо сложной криволинейной зависимости  $oabfc$  при работе грунта в области больших пластических

деформаций рассматривать «обобщенную линейную зависимость», соответствующую прямой  $oe$  (см. рис. 7.5):

$$\sigma = c_{об} \Delta, \quad (7.5)$$

где  $c_{об}$  — обобщенный коэффициент сжатия, отражающий упругопластические деформации грунта.

Параметр  $c_{об}$  определяется следующим образом. Задаемся наибольшей допустимой осадкой грунта  $\Delta_{макс}$  и соответственно этому значению определяем напряжение  $\sigma_{усл}$  из условия минимума ошибки. Для этого из начала координат проводится прямая  $ofe$  так, чтобы заштрихованные на рис. 7.5 площади были равны. Обобщенный параметр  $c_{об}$  вычисляется как отношение

$$c_{об} = \frac{\sigma_{усл}}{\Delta_{макс}}. \quad (7.6)$$

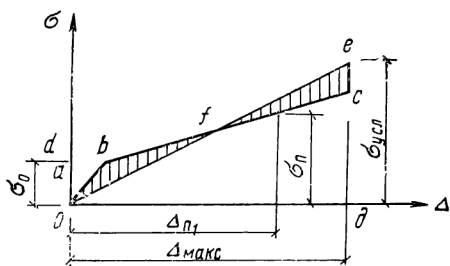


Рис. 7.5. Зависимость напряжений сжатия в грунте  $\sigma$  от нормальных к площадке перемещений  $\Delta$  (по Н. К. Снитко)

Опыты, поставленные Н. К. Снитко и А. Ю. Беклемешевым, подтвердили возможность учета больших пластических деформаций грунта указанным способом.

Таким образом, в отличие от классической теории давления грунта Кулона при динамическом решении задачи давление грунта определяется в зависимости от перемещения сооружения.

Определение активного динамического давления грунта на подпорную стенку при действии любой кратковременной нагрузки на поверхности выполнено Н. К. Снитко.

Для вывода расчетных формул Н. К. Снитко применяет теорию Кулона и рассматривает предельное состояние клина сползания (рис. 7.6).

Уравнение равновесия стенки применительно к данной расчетной схеме имеет следующий вид:

$$E_a + I_m - E_B - F = 0, \quad (7.7)$$

где  $E_a$  — динамическое активное давление сыпучего тела;  $I_m$  — сила инерции массы стенки;  $F$  — горизонтальная реакция, действующая по подошве стенки;  $m$  — масса стенки;  $E_B$  — реактивное давление грунта по передней грани стенки.

Сила инерции массы стенки равна:

$$I_m = -m \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (7.8)$$

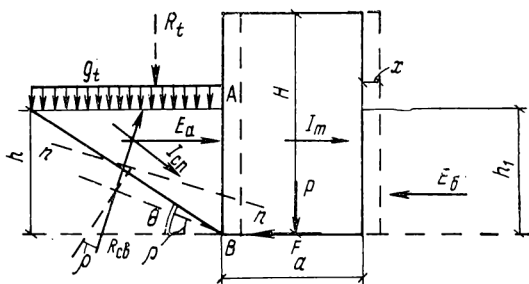
где  $d^2 x/dt^2$  — ускорение горизонтального смещения.

Для определения  $E_B$  и  $F$  Н. К. Снитко применяет гипотезу о прямой пропорциональной зависимости между силой и смещением:

$$\left. \begin{aligned} E_B &= c_\delta b h_1 x; \\ F &= f c_\delta a b x, \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

где  $c_\delta$  — коэффициент упругого сжатия грунта по передней грани;  $a$  и  $b$  — размеры стенки;  $h_1$  — глубина заложения стенки;  $f$  — коэффициент сдвига.

Рис. 7.6. Расчетная схема для определения динамического активного давления (по Н. К. Снитко)



Подстановка уравнений (7.9) в выражение (7.7) дает

$$E_a = m \frac{d^2 x}{dt^2} + c_\delta b (h_1 + f a) x. \quad (7.10)$$

Уравнение динамического равновесия клина сползания  $ABC$  относительно оси  $n-n$ , перпендикулярной направлению  $R_{cv}$ , имеет следующий вид (см. рис. 7.6)\*:

$$E_a \cos(\theta - \varphi_0) = I_{cv} \cos \varphi_0 + R_t \sin(\theta - \varphi_0), \quad (7.11)$$

где  $I_{cv}$  — сила инерции клина сползания;  $R_t$  — равнодействующая динамического давления, равная:

$$R_t = g_t h b / \operatorname{tg} \theta$$

( $g_t$  — интенсивность динамической нагрузки на поверхности грунта).

Приравнявая значения  $E_a$  из выражений (7.10) и (7.11), Н. К. Снитко получает дифференциальное уравнение для определения  $x$

$$\left[ \frac{h^2 b \gamma_{rp} \cos \varphi_0}{2g \sin \theta \cos(\theta - \varphi_0)} + m \right] \frac{d^2 x}{dt^2} + c_\delta b (h_1 + f a) x = \frac{h b \operatorname{tg}(\theta - \varphi_0)}{\operatorname{tg} \theta} g_t. \quad (7.12)$$

\* Сила  $E_a$ , действующая на призму, имеет направление, противоположное указанному на рис. 7.6.

В результате решения этого уравнения можно определить  $x$  и далее  $E_a$ .

В случае действия внезапно приложенной постоянной нагрузки  $E_a$  определяется по формуле

$$E_{a \text{ макс}} = g_0 h b \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \left[ 1 + \frac{A}{A + 2mg \sin^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right)} \right], \quad (7.13)$$

где  $g_0$  — интенсивность распределенной нагрузки;

$$A = \gamma_{\text{тр}} h^2 b \cos \varphi_0. \quad (7.14)$$

Способ Н. К. Снитко применен автором книги и для определения динамического пассивного давления грунта, необходимого для расчета заглубленных сооружений в стадии предельного сопротивления грунта.

В связи со сложностью излагаемую методику расчета следует рассматривать как первое приближение при решении этой задачи.

Следуя предложению Н. К. Снитко, пассивное динамическое давление сыпучего тела определим в предположении параллельного перемещения сооружения, используя теорию предельного состояния по Кулону с учетом сил инерции грунта и сооружения. В дальнейшем рассмотрим особенности решения задачи и при повороте сооружения.

Расчет в обоих случаях при параллельном движении сооружения и при его повороте рассмотрим для условий плоской задачи. При оценке устойчивости сооружений ограниченной ширины в расчет будем вводить пассивное давление с поправочным коэффициентом  $\mu_0$ , учитывающим влияние боковых уширений по торцам (см. гл. 6).

В результате решения определим динамическое пассивное давление с учетом сил инерции сооружения и грунта, что позволит вычислить динамический коэффициент для пассивного давления по Кулону.

Далее расчет будем производить по обычной схеме, используя выведенные ранее формулы для статической задачи. В итоге расчета определим предельное значение горизонтальной силы с учетом инерционных сил, вызванных динамическим характером приложения нагрузки.

## 2. МЕТОДИКА ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ В СТАДИИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА

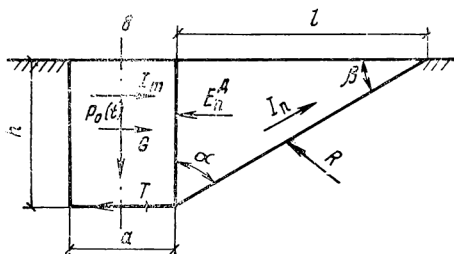
Решение для параллельного перемещения сооружения в стадии предельного сопротивления грунта рассмотрим для двух этапов.

На первом этапе, рассмотрев условия перемещения сооружения, получим общее выражение для динамического сопротивления грунта  $E_d$  в зависимости от ускорения смещения сооружения и его переме-

щения; на втором этапе, рассмотрев условия выпирания призмы отпора, получим выражение для предельного пассивного динамического давления  $E_n$  в зависимости от ускорения движения этой призмы отпора.

Приравнивая выражения для динамического давления для первого и второго этапов, получим основное дифференциальное уравнение для определения величины перемещения системы. По найденному значению перемещения сооружения выведем основную формулу динамического пассивного давления для любого закона изменения нагрузки во времени. Отношение динамического пассивного давления к пассивному давлению, вычисленному по формулам Кулона, позволит определить динамический коэффициент.

Рис. 7.7. Схема сил, действующих на систему сооружение — грунт в стадии предельного сопротивления грунта



Динамическое пассивное давление будем рассматривать как основней фактор, препятствующий выворачиванию сооружения из грунта.

При решении задачи для первого этапа вводим следующие силы, действующие на сооружение в стадии предельного сопротивления грунта (рис. 7.7):

силу  $P_0(t)$  — динамическую нагрузку, действующую на сооружение. Изменение этой нагрузки во времени примем равной мгновенно возрастающей силе, сохраняющей это значение до бесконечности. Используя метод начальных параметров, это решение можно распространить на любой закон изменения нагрузки во времени;

силу  $E_n^A$  — динамическое пассивное давление грунта по передней грани сооружения. Эту силу выразим через горизонтальное смещение центра сооружения в зависимости от времени воздействия нагрузки  $t$ ;

силу инерции массы сооружения  $I_m$ , которая является функцией ускорения перемещения сооружения:

$$I_m = -m \frac{d^2 x}{dt^2}; \quad (7.15)$$

силу  $T$  — равнодействующую касательных составляющих напряжений по подошве сооружения. Эту силу определим в зависимости от горизонтального смещения сооружения  $x$ .

Опыты со сдвигом бетонных массивов по грунту подтверждают приемлемость подобного допущения. При этом будем иметь в виду, что при значительных смещениях подошвы сооружения наблюдается



переход смещений за предел упругости и появляются остаточные смещения. Для упрощения задачи зависимость между силой и смещением будем рассматривать в первом приближении линейной, вводя обобщенный параметр равномерного сдвига  $c_x^0$ , аналогично тому, как это сделал Н. К. Снитко для значительных перемещений стенки в грунте. Обобщенный коэффициент  $c_x^0$  определяем по диаграмме сдвига сооружения по грунту из условия минимума ошибки. В дальнейшем рассмотрим особенности расчета и за пределом упругости, когда при больших смещениях сооружения появляются остаточные деформации грунта.

Учитывая сказанное, имеем:

$$T = c_x^0 abx, \quad (7.16)$$

где  $a$  и  $b$  — размеры сооружения в плане;  $x$  — перемещение сооружения по грунту;  $c_x^0$  — обобщенный коэффициент равномерного сдвига.

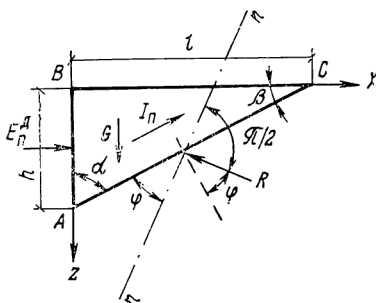


Рис. 7.8. Схема сил, действующих на призму отпора грунта при динамическом воздействии нагрузки

При составлении динамических уравнений равновесия будем считать, что сооружение смещается параллельно первоначальному положению на величину  $x$ . Хотя в данном случае может происходить и поворот сооружения, для простоты решения в первом приближении будем рассматривать лишь горизонтальное смещение сооружения. Методику расчета с учетом угла поворота сооружения в грунте уточним ниже.

Тогда при  $\Sigma X = 0$

$$P_0(t) + I_m - T - E_n^A = 0. \quad (7.17)$$

Подставляя значения  $I_m$  и  $T$ , получим выражение для динамического давления грунта на сооружение

$$P_0(t) - m \frac{d^2 x}{dt^2} - c_x^0 abx - E_n^A = 0, \quad (7.18)$$

откуда

$$E_n^A = -m \frac{d^2 x}{dt^2} - c_x^0 abx + P_0(t) \quad (7.19)$$

или

$$E_n^A = P_0(t) - m \frac{d^2 x}{dt^2} - c_x^0 abx. \quad (7.20)$$

Динамическое давление на сооружение, как видно из формулы (7.20), зависит от вида динамической нагрузки, величины смещения

сооружения, ускорения движения, размеров и массы сооружения, а также от механических параметров грунта.

Рассмотрим решение для второго этапа при выпирании призмы отпора, для чего составим уравнение динамического равновесия применительно к расчетной схеме, изображенной на рис. 7.8.

На призму выпирания будут действовать следующие силы: динамическая реакция со стороны сооружения, равная  $E_{\Pi}^{\Delta}$  и противоположная по направлению силе давления грунта;

сила динамической реакции от плоскости сползания в состоянии предельного равновесия, отклоняющаяся от направления нормали к плоскости сползания на угол внутреннего трения;

сила инерции призмы отпора  $I_{\Pi}$ , направленная параллельно линии выпирания АС и равная:

$$I_{\Pi} = -m_{\Pi} \frac{1}{\cos \beta} \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (7.21)$$

где  $m_{\Pi}$  — масса призмы отпора;  $d^2 x/dt^2$  — ускорение горизонтального смещения сооружения.

Для упрощения решения задачи условия равновесия призмы отпора составим в виде суммы проекций всех сил, приложенных к призме отпора  $ABC$  на ось  $n$  —  $n$ , перпендикулярную направлению  $R$ :

$$E_{\Pi}^{\Delta} \cos (\beta + \varphi_0) - G_{\Pi} \sin (\beta + \varphi_0) + I_{\Pi} \cos \beta \cos (\beta + \varphi_0) = 0. \quad (7.22)$$

Подставляя значения

$$I_{\Pi} = -\frac{G_{\Pi}}{g} \frac{1}{\cos \beta} \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (7.23)$$

имеем

$$E_{\Pi}^{\Delta} \cos (\beta + \varphi_0) - G_{\Pi} \sin (\beta + \varphi_0) - \frac{G_{\Pi}}{g} \frac{1}{\cos \beta} \frac{d^2 x}{dt^2} \cos \beta \cos (\beta + \varphi_0) = 0, \quad (7.24)$$

откуда

$$E_{\Pi}^{\Delta} = G_{\Pi} \frac{\sin (\beta + \varphi_0)}{\cos (\beta + \varphi_0)} + G_{\Pi} \frac{1}{g} \frac{d^2 x}{dt^2} \frac{\cos (\beta + \varphi_0)}{\cos (\beta + \varphi_0)} \quad (7.25)$$

или

$$E_{\Pi}^{\Delta} = G_{\Pi} \operatorname{tg} (\beta + \varphi_0) + G_{\Pi} \frac{d^2 x}{dt^2} \frac{1}{g}. \quad (7.25a)$$

Обозначая через  $\gamma_{\text{гр}}$  объемную массу грунта,  $g$  — ускорение свободного падения и  $l = h \operatorname{tg} \alpha$ , получим

$$G_{\Pi} = \frac{1}{2} \gamma_{\text{гр}} h^2 b \operatorname{tg} \alpha.$$

Подставляя значение  $G_{\Pi}$  в уравнение (7.25 а), получим

$$E_{\Pi}^{\alpha} = \frac{1}{2} \gamma_{rp} h^2 b \left[ \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} (\beta + \varphi_0) + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{g} \frac{d^2 x}{dt^2} \right]. \quad (7.25б)$$

Как видно из выражения (7.25 б), давление зависит от угла наклона главной плоскости скольжения к горизонту  $\alpha$ , определяемого из условия  $dE_{\Pi}^{\alpha}/d\alpha = 0$ , которое приводится к трансцендентному уравнению.

Для упрощения заменим  $\operatorname{tg} \alpha$  отношением  $l/h$ , в результате чего будем иметь только алгебраические выражения. В итоге вместо  $dE_{\Pi}^{\alpha}/d\alpha = 0$  будем рассматривать  $dE_{\Pi}^{\alpha}/dl = 0$ . Производя преобразования выражения (7.25 б), получим

$$E_{\Pi}^{\alpha} = \frac{1}{2} \gamma_{rp} h b \left( \frac{lh + l^2 \operatorname{tg} \varphi_0}{l - h \operatorname{tg} \varphi_0} + \frac{l}{g} \frac{d^2 x}{dt^2} \right). \quad (7.25в)$$

Для упрощения выражения (7.25в) запишем

$$E_{\Pi}^{\alpha} = \frac{A_1 l^2 + B_1 l}{l - C_1}, \quad (7.25г)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} \gamma_{rp} h b \left( \operatorname{tg} \varphi_0 + \frac{1}{g} \frac{d^2 x}{dt^2} \right); \\ B_1 &= \frac{1}{2} \gamma_{rp} h^2 b \left( 1 - \frac{1}{g} \operatorname{tg} \varphi_0 \frac{d^2 x}{dt^2} \right); \\ C_1 &= h \operatorname{tg} \varphi_0. \end{aligned}$$

Для определения  $l$  необходимо решить следующее уравнение:

$$\frac{dE_{\Pi}^{\alpha}}{dl} = \frac{(l - C_1)(2A_1 l + B_1) - (A_1 l^2 + B_1 l)}{(l - C_1)^2} = 0, \quad (7.26)$$

откуда

$$A_1 l^2 - 2A_1 C_1 l - \bar{C}_1 \bar{B}_1 = 0. \quad (7.27)$$

Решая последнее уравнение, определяем  $l$  и далее  $\operatorname{tg} \alpha \equiv l/h$ , после чего находим угол наклона главной плоскости скольжения  $\alpha$ . Проведенные расчеты и их анализ показали, что значение угла  $\alpha$  для динамической задачи близко к значению угла  $\alpha$  для статической задачи.

К аналогичному выводу пришел Н. К. Снитко при определении активного динамического давления и угла наклона линии сползания грунтовой призмы при действии любой кратковременной нагрузки на поверхности грунта.

Поэтому при определении пассивного динамического давления по выражениям (7.25а) и (7.25б) по аналогии со статической задачей введем в расчетные формулы углы  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2};$$

$$\beta = 45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}.$$

Так как

$$\operatorname{tg}(\beta + \varphi_0) = \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} + \varphi_0\right) = \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) = \operatorname{tg} \alpha,$$

выражение для  $G_{\Pi}$  можно записать так:

$$G_{\Pi} = \frac{1}{2} \gamma_{\text{гр}} h^2 \operatorname{tg}(\beta + \varphi_0) b. \quad (7.28)$$

Подставляя выражение (7.28) в выражение (7.25а), имеем:

$$E_{\Pi}^{\text{п}} = \frac{1}{2} \gamma_{\text{гр}} h^2 \operatorname{tg}(\beta + \varphi_0) b \operatorname{tg}(\beta + \varphi_0) + \frac{1}{2} \gamma_{\text{гр}} h^2 \operatorname{tg}(\beta + \varphi_0) b \frac{d^2 x}{dt^2} \frac{1}{g} \quad (7.25\text{д})$$

или

$$E_{\Pi}^{\text{п}} = \frac{1}{2} \gamma_{\text{гр}} h^2 \operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) b + \frac{1}{2} \gamma_{\text{гр}} h^2 \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) b \frac{d^2 x}{dt^2} \frac{1}{g}. \quad (7.25\text{е})$$

После преобразования получим

$$E_{\Pi}^{\text{п}} = \frac{1}{2} \gamma_{\text{гр}} h^2 \operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) b \left[ 1 + \frac{1}{\operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right)} \frac{d^2 x}{dt^2} \frac{1}{g} \right]. \quad (7.25\text{ж})$$

Пассивное давление для случая статической задачи по Кулону равно:

$$E_{\text{ст}} = \frac{1}{2} \gamma_{\text{гр}} h^2 \operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) b, \quad (7.29)$$

поэтому получим

$$E_{\Pi}^{\text{п}} = E_{\text{ст}} \left[ 1 + \frac{1}{g} \operatorname{ctg}\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) \frac{d^2 x}{dt^2} \right]. \quad (7.25\text{з})$$

Обозначим динамической добавкой выражение

$$\mu_{\text{д}} = \frac{1}{g} \operatorname{ctg}\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}\right) \frac{d^2 x}{dt^2},$$

тогда имеем

$$E_{\Pi}^{\text{п}} = E_{\text{ст}} (1 + \mu_{\text{д}}), \quad (7.25\text{и})$$

где  $1 + \mu_{\text{д}} = k_{\text{д}}$  — коэффициент динамичности.

Отсюда видим, что динамическое пассивное давление равно кулоновскому статическому, умноженному на коэффициент динамич-

ности. Таким образом, мы получили вторую дифференциальную формулу для  $E_n^A$  [первая — формула (7.20)]. Приравняв выражения для  $E_n^A$  по формулам (7.20) и (7.25и), получим следующее дифференциальное уравнение для отыскания  $x$ :

$$P_0(t) - m \frac{d^2 x}{dt^2} - abc_x^0 x = E_{CT} (1 + \mu_D) \quad (7.30)$$

или

$$P_0(t) - m \frac{d^2 x}{dt^2} - abc_x^0 x = E_{CT} + E_{CT} \frac{\operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right)}{g} \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (7.30a)$$

откуда

$$\left[ \frac{E_{CT} \operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right)}{g} + m \right] \frac{d^2 x}{dt^2} + c_x^0 Fx = P_0(t) - E_{CT}. \quad (7.31)$$

Обозначая:

$$\left. \begin{aligned} M_{\text{пр}} &= \frac{E_{CT} \operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right)}{g} + m; \\ F &= ab; \\ P_0(t) - E_{CT} &= P(t), \end{aligned} \right\} \quad (7.32)$$

получим

$$M_{\text{пр}} \frac{d^2 x}{dt^2} + c_x^0 Fx = P(t). \quad (7.33)$$

Решение уравнения (7.33) для случая, когда начальное перемещение  $x_0$  и начальная скорость  $x'_0$  известны, будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 \cos pt + \frac{x'_0}{p} \sin pt + \frac{1}{pM_{\text{пр}}} \int_0^t P(t_1) \sin p(t-t_1) dt_1; \\ x' &= -px_0 \sin pt + x'_0 \cos pt + \frac{1}{M_{\text{пр}}} \int_0^t P(t_1) \cos p(t-t_1) dt_1; \\ x'' &= -p^2 x + \frac{P(t)}{M_{\text{пр}}}, \end{aligned} \right\} \quad (7.34)$$

где  $t$  — момент времени, для которого определяется перемещение массы  $x$ ;  $t_1$  — время, которое рассматривается при интегрировании как независимое переменное, изменяющееся от 0 до  $t$ ;  $M_{\text{пр}}$  — приведенная масса системы призма отпора — сооружение, определяемая по формуле (7.32);  $p$  — круговая частота собственных колебаний системы призма отпора — сооружение.

Формула для определения частоты собственных колебаний системы, полученная в результате решения основного однородного дифференциального уравнения, имеет следующий вид:

$$p = \sqrt{\frac{c_x^0 F}{M_{\text{пп}}}} \quad (7.35)$$

или

$$p = \sqrt{\frac{g c_x^0 F}{E_{\text{ст}} \operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\Phi_0}{2} \right) + mg}}. \quad (7.36)$$

Для основного принятого расчетного случая, когда нагрузка мгновенно возникает при  $t = 0$  и сохраняет свое значение до бесконечности, имеем:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{2P_t}{M_{\text{пп}} p^2} \sin^2 \frac{pt}{2}; \\ x' &= \frac{P_t}{M_{\text{пп}} p} \sin pt; \\ x'' &= \frac{P_t}{M_{\text{пп}}} \cos pt. \end{aligned} \right\} \quad (7.37)$$

Если нагрузка  $P(t)$  изменяется по произвольному закону, то заданный график заменяем схематизированным и решение получаем для каждого интервала отдельно с соблюдением условия сохранения движения системы.

В пределах  $n$ -го интервала перемещение и скорость движения сооружения вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} x_n &= x_{n-1} \cos pt + \frac{x'_{n-1}}{p} \sin pt + \frac{2P_n}{M_{\text{пп}} p^2} \sin^2 \frac{pt}{2}; \\ x'_n &= -x_{n-1} p \sin pt + x'_{n-1} \cos pt + \frac{P_n}{M_{\text{пп}} p} \sin pt; \\ x''_n &= -p^2 x_{n-1} \frac{1}{M_{\text{пп}}} P_n. \end{aligned} \right\} \quad (7.38)$$

По найденному ускорению сооружения  $x''_n$  можно получить общие формулы для пассивного динамического давления  $E_n^{\text{д}}$ , пользуясь формулой (7.25).

При действии внезапно приложенной постоянной нагрузки  $P$  имеем

$$E_n^{\text{д}} = E_{\text{ст}} \left[ 1 + \frac{\operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\Phi_0}{2} \right)}{g} \frac{P_t}{M_{\text{пп}}} \cos pt \right], \quad (7.39)$$

где

$$P_t = P - E_{\text{ст}}. \quad (7.40)$$

Максимальное значение давления получим при  $pt = 0$ , когда  $\cos pt = 1$ ,

$$E_{\text{п}}^{\text{н}} = E_{\text{ст}} \left[ 1 + \frac{\text{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) (P - E_{\text{ст}})}{M_{\text{пп}} g} \right]. \quad (7.39a)$$

Для расчета заглубленных сооружений необходимо знать минимальное значение пассивного давления, так как оно является основным фактором, препятствующим выворачиванию сооружения из грунта. Поэтому расчетное минимальное значение пассивного давления следует находить по выведенным формулам для различных периодов времени путем составления графиков или таблиц.

После определения расчетного динамического пассивного давления расчет ведем по формулам для статической задачи, выведенным в гл. 6.

Расчетное допускаемое значение предельной горизонтальной силы определяем по методике предельных состояний с применением расчетных коэффициентов в следующем порядке.

1. Вычисляем пассивное давление для заданного сооружения и грунта по формуле

$$E_{\text{ст}} = \frac{1}{g} \gamma_{\text{rp}} h^2 \text{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) b \mu_0. \quad (7.41)$$

2. Определяем приведенную массу по формуле

$$M_{\text{пп}} = \frac{E_{\text{ст}} \text{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right)}{g} + m. \quad (7.42)$$

3. Находим круговую частоту собственных колебаний системы призма отпора — грунт

$$p = \left\{ \sqrt{\frac{c_x^0 F}{M_{\text{пп}}}}; \right. \\ \left. F = ab. \right\} \quad (7.43)$$

4. Вычисляем приведенную силу  $P_t$  и ускорение движения системы

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{P_t}{M_{\text{пп}}} \cos pt. \quad (7.44)$$

5. Определяем динамическое пассивное давление

$$E_{\text{п}}^{\text{н}} = E_{\text{ст}} \left[ 1 + \frac{1}{g} \text{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) \frac{d^2 x}{dt^2} \right]. \quad (7.45)$$

В расчет вводим минимальное значение  $E_{п\text{ мин}}^Д$  и вычисляем

$$k_{ц} = \frac{E_{п\text{ мин}}^Д}{E_{ст}}. \quad (7.46)$$

6. Дальнейший расчет по определению предельной горизонтальной силы производим по формулам, приведенным в гл. 7, вводя в них коэффициент динамичности пассивного давления.

Теперь рассмотрим особенности расчета за пределом упругости, когда при больших горизонтальных смещениях сооружения появляются остаточные деформации грунта. Подобную задачу можно рассмотреть на основе разработанного И. М. Рабиновичем метода расчета упругопластической системы с одной степенью свободы.

Придерживаясь данного решения, истинную диаграмму зависимости напряжений сдвига сооружения по грунту от перемещений заменим схематизированной, построенной по аналогии с диаграммой Прандтля. Опыты со сдвигом бетонных массивов по грунту подтверждают приемлемость подобного допущения.

Согласно принятой предпосылке, будем рассматривать упругие деформации  $x_e$  на первом участке, где касательные составляющие напряжений связаны с перемещением сооружения линейной зависимостью.

Предельное значение упругих деформаций обозначим через  $\varepsilon_s$  (см. рис. 5.4).

Когда деформации возрастут и превысят значение  $\varepsilon_s$ , появляются остаточные деформации, которые обозначим через  $x_r$ . Таким образом, полное перемещение сооружения по грунту  $x$  может быть расчленено на две составляющие: упругое перемещение  $x_e$  и остаточное  $x_r$ .

$$x = x_e + x_r. \quad (7.47)$$

Дифференциальное уравнение движения системы при упругих и неупругих смещениях может быть записано в виде

$$M_{пр} \left( \frac{d^2 x_e}{dt^2} + \frac{d^2 x_r}{dt^2} \right) + k_x x_e = P(t), \quad (7.48)$$

где  $k_x$  — жесткость системы в упругой стадии.

Интегрирование этого дифференциального уравнения для упругих и остаточных деформаций должно быть произведено отдельно.

Для первого участка, когда остаточные деформации отсутствуют, дифференциальное уравнение имеет вид:

$$M_{пр} \frac{d^2 x}{dt^2} + k_x x = P(t). \quad (7.49)$$

Интеграл этого уравнения имеет обычный вид:

$$x = x_0 \cos pt + \frac{x'_0}{p} \sin pt + p \delta_{11} \int_0^t P(u) \sin p(t-u) du, \quad (7.50)$$



где  $u$  — время, изменяющееся от 0 до  $t$ ;  $p$  — частота собственных колебаний системы, равная:

$$p = \sqrt{\frac{c_x ab}{M_{\text{пр}}}}. \quad (7.51)$$

Для второго участка, где появляются остаточные деформации, дифференциальное уравнение движения системы будет следующим:

$$M_{\text{пр}} \frac{d^2 x}{dt^2} + k_x \varepsilon_s = P(t). \quad (7.52)$$

Это уравнение решено И. М. Рабиновичем:

$$x = x_0 + x'_0(t - \theta) - \frac{k_x \varepsilon_s}{M_{\text{пр}}} \frac{(t - \theta)^2}{2} + \int_0^t \int_0^t \frac{P(u)}{M_{\text{пр}}} du du, \quad (7.53)$$

где  $\theta$  — момент начала неупругого процесса движения;  $\varepsilon_s$  — предельное упругое горизонтальное смещение сооружения по грунту.

Расчет по полученным формулам производится в следующем порядке.

1. На основании исходных данных устанавливается предельное упругое горизонтальное смещение сооружения по грунту  $\varepsilon_s$ .

2. По формуле (7.50) при  $x = \varepsilon_s$  определяется значение переменной  $t = \theta$ , характеризующей момент начала неупругого процесса движения системы.

3. По найденному значению  $\theta$  и установленному значению  $\varepsilon_s$  для заданного закона изменения нагрузки  $P(t)$  по формуле (7.53) определяется суммарное смещение сооружения  $x$ , что позволяет определить и остаточное смещение  $x_r = x - x_e$ .

4. Двукратным дифференцированием полученного выражения для смещения определяется расчетное ускорение  $d^2x/dt^2$  и затем динамическое пассивное давление.

Дальнейший расчет по определению горизонтальной силы производится по аналогии с рассмотренным выше.

### 3. УТОЧНЕНИЕ К МЕТОДИКЕ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ЗАГЛУБЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ

В некоторых расчетных случаях к сооружению бывают приложены момент, а также горизонтальная сила с эксцентриситетом относительно центра тяжести сооружения. Особенностью динамических уравнений равновесия в этом случае будет то, что в них следует учитывать смещение сооружения  $x$ , параллельное первоначальному положению, а также угол поворота  $\varphi$ .

В данном случае расчетное смещение подошвы сооружения равно разности общего перемещения центра тяжести сооружения по направлению оси  $x$  и смещения, вызванного поворотом  $0,5 h \varphi$  (рис. 7.9). Тогда

$$x_0 = x - 0,5 h \varphi = x - h_0 \varphi, \quad (7.54)$$

где  $h_0 = 0,5 h$ .

С учетом полученного выражения равнодействующая касательных составляющих напряжений по подошве сооружения может быть выражена так:

$$T_1 = c_x^0 ab (x - h_0 \varphi), \quad (7.55)$$

где  $c_x^0$  — обобщенный коэффициент равномерного сдвига на уровне подошвы сооружения;  $a$  и  $b$  — размеры сооружения в плане.

Порядок решения задачи в данном случае сохраняем аналогичным рассмотренному для двух этапов.

На первом этапе рассмотрим условия перемещения сооружения с учетом поворота и получим общее выражение для динамического пассивного давления грунта  $E_{пф}^д$  в зависимости от линейного и углового ускорений перемещений сооружения.

На втором этапе рассмотрим аналогичные условия выпирания призмы отпора и получим выражение для динамического пассивного давления с учетом линейного и углового ускорений движения призмы отпора.

При решении задачи, как и раньше, вводим в расчет силы, действующие на сооружение и призму отпора в стадии предельного сопротивления грунта.

Динамические уравнения равновесия будут иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 x}{dt^2} &= X; \\ \theta_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= L, \end{aligned} \right\} \quad (7.56)$$

где  $X$  — сумма проекций на ось  $OX$  всех действующих на сооружение внешних сил;  $L$  — сумма моментов этих сил относительно оси  $OY$ ;  $\theta_0$  — момент инерции сооружения относительно оси  $OY$ , проходящей через центр его тяжести перпендикулярно плоскости колебаний;  $x$  и  $\varphi$  — соответственно горизонтальное смещение центра тяжести и угол поворота сооружения в данный момент.

В отличие от ранее полученного динамическое пассивное давление в данном случае зависит не только от смещения  $x$ , но и от угла поворота сооружения  $\varphi$ .

Формула для пассивного динамического давления имеет следующий вид:

$$E_{пф}^д = E_{ст} \left[ 1 + \frac{1}{g} \operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) \frac{d^2 x}{dt^2} + \right.$$

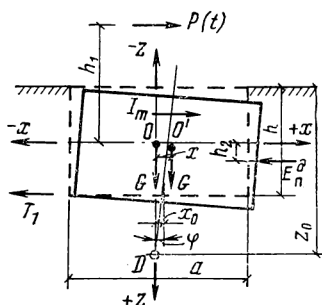


Рис. 7.9. Расчетная схема перемещения сооружения в грунте при учете его поворота

$$+\frac{h_y}{g} \operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \Big], \quad (7.57)$$

где  $h_y$  — расстояние между центрами масс сооружения и призмы отпора.

В результате решения уравнений (7.56) вычисляются расчетные значения линейных и угловых ускорений  $d^2x/dt^2$  и  $d^2\varphi/dt^2$ , затем динамическое пассивное давление.

Дальнейшее решение производится по аналогии с рассмотренным выше.

**Пример 7.** Определить динамическое пассивное давление грунта, если заглубленное сооружение подвержено воздействию мгновенно приложенной горизонтальной силы  $P = 120$  кН. Размеры сооружения  $a = b = 1$  м,  $h = 2$  м, масса 4800 кг, параметры грунта:  $\gamma = 1,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $c_x^0 = 5 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>.

Для упрощения расчета принято, что сооружение смещается параллельно первоначальному положению.

Вычисляем значение динамического пассивного давления по формуле (7.45).

Имея в виду, что

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{P - E_{\text{ст}}}{M_{\text{пр}}} \cos pt,$$

получим

$$E_{\text{п}}^{\text{д}} = E_{\text{ст}} \left[ 1 + \frac{\operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right)}{g} \frac{P - E_{\text{ст}}}{M_{\text{пр}}} \cos pt \right].$$

Подставляя значения составляющих величин, получим

$$E_{\text{п}}^{\text{д}} = E_{\text{ст}} (1 + 0,18 \cos 70t) = 10,2 (1 + 0,18 \cos 70t).$$

Для определения минимальных значений  $E_{\text{п}}^{\text{д}}$  в соответствии с приведенной выше формулой составим табл. 7.1.

Таблица 7.1

$t, \text{ с}$	$\cos 70 t$	$0,18 \cos 70 t$	$k_{\text{д}} = \frac{E_{\text{п}}^{\text{д}}}{E_{\text{ст}}}$
0	1	0,18	1,18
0,1	0,77	0,14	1,14
0,2	0,17	0,03	1,03
0,3	-0,5	-0,09	0,91
0,4	-0,93	-0,17	0,83
0,5	-0,93	-0,17	0,83
0,6	-0,5	-0,09	0,91
0,7	0,17	0,03	1,03
0,8	0,77	0,14	1,14
0,9	1	0,18	1,18
1	0,77	0,14	1,14

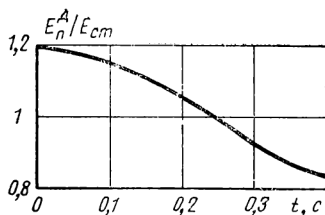
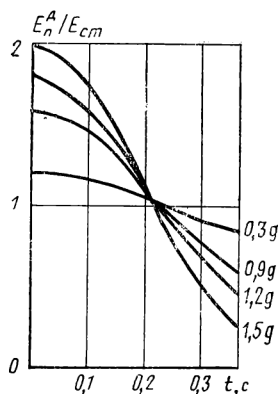


Рис. 7.10. График изменения динамического пассивного давления

Рис. 7.11. Зависимость динамического пассивного давления от ускорения движения сооружения и призмы отпора



По данным табл. 7.1 построена кривая (рис. 7.10). Как видно из этого рисунка, динамическое пассивное давление в различные периоды времени может быть больше и меньше статического пассивного давления, вычисленного по формуле Кулона. Максимальное динамическое давление равно  $1,18 E_{ст}$  (где  $E_{ст}$  — пассивное давление, определенное по формулам Кулона), а минимальное —  $0,83 E_{ст}$ . Следовательно, в расчет необходимо вводить минимальное значение пассивного давления.

Проделанные расчеты показывают, что динамическое пассивное давление существенно зависит от ускорения движения сооружения и призмы отпора, которое определяется конструкцией сооружения, характером закона нарастания внешней нагрузки и ее значением.

С целью иллюстрации этой зависимости выполнены расчеты для различных ускорений по формуле (7.45). Результаты расчетов для различных значений отношений  $\bar{a}/g$  приведены в виде кривых  $\bar{a} = d^2x/dt^2$  (рис. 7.11). Как видно из рисунка, динамическое пассивное давление может меняться в весьма широких пределах в зависимости от ускорения движения сооружения и призмы отпора. Оно может быть больше и меньше пассивного давления, подсчитанного по формулам Кулона.

Выполненный анализ свидетельствует о большой важности расчета сооружений, заглубленных в грунт, по предельному состоянию, так как позволяет выявить фактические запасы устойчивости сооружений.

### **ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ГРУНТОВ, ВХОДЯЩИЕ В ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ЗАГЛУБЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ, И МЕТОДИКА ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ**

---

#### **1. ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ СПОСОБНОСТЬ ГРУНТОВ ВОСПРИНИМАТЬ НАГРУЗКИ**

Точность построенных на теоретических выкладках (см. предыдущие главы) расчетов заглубленных в грунт сооружений существенно зависит от правильности выбора основных физико-механических характеристик грунта, входящих в расчетные формулы. Обоснованному выбору этих характеристик необходимо уделять большое внимание.

Грунт представляет собой трехкомпонентную среду, состоящую из твердых частиц, воды и воздуха. Твердые частицы образуют скелет грунта, а вода и воздух заполняют промежутки между зернами — поры грунта. При воздействии нагрузок вода и воздух выжимаются из пор грунта, вследствие чего меняются и механические свойства грунтов. Большое значение при этом имеет продолжительность воздействия нагрузок.

При длительных статических нагрузках вода и воздух почти полностью выжимаются из пор, вследствие чего состав грунта меняется; при кратковременных динамических нагрузках вода и воздух отжимаются из пор не полностью, вследствие чего состав грунта меняется в меньшей мере.

Важной характеристикой грунта является его гранулометрический состав, характеризующий относительное содержание в нем частиц разных размеров. В зависимости от процентного содержания в грунтах глинистой фракции — частиц диаметром меньше 0,005 мм Н. А. Цытович рекомендует следующую упрощенную классификацию грунтов по гранулометрическому составу и числу пластичности (табл. 8.1).

Рассмотренные физические характеристики тесно связаны с механическими свойствами грунтов, определяющими способность грунта воспринимать и передавать внешние воздействия.

В отличие от физических характеристик, определяющих свойства грунта в условиях естественного залегания, механические свойства характеризуют поведение грунта при воздействии на него нагрузок и зависят от прочностных и деформативных характеристик.

Т а б л и ц а 8.1

Грунты	Содержание глинистых частиц в % по массе	Число пластичности
Глина . . . . .	> 30	> 17
Суглинок . . . . .	30—10	7—17
Супесь . . . . .	10—3	1—7
Песок . . . . .	< 3	Не раскатывается

Прочностные характеристики определяют способность грунта воспринимать внешнюю нагрузку, деформативные — его способность при нагружении менять форму сложения и объем.

К прочностным характеристикам относятся: временное сопротивление сжатию, растяжению, сдвигу; угол внутреннего трения, коэффициент внутреннего трения и коэффициент сцепления.

К деформативным характеристикам относятся: модуль упругости, модуль общей деформации, коэффициент поперечной деформации  $\mu$  (коэффициент Пуассона), коэффициент бокового давления  $\xi$ , модуль объемного сжатия, модуль сдвига, коэффициенты упругого отпора.

Для получения характеристик механических свойств грунтов проводятся испытания грунтов, в результате которых определяются:

законы сжимаемости — зависимости между действующими нормальными напряжениями и соответствующими объемными деформациями или изменением коэффициента пористости;

законы сдвига — зависимости между касательными напряжениями и деформациями сдвига;

условия прочности грунтов, определяющие предельное соотношение между нормальными и касательными напряжениями в грунте по площадкам скольжения.

Для определения механических характеристик грунтов применяются различные методы испытаний, которые можно подразделить на статические и динамические.

При статических методах изучение напряженного состояния и деформаций грунтов производится при воздействии статических нагрузок, не меняющихся во времени или меняющихся весьма медленно, при динамических — различного рода динамических нагрузок (вибрационных, импульсных, ударных).

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЖИМАЕМОСТИ, СДВИГА И ПРОЧНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ГРУНТА

**Сжимаемостью грунтов** называется их свойство изменять свое строение под влиянием внешних воздействий. Сжимаемость грунтов определяется как в лабораторных, так и в полевых условиях. При испытаниях к грунту прикладывают вертикальные давления и измеряют деформации. В результате испытаний получают экспе-

риментальную зависимость нормального напряжения  $\sigma$  от деформации  $e$

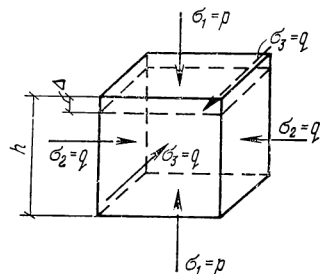
$$\sigma = f(e). \quad (8.1)$$

Связь между напряжением  $\sigma$  и деформацией  $e$  носит линейный или нелинейный характер, а коэффициенты пропорциональности зависят от характера напряженного состояния среды.

В зависимости от характера напряженного состояния, которое создается в грунтах при испытании, различают одноосное деформирование и одноосное напряженное состояние.

Одноосное деформированное состояние соответствует сжатию грунта при отсутствии его бокового расширения. В лабораторных условиях это достигается сжатием грунта внутри полого цилиндра с недеформируемыми стенками. В полевых условиях подобное состояние достигается сжатием безграничного по всем направлениям слоя грунта равномерно распределенной нагрузкой. Подобное состояние встречается и в природе, когда породы, залегающие на большой глубине, подвержены одинаковому давлению вышележащих слоев.

Рис. 8.1. Напряжения и деформации образца грунта в случае одноосного деформированного состояния



Характерным для одноосного деформированного состояния является плоское одномерное движение, при котором все частицы грунта перемещаются

прямолинейно и параллельно. В этом случае деформация  $e$  зависит только от одной координаты — расстояния от начального сечения.

Одноосное напряженное состояние соответствует сжатию грунта при наличии бокового расширения. Такое состояние достигается в лабораторных условиях в приборе трехосного сжатия, а также и при полевых испытаниях, при которых происходит частичное боковое расширение грунта.

Закон сжимаемости в случае одноосного деформированного состояния и одноосного напряженного состояния может быть получен на основании формул обобщенного закона Гука, который определяет связь между главными напряжениями и главными деформациями в следующем виде (рис. 8.1):

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)]; \\ e_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu (\sigma_1 + \sigma_3)]; \\ e_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu (\sigma_1 + \sigma_2)], \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

где  $E$  — модуль общей деформации грунта, учитывающий упругие и остаточные деформации грунта;  $\mu$  — коэффициент Пуассона

В случае одноосного напряженного состояния  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ;  $e_2 \neq 0$ ;  $e_3 \neq 0$ , поэтому связь между напряжением и деформацией имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= E e_1; \\ e_2 &= e_3 = -\mu \frac{\sigma_1}{E} \end{aligned} \right\} \quad (8.3)$$

При одноосном деформированном состоянии, когда деформации грунта в горизонтальном направлении отсутствуют,

$$e_2 = e_3 = 0; \sigma_2 \neq 0; \sigma_3 \neq 0,$$

имеем:

$$e_2 = e_3 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu (\sigma_1 + \sigma_2)] = \frac{1}{E} [(1 - \mu) g - \mu p] = 0. \quad (8.4)$$

Так как  $1/E$  не равно нулю, то нулю равно выражение в квадратных скобках

$$(1 - \mu) g - \mu p = 0, \quad (8.5)$$

откуда

$$\sigma_2 = \sigma_3 = g = \frac{\mu}{1 - \mu} p = \xi p, \quad (8.6)$$

где  $\xi$  — коэффициент бокового давления грунта.

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - 2\mu g] = \frac{1}{E} \left( p - 2\mu \frac{\mu}{1 - \mu} p \right) = \\ &= \frac{p}{E} \left( 1 - \frac{2\mu^2}{1 - \mu} \right) = \frac{p}{E} \beta = \frac{p}{E_0}, \\ \beta &= 1 - \frac{2\mu^2}{1 - \mu} = \frac{(1 - \xi)(1 + 2\xi)}{1 + \xi}; \\ E_0 &= \frac{E}{\beta} \quad \text{или} \quad E = \beta E_0. \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

Величина  $\beta$  является переходным коэффициентом от модуля деформации  $E_0$ , соответствующего сжатию грунта в условиях одноосного деформированного состояния ( $e_2 = e_3 = 0$ ), к модулю общей деформации  $E$ , соответствующему сжатию грунта в условиях одноосного напряженного состояния ( $e_2 \neq 0$ ;  $e_3 \neq 0$ ).

Значения коэффициента  $\beta$  вычисляются по найденным значениям  $\xi$  или  $\mu$ .



На основании выведенных формул следует, что при испытании грунта в условиях одноосного деформированного состояния модуль общей деформации определяется по формуле

$$E = \frac{1+\xi}{a} \beta, \quad (8.8)$$

а при испытании грунта в условиях одноосного напряженного состояния — по формуле

$$E = \frac{p}{e} \beta, \quad (8.9)$$

где  $e$  — относительная деформация образца ( $e = \Delta/h$ , здесь  $\Delta$  — величина абсолютной вертикальной деформации образца;  $h$  — высота образца);  $p$  — вертикальное давление.

Коэффициент пористости  $\xi$  определяется по формуле

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_0 - e(1 + \varepsilon_0); \\ \varepsilon_0 &= \frac{n}{1-n}; \quad a = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{p_2 - p_1}, \end{aligned} \right\} \quad (8.10)$$

где  $\varepsilon_0$  — коэффициент пористости для начального состояния (до приложения нагрузки, когда  $\varepsilon_1 = 0$ );  $n$  — пористость грунта, определяемая на основании данных лабораторного анализа;  $a$  — коэффициент сжимаемости грунта в данном интервале изменения давления (от  $p_2$  до  $p_1$ ).

Как видно из выражения (8.3) и (8.7), связь между напряжением  $\sigma_1$  и соответствующей деформацией  $e_1$  имеет одинаковый вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= E e_1; \\ \sigma_1 &= E_0 e_1. \end{aligned} \right\} \quad (8.11)$$

Однако значение коэффициентов пропорциональности в этих выражениях различно. В случае одноосного напряженного состояния коэффициент пропорциональности равен модулю общей деформации грунта  $E$ , а в случае одноосного деформированного состояния —  $E_0$ , определяемому по формуле (8.7).

Для определения сжимаемости грунтов в лабораторных условиях из грунтового массива вырезаются образцы с ненарушенной структурой. Образцы глинистых и лёссовых грунтов обладают достаточным сцеплением и при доставке их в лабораторию не рассыпаются; для сохранения постоянной влажности их поверхности парафинируются. Если сцепление недостаточно, что характерно для песчаных грунтов, то образцы доставляются в лабораторию в сыпучем состоянии; в этом случае начальная пористость и влажность создаются искусственно (например, необходимая пористость может быть достигнута трамбованием или вибрацией образцов грунта).

Испытание на одноосное сжатие без возможности бокового расширения производится в специальных компрессионных приборах — одометрах — цилиндрах с недеформируемыми стенками (рис. 8.2, а). Нижний конец цилиндра одометра имеет неподвижное днище, а в верхней части цилиндра устанавливается подвижный поршень. Образец грунта диаметром, равным внутреннему диаметру цилиндра

$d$ , и высотой  $h$  устанавливается в пространство между стенкой и поршнем. К поршню прикладывается нагрузка, вызывающая сжатие грунта. Для определения напряжения в дне цилиндра и в поршне монтируются датчики давления. При испытаниях нагрузки и деформации образца измеряют по значениям осадки поршня  $\Delta h$ . По значению  $e = \Delta h/h$  определяется относительная деформация грунтового образца.

Испытания в условиях пространственного напряженного состояния при возможности бокового расширения производят в специальных приборах или всестороннего (рис. 8.2, б), или трехосного (рис. 8.2, в) сжатия — стабилметрах. В первом случае образец грунта, защищенный герметичной оболочкой, помещается внутрь герметического сосуда, заполненного жидкостью. При сжатии поршнем жидкость передает давление на образец, который в этих усло-

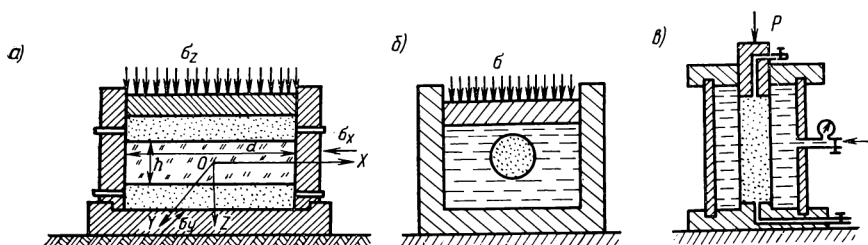


Рис. 8.2. Схема приборов для определения сжимаемости грунта

виях испытывает всестороннее равномерное сжатие. Объемная деформация образца определяется по величине осадки поршня. В таких приборах устранено влияние трения о стенки прибора, которые сказываются при испытаниях на приборах одноосного сжатия.

Во втором случае образец грунта в тонкой резиновой оболочке помещается в камеру с жидкостью, нагнетаемой под заданным давлением, сжатие образца производится поршнем, имеющим отверстия для оттока воды из исследуемого образца, такие же отверстия имеются и в днище прибора.

Вертикальные статические нагрузки создаются пригрузкой грузами и с помощью рычажной системы. Динамические нагрузки создаются с помощью специальных установок или копров. Для определения сжимаемости грунтов в полевых условиях применяют метод нагружения штампов пробными статическими нагрузками; при динамических нагрузках применяют ударные установки или производят взрывы. По результатам лабораторных и полевых испытаний строятся зависимости между нормальными напряжениями  $\sigma$  и относительными деформациями  $e$ , называемые диаграммами одноосного или всестороннего сжатия грунта  $\sigma - e$  при его нагружении и разгрузении.

Сжимаемость грунтов, обусловленная изменением их пористости, а следовательно, и общего объема, под действием статических и динамических нагрузок имеет различный характер.

При воздействии статических нагрузок происходят уплотнение грунтового скелета, частичное отжатие и удаление из грунта воды и воздуха, вследствие чего сжимаемость грунтов зависит только от сжимаемости скелета грунта, а вода и воздух не воспринимают нагрузку. При действии кратковременных динамических ударных или импульсных нагрузок грунт не изменяет свой состав, а содержание минеральных частиц, воды и воздуха остается неизменным. В неводонасыщенных грунтах нагрузку воспринимают твердые минеральные частицы, а в водонасыщенных — смесь воды с воздухом, а также твердые минеральные частицы (при больших давлениях). Таким образом, поведение грунтов при статических и динамических нагрузках различно и характеризуется различными экспериментальными зависимостями напряжений от деформаций  $\sigma = \sigma(e)$ .

Характерная диаграмма одноосного сжатия грунта статической нагрузкой показана на рис. 8.3. Она имеет ветвь нагружения (участок *oab*) и ветвь разгрузки (участок *bc*). Ветвь нагружения обращена выпуклостью к оси  $\sigma$ , а ветвь разгрузки — к оси  $e$ . При малых давлениях ветвь нагружения характеризуется линейной зависимостью между напряжениями и деформациями; при более высоких давлениях эта зависимость носит нелинейный характер.

Деформации грунтов уже при сравнительно небольших давлениях не являются в полной мере упругими. Существенная доля  $e_0$  общей деформации  $e_d$  под нагрузкой не восстанавливается после полной разгрузки. Модуль деформации грунта в отличие от модуля упругости характеризует как упругие  $e_y$ , так и остаточные  $e_0$  общие деформации. По диаграмме сжатия определяют модуль упругости грунта  $E_y$  и модули деформации грунтов при нагружении  $E$  и разгрузке  $E_p$ .

Значение модуля упругости определяется углом наклона  $\alpha_y$  касательной к ветви нагружения, в пределах которого деформации грунта имеют упругий характер. Значение модуля деформации определяется углом наклона к оси деформаций касательной к ветви нагружения в точке с заданным напряжением (см. рис. 8.3).

$$E = \frac{d\sigma}{de} = \operatorname{tg} \alpha_y. \quad (8.12)$$

Модуль деформации при разгрузке грунта  $E_p$  определяется аналогично.

По диаграмме сжатия определяют также и коэффициент постели для участка, где деформации носят упругий характер, и для участка, где деформации имеют как упругую  $e_y$ , так и остаточную  $e_0$  часть (см. рис. 8.3). В обоих случаях значение коэффициента постели определяется как частное от деления напряжения на деформацию. Характерный вид диаграмм сжатия грунтов динамическими нагрузками показан на рис. 8.4, *а, б*. Диаграмма сжатия для неводонасыщенного грунта (см. рис. 8.4, *а*) имеет ветвь нагружения и ветвь разгрузки. Ветвь нагружения при малых напряжениях обращена выпуклостью к оси  $\sigma$  (участок *ob*) при больших к оси  $e$ ; ветвь разгрузки обращена выпуклостью в сторону оси  $e$ . При малых давлениях,

когда скелет грунта не разрушается, ветвь нагружения характеризуется линейной зависимостью между напряжениями и деформациями. При более высоких давлениях происходят разрушение отдельных частиц грунта, переупаковка всего грунтового скелета, в результате чего связь между напряжениями и деформациями становится нелинейной.

Диаграмма сжатия для водонасыщенного грунта (рис. 8.4, б) имеет выпуклость только в сторону оси  $e$ ; ветвь нагружения и ветвь разгрузки практически совпадают друг с другом. Отсутствие участка

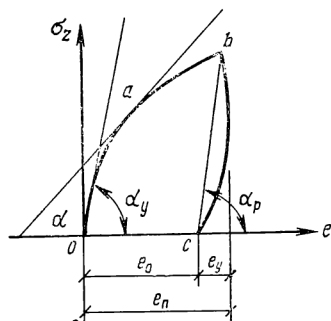


Рис. 8.3. Диаграмма одноосного сжатия грунта

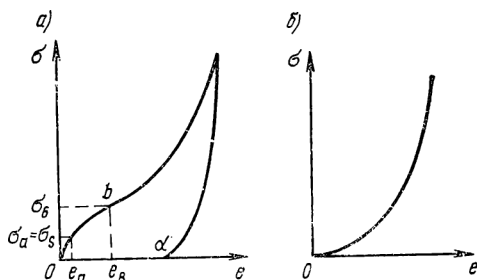


Рис. 8.4. Зависимость напряжения от деформации

а — для неводонасыщенного грунта; б — для водонасыщенного грунта

ветви нагружения с выпуклостью к оси  $\sigma$  объясняется тем, что в водонасыщенных грунтах цементирующие действия пленок солей и силы трения между частицами уменьшаются и переупаковка частиц грунта наблюдается и при весьма малых динамических нагрузках.

Анализ диаграмм сжатия грунтов при воздействии статических и динамических нагрузок показывает большое влияние скорости изменения напряженного состояния на деформационные свойства грунтов. Многочисленными опытами доказано, что характер кривых  $\sigma = f(e)$  зависит от скорости деформации  $de/dt$ . Каждой скорости деформации  $de/dt$  соответствует определенная кривая нагрузки. Г. М. Ляховым [40] установлено, что в общем случае зависимость напряжений от деформации в грунтах при разных значениях скорости деформации может быть изображена семейством кривых (рис. 8.5). Кривая 1 соответствует медленному статическому сжатию грунта, когда скорость нагружения мала  $de/dt \rightarrow 0$ ; для песчаных грунтов действие нагрузки измеряется несколькими часами, а для глинистых — несколькими сутками. Увеличение скорости нагружения вызывает поднятие кривой нагрузки — кривые 2, 3. При мгновенном приложении динамической нагрузки, так называемом ударном нагружении, т. е. при  $de/dt \rightarrow \infty$ , кривая нагрузки 4 занимает наивысшее положение. Как видно из рассмотрения семейства кривых, скорость деформации  $de/dt$  существенно влияет на величину деформации. При увеличении скорости нагружения величина

деформации уменьшается. Таким образом, все кривые нагрузок в общем семействе кривых расположены между двумя предельными кривыми, соответствующими статическому сжатию и ударному нагружению. При медленном статическом нагружении величина деформаций максимальна, а при динамическом ударном минимальна.

На рис. 8.6 показаны опытные зависимости  $\sigma = f(e)$  одноосного сжатия образца пылеватых суглинков при различных скоростях нагружения (от 0,05 до 2200 кг/(см<sup>2</sup>·мин), полученные Н. Д. Красниковым [35]. Из рассмотрения диаграмм видно интенсивное уменьше-

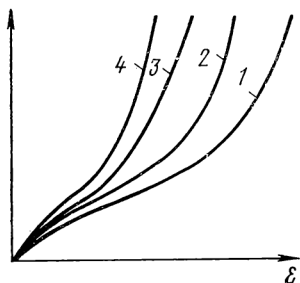
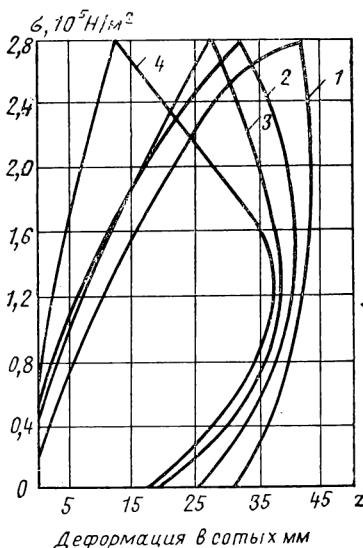


Рис. 8.5. Зависимость напряжений от деформации в грунтах при разных значениях скорости деформации (в опытах Г. М. Ляхова)

Рис. 8.6. Диаграмма  $\sigma - e$  сжатия связного грунта при разных скоростях нагружения (в опытах Н. Д. Красникова)

1 — при 2,4 кг/(см<sup>2</sup>·мин); 2 — при 20 кг/(см<sup>2</sup>·мин); 3 — при 200 кг/(см<sup>2</sup>·мин); 4 — при 2200 кг/(см<sup>2</sup>·мин)



ние деформаций при  $d\sigma/dt$ , не превышающих 2,4 кг/(см<sup>2</sup>·мин) При  $d\sigma/dt < 0,54$  кг/(см<sup>2</sup>·мин) и  $d\sigma/dt > 20$  кг/(см<sup>2</sup>·мин) влияние скорости изменения напряженного состояния на деформационные свойства грунтов практически не сказывалось.

Н. Я. Хархута установил, что скорость нагружения значительно влияет на деформационные свойства грунтов при  $0,1 \leq d\sigma/dt \leq 20 \dots 30$  кг/(см<sup>2</sup>·мин) [81]. Вне этих пределов деформационные свойства связных грунтов очень мало зависят от скорости изменения напряженного состояния.

Приведенные примеры говорят о большом влиянии скорости изменения напряженного состояния на деформационные свойства грунтов. В нормативной литературе рекомендаций по выбору режимов нагружения не приводится. Поэтому их следует выбирать с учетом скорости приложения расчетных нагрузок.

Диаграммы сжатия грунта при динамическом нагружении позволяют определить механические характеристики грунта: модуль упругости, модуль деформации, коэффициент постели, коэффициент

ты упругого сжатия, применяемые в динамических расчетах сооружений, заглубленных в грунт.

**При воздействии внешних нагрузок** на грунт помимо нормальных действуют и касательные напряжения, вызывающие сдвиг. Законы сдвига грунтов исследуются с помощью срезных приборов, позволяющих экспериментальным путем получить зависимость между касательными напряжениями и деформациями сдвига. Прибор однополосного сдвига (рис. 8.7) имеет верхнюю и нижнюю каретки, между которыми помещен образец грунта. К образцу грунта прикладывается вертикальная нагрузка, а после того как прекратятся де-

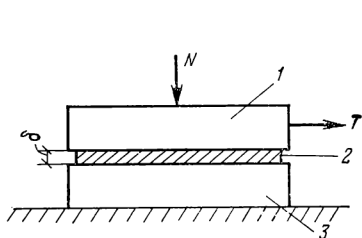


Рис. 8.7. Схема прибора однополосного сдвига грунта  
1 — верхняя каретка; 2 — образец грунта; 3 — нижняя каретка

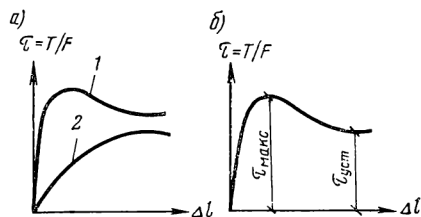


Рис. 8.8. Диаграмма сдвига грунта  
1 — плотный песок; 2 — рыхлый песок

формации образца от этой нагрузки, — горизонтальная нагрузка, которая увеличивается постепенно с выдерживанием каждой ступени до затухания деформации вплоть до наступления момента сдвига.

По результатам испытаний строят диаграммы сдвига, по оси ординат которых откладывают касательные напряжения  $\tau = T/F$  ( $F$  — площадь поперечного сечения образца), а по оси абсцисс — горизонтальные смещения образца  $e_r$ . Диаграммы сдвига грунтов могут быть двух видов. Для плотных песков и связных грунтов сопротивление сдвигу вначале возрастает, а затем уменьшается (рис. 8.8, а), для рыхлых песков сопротивление сдвигу все время возрастает вплоть до наступления момента сдвига (рис. 8.8, б). Различный характер деформаций объясняется влиянием сил сцепления. В плотных песках и связных грунтах для преодоления сил сцепления необходимы раздвижка и поднятие твердых частиц, приводящие к уменьшению сопротивления грунта сдвигу (см. рис. 8.8).

Исследование сдвига производят также с бетонными образцами, сдвигаемыми по грунту. Так, автор книги проводил опыты с бетонными монолитными массивами массой до 65 кг в прямоугольном металлическом лотке.

Для того чтобы к бетонным массивам, установленным на поверхности грунта в лотке, можно было прикладывать горизонтальные силы, было смонтировано тяговое устройство, выполненное из речного домкрата на усилии 3000 Н, закрепленного за анкер из двух рельсов, которые были заделаны неподвижно в бетонный пол. Гори-

горизонтальная сила измерялась динамометром. В процессе опытов создавалось различное давление на грунт.

Для измерения смещений массивов была применена система индикаторов часового типа II класса точности, допускавшая измерения с точностью отсчета 0,01 мм. Индикаторы, замеряющие горизонтальные перемещения массивов, располагались с их задней стороны на специальных кронштейнах, которые укреплялись на планке из уголкового стали, жестко связанной с бортами лотка. Для измерения вертикальных осадок массивов применялись два индикатора, также жестко связанные с бортами лотка с помощью специальных стоек. Опыты проводились с кварцевым мелкозернистым и крупнозернистым песком.

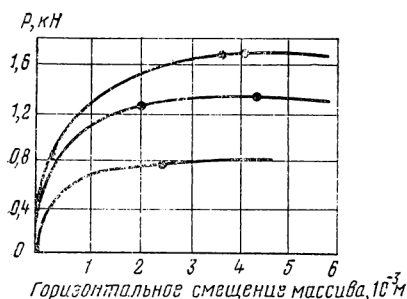


Рис. 8.9. Зависимость действующей на массив горизонтальной силы от горизонтального смещения

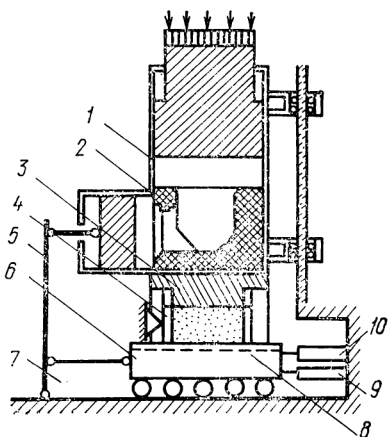


Рис. 8.10. Схема устройства прибора ТД-П

1 — блок гидроцилиндра; 2 — соединительная шайба; 3 — распределительная плита с тензодатчиком давления; 4 — грунтонасос; 5 — рычаг; 6 — подвижная каретка; 7 — основание прибора; 8 — датчик трения; 9 — датчик перемещения; 10 — датчик скорости

Каждый опыт начинался с загрузки лотка песком слоями по 5 см с тщательной трамбовкой и поливкой водой в том случае, когда требовалось создать различную влажность песка. Далее производилась установка бетонных массивов. После стабилизации осадки прикладывалась горизонтальная сила ступенями по 100—200 Н. При достижении предельной величины горизонтальной нагрузки, когда дальнейшее вращение рукоятки тягового домкрата не давало повышения горизонтального усилия, а вызывало только увеличение смещения массива, работа домкрата прекращалась. В некоторых опытах наряду с постепенным увеличением горизонтальной силы производилась разгрузка массивов до нуля каждый раз перед новым увеличением силы, вплоть до срыва массивов. Это позволило измерить остаточные и восстанавливающиеся смещения.

На рис. 8.9 приведены кривые зависимости между действующей на массив горизонтальной силой и горизонтальными смещениями.

Анализ выполненных опытов позволяет установить следующее. Во всех случаях зависимость между горизонтальным смещением и вызывающей его сдвигающей силой изображается кривой параболического типа, проходящей через начало координат и переходящей в горизонтальную или наклонную линию после достижения сдвигающей силой предельного состояния. На этой кривой в области малых нагрузок можно условно выделить участок прямо пропорциональной зависимости между нагрузкой и смещением. Этот участок характеризует упругую и упругопластическую стадии смещения массива; он, как правило, очень мал и не превышает нескольких процентов предельной нагрузки, соответствующей срыву массивов. Исследованиями установлено, что сопротивление сдвигу зависит от плотности, влажности, цементационных связей и нормальных напряжений, что необходимо учитывать при проведении испытаний.

Условия сдвига грунта при динамических нагрузках отличаются от условий сдвига при рассмотренных выше статических нагрузках. Сдвиг грунтов при динамических нагрузках происходит в условиях напряженного состояния массива, изменяющегося во времени; существенное значение имеет скорость смещения грунта. Вопросы сдвига грунта при действии кратковременных динамических нагрузок изучены в настоящее время недостаточно. Представляют большой научный и практический интерес исследования динамических касательных напряжений, возникающих при скольжении грунта по бетону, выполненные В. В. Мельниковым [71]. Прибор, с помощью которого проводились исследования (рис. 8.10), состоит из блока гидроцилиндра с поршнями, внутренняя полость которых заполнена маслом, грунтонасоса, подвижной каретки и рычага, смонтированного на основании. Нагрузка на образец грунта, находящегося в грунтонасосе, создается ударом по поршню вертикального цилиндра; одновременно вследствие передачи давления на горизонтальный поршень приходит в движение и смещается относительно образца грунта подвижная каретка. Касательные напряжения, развивающиеся на контакте грунта с подвижной кареткой, замеряются с помощью специального датчика трения; одновременно датчиками замеряются величины и скорости смещения каретки, перемещение распределительной плиты, нормальные напряжения.

Исследования В. В. Мельникова показывают, что на касательные напряжения влияют нормальные напряжения, влажность грунта, вид контактной поверхности (ее шероховатость) и скорость смещения контактной поверхности.

**Предельное сопротивление грунтов сдвигу и условия прочности грунтов** определяются экспериментальным путем по значению предельного соотношения между нормальными и касательными напряжениями. Значение предельного соотношения определяется из испытаний одинаковых образцов на сдвиг. Предельное значение касательных напряжений соответствует условиям испытаний, когда горизонтальное смещение образца непрерывно возрастает без дальнейшего увеличения нагрузки. По результатам испытаний строят



диаграммы зависимости касательных напряжений от нормальных  $\tau = f(\sigma)$ , рис. 8.11. Для несвязных (песчаных) грунтов диаграмма имеет вид прямой, проходящей через начало координат под углом  $\varphi$  к оси  $\sigma$ . Зависимость  $\tau = f(\sigma)$  имеет вид:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi. \quad (8.13)$$

Для связных (глинистых) грунтов диаграмма имеет вид криволинейной кривой, которая для удобства расчета заменяется прямой. Зависимость  $\tau = f(\sigma)$  имеет вид:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (8.14)$$

где  $\varphi$  — угол внутреннего трения;  $c$  — коэффициент сцепления;  $f = \operatorname{tg} \varphi$  — коэффициент внутреннего трения.

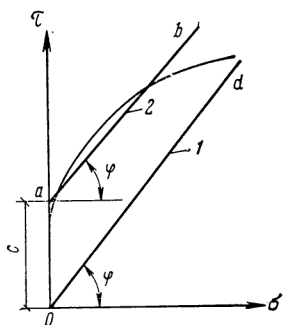


Рис. 8.11. Зависимость  $\tau = f(\sigma)$   
1 — песчаные грунты; 2 — связные грунты

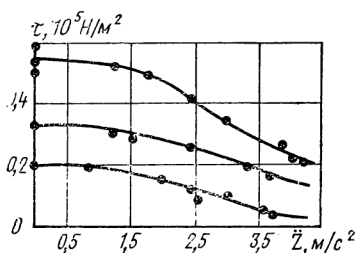


Рис. 8.12. Зависимость сопротивления сдвигу различно нагруженных образцов грунта от ускорения колебаний (в опытах В. А. Ершова и Се-Дин-Иня)

Предельное сопротивление грунтов сдвигу в условиях динамических нагрузок имеет особенности. Экспериментальные исследования, выполненные на сдвиговых приборах, установленных на вибростолах, показывают, что при вибрациях сопротивление грунтов сдвигу уменьшается вследствие изменения свойств грунта и его напряженного состояния.

Так, опытами В. А. Ершова и Се-Дин-Иня [83] установлено постепенное снижение сопротивления песчаных грунтов сдвигу при вибрациях (рис. 8.12), которое можно описать зависимостью

$$\tau = \tau_0 e^{-x(\ddot{z} - \ddot{z}_0)}, \quad (8.15)$$

где  $\tau$  — сопротивление сдвигу при  $\ddot{z} > \ddot{z}_0$  (причем  $\ddot{z}$  — ускорение колебаний при данной возмущающей силе, а  $\ddot{z}_0$  — начальное ускорение, до которого не происходит еще изменений сопротивления сдвигу);  $\tau_0$  — сопротивление сдвигу при статических нагрузках;  $x$  — постоянный коэффициент, равный  $0,003 \text{ с}^2/\text{см}$  для мелкозернистого и  $0,0025 \text{ с}^2/\text{см}$  для среднезернистого песка.

Изучению свойств грунтов при действии динамических вибрационных нагрузок посвящены работы В. А. Флорина, Д. Д. Баркана, Н. Н. Маслова, О. А. Савинова, П. Л. Иванова, М. Н. Гольштейна, Н. Н. Ермолаева и др.

В результате этих исследований разработаны практические рекомендации, которые учитываются при проектировании фундаментов под машины с динамическими вибрационными нагрузками.

Предельное сопротивление грунтов сдвигу в условиях кратковременных интенсивных динамических нагрузок в настоящее время изучено недостаточно. Новые данные в этой области получены В. В. Мельниковым на сдвиговом приборе, описанном выше [71].

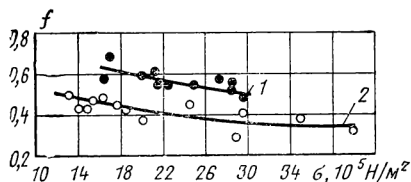


Рис. 8.13. Зависимость коэффициента трения от нормального давления для пары «песок — бетон» (в опытах В. В. Мельникова, влажность песка 5,5% [71])

1 — при  $v=0,8 \pm 0,1$  м/с; 2 — при  $v=0,3 \pm 0,1$  м/с

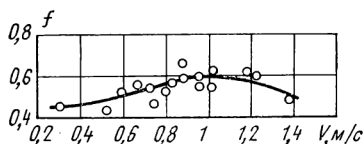


Рис. 8.14. Зависимость коэффициента трения от скорости смещения для пары «песок — песок» (в опытах В. В. Мельникова [71])

Им установлено, что коэффициент трения  $f$  с увеличением нормального давления  $\sigma$  уменьшается, приближаясь к своему предельному значению (рис. 8.13). При увеличении скорости смещения значения коэффициентов трения возрастают до некоторого критического значения скорости смещения, а затем уменьшаются (рис. 8.14). В. В. Мельниковым установлено, что критическая скорость неодинакова для различных грунтов и зависит от влажности, плотности и нормального давления.

Таким образом, фактическое предельное сопротивление грунтов сдвигу определяется по результатам испытаний образцов грунтов. Статические испытания проводятся на стандартных приборах; динамические испытания требуют применения сдвиговых приборов, установленных на вибростолах, и также прибора ТД-П, разработанного В. В. Мельниковым. Когда испытания грунтов невозможны, необходимые параметры грунтов берут по нормативным документам.

### 3. УЧЕТ ВЯЗКИХ, ПЛАСТИЧНЫХ И ДЕМПФИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ГРУНТОВ

При разработке рассмотренных методов расчета сооружений исходят из классических гипотез о работе материала конструкций и грунта. В основу упругой стадии работы положена линейная зависимость между напряжениями и деформациями. Для пластической

стадии характерна нелинейная зависимость между напряжениями и деформациями, закон которой устанавливается на основании теоретических или экспериментальных данных. В ряде случаев нелинейную зависимость можно линеаризировать. Работа грунта для обеих стадий рассматривается независимо от времени воздействия нагрузок.

Подобные предпосылки достаточно удовлетворительно соответствуют работе сооружений при воздействии длительных статических нагрузок.

Однако при динамических процессах, характеризующихся воздействием на сооружение кратковременных и мгновенных сил, рассмотренные предпосылки обеспечивают удовлетворительную сходимость расчетных и экспериментальных данных не всегда. Особенно значительно различие при сильных кратковременных динамических нагрузках (удары, взрывы, импульсы большой силы). При динамических процессах необходимо дополнительно рассматривать влияние инерционных сил, а также динамических свойств грунта, которые зависят от режима и времени воздействия нагрузки.

Грунты, как указывалось выше, являются сложной трехфазной дисперсной системой, состоящей из минеральной части, воздуха и воды. Деформация такой дисперсной системы существенно зависит от скорости изменения напряженного состояния и времени воздействия нагрузки.

В последнее время считают, что грунтовое основание в условиях воздействия мгновенных и кратковременных сил целесообразно рассматривать как упруговязкую и пластическую среду. Наличие упругой и вязкой составляющей среды для такой модели позволяет рассматривать развитие деформации во времени, т. е. с учетом реальных реологических свойств грунта. Для упруговязкой среды связь между напряжениями, деформациями и временем нельзя описать линейными уравнениями, а приходится задавать только в дифференциальной или интегральной форме, подробно изученной в трудах А. Р. Ржаницына, Н. Я. Хархута, Г. М. Ляхова и др.

Для описания расчетных моделей упруговязкой среды в этих работах рассматриваются простейшие законы линейного деформирования материалов во времени.

Одна из основных форм закона деформирования материалов во времени характерна для идеально вязкой жидкости и может быть описана следующей зависимостью:

$$\sigma = k_v \frac{d\varepsilon}{dt}, \quad (8.16)$$

где  $\sigma$  — напряжение;  $d\varepsilon/dt$  — скорость деформирования материала;  $k_v$  — коэффициент вязкости или внутреннего сопротивления.

Более точные законы деформирования материалов во времени помимо свойств вязкости учитывают и упругие свойства по закону Гука

$$\sigma = E \varepsilon, \quad (8.17)$$

где  $E$  — модуль упругости;  $\varepsilon$  — относительная деформация.

При параллельном соединении идеально вязкого элемента с идеально упругим наблюдается более сложная зависимость между напряжением и деформацией, которую принято определять законом деформирования простого нерелаксирующего тела (рис. 8.15, а):

$$\sigma = E\varepsilon + k_B \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (8.18)$$

В этой модели элемент в виде твердого тела опирается на невесомые пружины и демпфер с поршнем, заключенным в цилиндре, заполненном несжимаемой жидкостью. Упругие свойства модели отражаются пружинами, а диссипативные — демпфером.

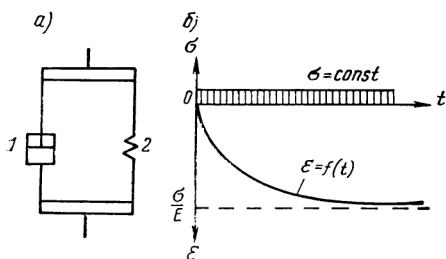


Рис. 8.15. Расчетная модель, характеризующая закон деформирования простого нерелаксирующего тела а и характер деформации во времени при постоянной нагрузке (ползучесть материала) б  
1 — идеально вязкий элемент; 2 — идеально упругий элемент

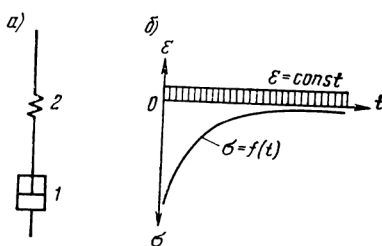


Рис. 8.16. Расчетная модель тела Максвелла а и характер уменьшения напряжений во времени при постоянной деформации (релаксация напряжений) б  
1 — идеально вязкий элемент; 2 — идеально упругий элемент

Решение уравнения (8.18) для случая постоянного напряжения и начальных нулевых условий имеет следующий вид:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{F} \left( 1 - e^{-\frac{Et}{k_B}} \right). \quad (8.19)$$

Анализ последнего выражения показывает, что движение происходит по экспоненциальному закону (рис. 8.15, б), характеризующему ползучесть материала.

При последовательном соединении идеально вязкого элемента с идеально упругим получим так называемое тело Максвелла (рис. 8.16, а), которое может быть описано следующей зависимостью:

$$\sigma + n \frac{d\sigma}{dt} = k_B \frac{d\varepsilon}{dt}, \quad (8.20)$$

где  $n = k_B/E$  — время релаксации;  $\sigma$  — расчетное напряжение;  $k_B$  — коэффициент вязкости;  $E$  — модуль упругости;  $\varepsilon$  — относительная деформация;  $d\varepsilon/dt$  — скорость изменения напряженного состояния.

При постоянном значении деформации решение уравнения (9.20) имеет вид:

$$\sigma = c e^{-\frac{t}{n}}. \quad (8.21)$$

На рис. 8.16, б показано изменение напряжений во времени, характеризующее явление релаксации напряжений.

Рассмотренные зависимости позволяют более полно учесть ползучесть и релаксацию напряжений для расчетных схем с рядом упругих и вязких элементов.

Для расчетной модели с двумя упругими и одним вязким элементами (рис. 8.17, а), характеризующей основной упрощенный закон линейного деформирования, расчетное дифференциальное уравнение имеет вид:

$$nH \frac{d\varepsilon}{dt} + E\varepsilon = \sigma + n \frac{d\sigma}{dt}, \quad (8.22)$$

где  $H$  и  $E$  — мгновенный и длительный модули упругости.

Формулы для определения указанных параметров таковы:

$$H = E_2; \quad E = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2};$$

$$n = \frac{k_B}{E_1 + E_2}. \quad (8.23)$$

Решение уравнения (8.7) при постоянной нагрузке имеет вид:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \sigma \left( \frac{1}{H} - \frac{1}{E} \right) e^{-\frac{Et}{Hn}}. \quad (8.24)$$

Характер изменения деформаций во времени для такого случая нагружения изображен на рис. 8.17, б — I. Как видно из этого рисунка, начальная деформация  $\varepsilon_0$  появляется мгновенно в момент приложения напряжения  $\sigma$ . Если время действия нагрузки ограничить, то изменение деформации во времени будет иметь вид, показанный на рис. 8.17, б — II. В обоих случаях наблюдается эффект запаздывания развития деформаций, что обусловлено свойствами ползучести и релаксации.

Ряд моделей учитывает пластические свойства грунтов. Например, в упругопластической модели, изображенной на рис. 8.18, а, последовательно соединены упругие и жесткопластические элементы, последний в виде площадки с постоянным трением; при  $\sigma \leq \sigma_s$  площадка не перемещается, а при  $\sigma \geq \sigma_s$  переходит в состояние предельного равновесия, предшествующее движению (рис. 8.18, б). Если элемент быстро загрузить нагрузкой  $\sigma > \sigma_s$ , то до разрушения деформация будет развиваться с различной скоростью. Это явление учитывает модель вязкоупругопластического тела (рис. 8.19). При напряжениях  $\sigma < \sigma_s$  вся деформация модели равна деформации

упругого элемента  $e_y$ ; при  $\sigma > \sigma_s$  деформируются все элементы. Эти закономерности могут быть описаны зависимостями:

$$\begin{aligned} \sigma < \sigma_s; \quad \sigma &= eE; \\ \sigma \geq \sigma_s; \quad \sigma &= \sigma_s + k_B \left( \frac{de}{dt} + \frac{d\sigma}{dt} E \right). \end{aligned} \quad (8.25)$$

Реологические свойства грунтов зависят от процессов ползучести и релаксации грунтов.

Изучению реологических свойств грунтов посвящены обширные исследования Н. Я. Хархуты, Г. М. Ляхова, Г. В. Рыкова и др. Согласно этим исследованиям, существенное значение для развития деформаций связных грунтов имеют процессы, происходящие в вод-

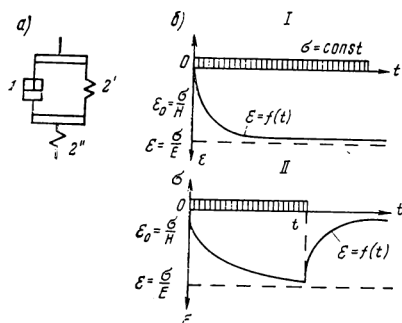


Рис. 8.17. Расчетная модель для основного упрощенного закона линейного деформирования *a* и изменение деформации во времени при постоянной нагрузке *I* и ограниченной временем действия *t* нагрузке *II* *b*  
1 — идеально вязкий элемент; 2' и 2'' — идеально упругие элементы

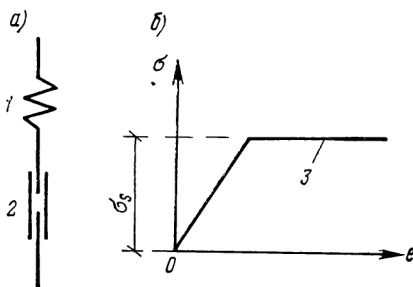


Рис. 8.18. Модель, учитывающая упругопластические свойства грунта *a* и график деформации упругопластического тела *b*

1 — идеально упругий элемент; 2 — жестко-пластичный элемент; 3 — предел упругости  $\sigma_s$

но-коллоидных пленках, которые и обуславливают различие в реологическом отношении грунтов и твердых тел. Поэтому дифференциальные уравнения простейших законов линейного деформирования материалов во времени (простого нерелаксирующего тела, максвелловского тела), а также основного упрощенного закона линейного деформирования в общем случае применять для расчета деформаций грунтов не представляется возможным. При расчетах деформаций грунтов при воздействии кратковременных и мгновенных сил следует учитывать реологические свойства грунтов: развитие обратимых и необратимых составляющих деформаций, переменность времени релаксации.

В связи с отмеченным для оценки деформации грунта в условиях воздействия кратковременных и мгновенных сил целесообразно исходить из специфических опытно-теоретических предпосылок.

Ползучесть грунта, по данным Н. Я. Хархуты, рассматривается как сложный процесс, возникающий в результате упрочнения и ре-

лаксации. Полная деформация при ползучести неупрочненного связного грунта складывается из обратимой части, быстротекущей необратимой части, вязкой необратимой деформации и после мгновенного приложения нагрузки может быть определена по формуле

$$\varepsilon = \sigma \left[ \frac{1}{E} + \frac{1}{\Pi} + \frac{1}{\eta_0 \chi} \ln(1 + \chi t) \right], \quad (8.26)$$

где  $\sigma$  — расчетное напряжение;  $E$  — модуль упругости грунта;  $\Pi$  — модуль необратимой части деформации, развивающейся с весьма высокими скоростями;  $\eta_0$  — начальный коэффициент вязкого сопротивления;  $\chi$  — константа грунта.

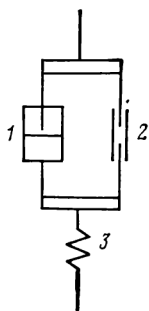


Рис. 8.19. Модель, учитывающая вязкоупругопластические свойства грунта

1 — идеально вязкий элемент; 2 — жесткопластический элемент; 3 — идеально упругий элемент

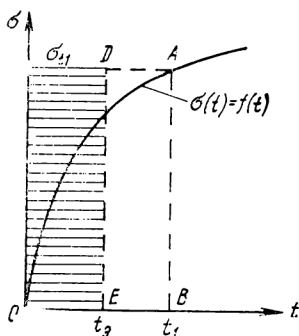


Рис. 8.20. Фактический и схематизированный график для определения эквивалентного времени (по Н. Я. Хархуте)

При быстром воздействии циклических нагрузок (нагружение — разгрузка) наблюдается запаздывание в развитии деформаций.

Деформации, которые развиваются в процессе повышения напряженного состояния, Н. Я. Хархута рекомендует определять по формуле

$$\varepsilon = \left( \frac{1}{E} + \frac{1}{\Pi} \right) \sigma_{t_1} + \frac{\sigma_{t_1}}{\eta_0 \chi} \ln \left[ 1 + \frac{\chi}{\sigma_{t_1}} \int_0^t \sigma(t) dt \right], \quad (8.27)$$

где  $\sigma_{t_1}$  — напряжение, соответствующее времени.

С целью упрощения решения задачи вместо времени повышения напряжения  $t_1$  предлагается в расчет вводить так называемое эквивалентное время  $t_3$  (рис. 8.20).

Формула для определения эквивалентного времени выведена из рассмотрения равенства площадей:

$$t_0 = \frac{1}{\sigma_{t_1}} \int_0^{t_1} \sigma(t) dt. \quad (8.28)$$

Необратимые потери энергии в грунтах при воздействии динамических нагрузок наблюдаются также вследствие трения между твердыми частицами, взаимодействия между водой и скелетом грунта, инерционности, пластичности и других факторов.

Для описания законов деформирования грунтов в реальных условиях с учетом отмеченных свойств предложен помимо рассмотренных ряд моделей — упругоинерционных, нелинейно-упругих, упруго-пластичных и др. При динамических нагрузках большой интенсивности применяются также различные модели, в которых грунт рассматривается или как сплошная однокомпонентная среда, или несжимаемая среда (рис. 8.21, а), или идеальная среда (жидкость или газ) — рис. 8.21, б. Г. М. Ляхов применил к водонасыщенным грунтам модель идеальной среды — жидкости, сжимаемость которой определяется относительным содержанием твердых частиц, воды и воздуха и их сжимаемостью. Уравнение сжимаемого грунта, по Г. М. Ляхову, имеет вид:

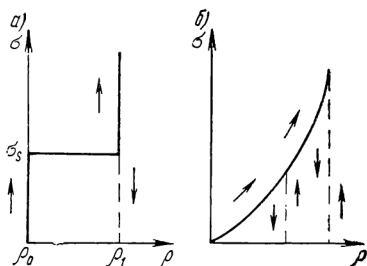


Рис. 8.21. Динамические диаграммы сжатия  
а — для модели А. Ю. Шиманского, И. В. Зволинского; б — для модели Х. Х. Рахматулина

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left\{ \alpha_1 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-\frac{1}{k_1}} + \alpha_2 \left[ \frac{(\rho - \rho_0) k_2}{\rho_2 c_2^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{k_2}} + \alpha_3 \left[ \frac{(\rho - \rho_0) k_3}{\rho_3 c_3^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{k_3}} \right\}^{-1}, \quad (8.29)$$

где  $\rho_0$  — плотность среды;  $c_2, c_3$  — скорости звука в компонентах при начальном давлении;  $k_1, k_2, k_3$  — показатели, численные значения которых определяются из опытов (приближенно можно принимать  $k_1 = 1,4$ ;  $k_2 = k_3 = 3$ ).

При этом учитывалось условие:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2 + \rho_3 \alpha_3; \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (8.30)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — содержание в грунте по объему соответственно газообразного, жидкого и твердого компонентов;  $\rho$  — плотность грунта при давлении  $p$ ;  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  — плотность компонентов при начальном давлении  $p_0$ .

Кривая изменения плотности песчаного грунта в зависимости от давления, соответствующая уравнению (8.29), показана на



рис. 8.21, б. Как видно из рисунка, кривые разгрузки и вторичного нагружения грунта совпадают, что характерно также и для модели нелинейно упругой среды.

Модели грунтов, применяемые при интенсивных динамических нагрузках, рассматривались также Б. А. Олисовым, С. С. Григорьевым, Л. А. Эйспером и др. Таким образом, к настоящему времени существует большое число различных моделей, учитывающих реальные свойства грунта. Однако многие из рассмотренных моделей не получили экспериментального подтверждения. Кроме того, построение динамических методов расчета сооружений с учетом рассмотренных моделей грунта представляет сложную задачу. Решение данной задачи применительно к сооружениям, заглубленным в грунт, осложняется необходимостью рассмотрения расчетных моделей с бесконечными и несколькими степенями свободы, а также учета специфических реологических свойств грунта и в первую очередь переменности времени релаксации.

Дальнейшее развитие теории позволит получить решения для расчета заглубленных сооружений с учетом рассмотренных новых моделей грунта. Пока же рассмотренные реальные свойства грунтов целесообразно учитывать при определении основных характеристик, входящих в расчетные формулы.

Для определения основных параметров грунта, входящих в формулы для статических методов расчета, основным режимом нагружения является длительное воздействие статических нагрузок.

Основные параметры грунта, входящие в формулы для динамических методов расчета, зависят от режима воздействия нагрузок, а также упруговязких и инерционных свойств грунта. Поэтому для их определения требуется создание режимов, сходных с расчетными динамическими воздействиями. Такие режимы, как правило, являются кратковременными и требуют проведения взрывов или создания специальных испытательных установок.

#### **4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГРУНТОВ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК**

Основными характеристиками механических свойств грунтов являются коэффициент постели и модуль деформации.

Для полевого определения механических свойств грунта применялся комплект специального оборудования для вдавливания в грунт штампов, состоящего из нагружающих устройств, переносных металлических штампов, приборов для измерения осадок.

Основные механические параметры грунта в исследованиях автора книги определялись на основании опытов со вдавливанием штампов по методике, разработанной и подробно изложенной в трудах И. И. Черкасова [84].

По рекомендации И. И. Черкасова для вычисления коэффициента постели были использованы штампы диаметром не менее 0,716 м,

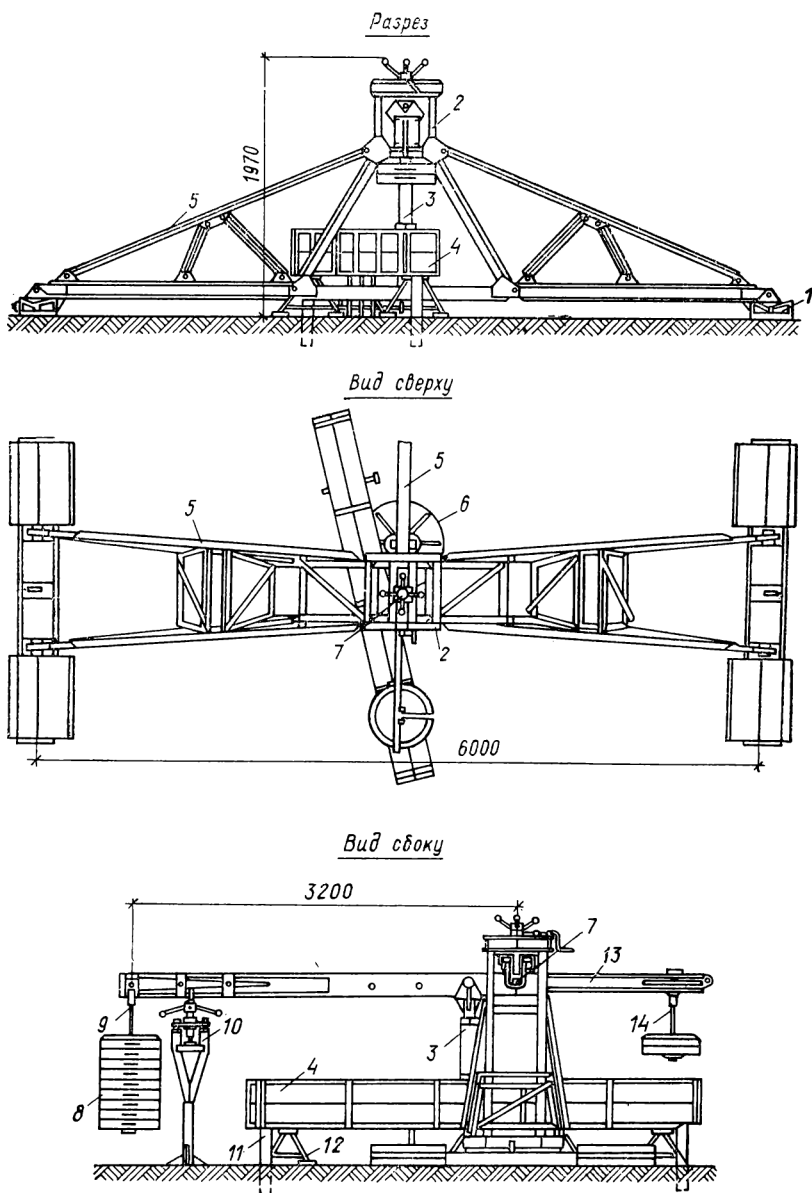


Рис. 8.22. Рычажный пресс для полевых опытов с вдавливанием штампов

1 — площадка для установки колес автомобиля и прицепа; 2 — центральный узел; 3 — телескопический штوك; 4 — кожух реперной балки; 5 — несущая полуферма; 6 — штамп; 7 — подвижный шарнир для подвешивания коромысла рычага; 8 — грузы по 100 кг; 9 — подвеска для грузов; 10 — домкрат; 11 — опоры реперной балки; 12 — опора кожуха реперной балки; 13 — коромысло рычага; 14 — подвеска противовеса

так как при меньших диаметрах штампов получаются завышенные значения этого коэффициента.

В качестве нагружающего устройства был применен типовой передвижной рычажный пресс мощностью 80 кН (рис. 8.22). Применение рычажного пресса обеспечивало выдержку постоянной нагрузки на штамп в течение любого промежутка времени.

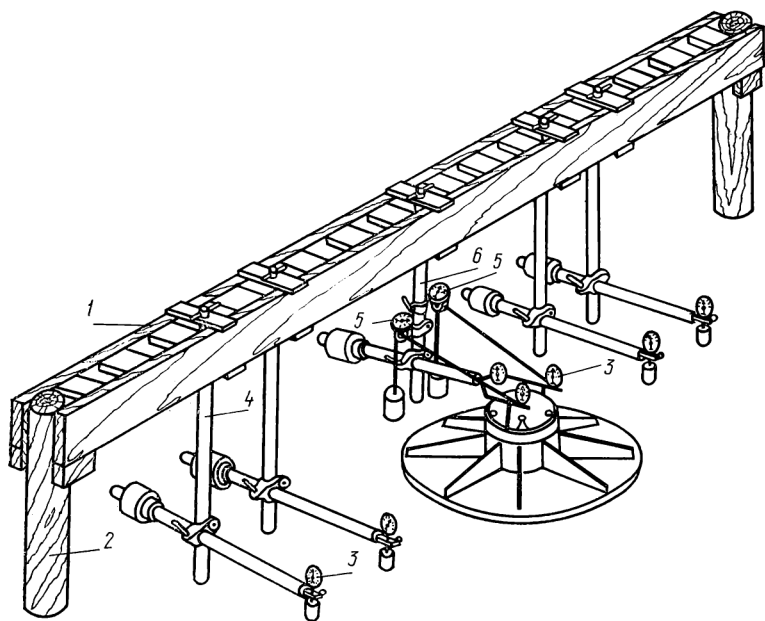


Рис. 8.23. Измерительная система рычажного пресса

1 — реперная балка; 2 — опора реперной балки; 3 — индикатор часового типа; 4 — боковой держатель, на котором крепят приборы для измерения осадки поверхности грунтов вокруг штампа; 5 — прогибомер Максимова; 6 — центральный держатель, на котором крепят приборы измерения осадки штампа

Несущая ферма пресса с длиной пролета 6 м была сконструирована из двух полуферм и центрального узла и опиралась на балки с площадками для установки противовесов. С помощью подвижного шарнира в центральном узле подвешивалось коромысло рычага. К коромыслу прикреплялись подвески для грузов и противовеса, а также телескопический шток с вертикальным винтом, передававший нагрузку на штамп. Длину штока, если это требовалось по условиям испытаний, можно было изменять.

С помощью вертикального винта также можно было изменять длину штока для компенсации перекоса рычага, который мог возникнуть в процессе осадки штампа. Конструкция телескопического штока гарантировала строгую вертикальность приложения силы.

Осадка штампа измерялась одновременно в трех точках. Измерительная система состояла из реперной балки, опор балки, держателей для приборов, трех индикаторов часового типа (рис. 8.23).

Для обеспечения полного прилегания нижней поверхности штампа к грунту тщательно выравнивали место установки штампа. Далее укладывали 2—3-см слой быстротвердеющего цементного раствора состава 1...3 на цементе марки 400, на который в свою очередь по уровню плотно устанавливали штамп.

При испытаниях нагрузку к штампу прикладывали пятью ступенями. В конце каждой ступени производилась полная разгрузка штампа. Средние удельные давления на каждой ступени, согласно рекомендациям И. И. Черкасова, принимали следующими: I ступень —  $0,2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>; II —  $0,4 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>; III —  $0,8 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>; IV —  $1,4 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>; V —  $2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>.

Опыты проводились в такой последовательности. На месте установки штампа монтировали пресс и измерительную систему. После окончания монтажа рычаг с помощью противовеса приводили в горизонтальное положение, а телескопический шток устанавливали строго по центру штампа с таким расчетом, чтобы зазор между концом штока и штампом составлял 1—2 мм. При этом подвеска рычага находилась в поддомкраченном состоянии. Далее на подвеску рычага укладывали груз, соответствующий первой ступени нагружения, домкрат медленно опускался и нагрузка передавалась на штамп. Нагрузку снимали после выдержки в течение определенного времени. Такая последовательность сохранялась на каждой ступени загрузки. В течение всего опыта вели протокол испытаний, в котором записывали отсчеты по индикаторам. Нулевые отсчеты соответствовали началу опыта, когда штамп еще не нагружен. После приложения нагрузки показания приборов записывали через каждые 5 мин и заканчивали запись, когда разность отсчетов за это время не превышала 0,01 мм. После снятия нагрузки индикаторы регистрировали возвратное движение штампа.

В протоколе фиксировали осадку штампа в конце каждой ступени нагружения и снятия нагрузки.

В качестве примера приведена форма протокола опыта по вдавливанию штампа в полевых условиях\* (табл. 8.2).

На основании данных протокола испытаний вычисляют полную, остаточную и восстанавливающуюся осадки штампа. Полная осадка штампа равна разности среднего нулевого отсчета и среднего отсчета в конце нагружения, остаточная — разности среднего нулевого отсчета и среднего отсчета после снятия нагрузки на данной ступени, восстанавливающаяся — разности между полной и остаточной осадками.

По данным протоколов строят графики зависимости полной, остаточной и восстанавливающейся осадок штампа от среднего удельного давления (рис. 8.24, а).

\* В проведении данных экспериментов и обработке их результатов принимали участие Н. М. Устюгова, Ю. Н. Галин, А. В. Михайлов.

Таблица 8.2

Нагрузка на штамп, кН	Среднее удельное давление, $10^6 \text{ Н/м}^2$	Отсчет по индикатору			Осадка штампа, мм			
		893413	892265	490239	сред- няя	полная $s_{\text{п}}$	оста- точная $s_{\text{о}}$	восстанав- ливаю- щаяся $s_{\text{в}}$

*Нулевые*

0	0	{ 365 365 }	{ 620 620 }	{ 511 511 }	499	—	—	—
---	---	----------------	----------------	----------------	-----	---	---	---

*I цикл — нагружение*

8	0,2	{ 952 950 349 }	{ 605 597 596 }	{ 502 501 500 }	483	0,16	—	—
---	-----	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----	------	---	---

*I цикл — снятие нагрузки*

0	0	{ 356 357 358 }	{ 603 603 602 }	{ 503 504 504 }	488	—	0,11	0,05
---	---	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----	---	------	------

*II цикл — нагружение*

1,6	0,4	{ 334 332 332 }	{ 575 570 566 }	{ 480 478 478 }	461	0,38	—	—
-----	-----	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----	------	---	---

*II цикл — снятие нагрузки*

0	0	351	{ 584 583 }	{ 491 491 }	471	—	0,28	0,1
0	0	357	{ 569 569 }	{ 476 476 }				

*III цикл — нагружение*

32	0,8	{ 309 307 306 306 }	{ 506 504 500 500 }	{ 487 435 425 425 }	413	0,86	—	—
----	-----	------------------------------	------------------------------	------------------------------	-----	------	---	---

*III цикл — снятие нагрузки*

0	0	{ 348 348 }	{ 532 533 }	{ 440 440 }	439	—	0,6	0,26
---	---	----------------	----------------	----------------	-----	---	-----	------

*IV цикл — нагружение*

56	1,4	{ 256 255 254 254 }	{ 420 436 435 435 }	{ 360 342 341 341 }	344	1,55	—	—
----	-----	------------------------------	------------------------------	------------------------------	-----	------	---	---

Нагрузка на штамп, кН	Среднее удельное давление, $10^5 \text{ Н/м}^2$	Отсчет по индикатору			Осадка штампа, мм			
		893413	892265	490239	сред- няя	полная $s_{\Pi}$	оста- точная $s_0$	восстана- вливаю- щаяся $s_B$

## IV цикл — снятие нагрузки

0	0	{ 318 320 320	{ 486 486 487	{ 393 395 395	400	—	0,99	0,56
---	---	---------------------	---------------------	---------------------	-----	---	------	------

## V цикл — нагружение

80	2	{ 107 106 106	{ 276 •276 275	{ 271 249 248	214	2,85	—	—
----	---	---------------------	----------------------	---------------------	-----	------	---	---

## V цикл — снятие нагрузки

0	0	{ 206 208 210	{ 378 380 380	{ 321 324 325	303	—	1,96	0,89
---	---	---------------------	---------------------	---------------------	-----	---	------	------

Далее строится трансформированный график зависимости этих осадок штампа от среднего удельного давления (рис. 8.24, б).

По данным И. И. Черкасова, связь между остаточной осадкой штампа и средним удельным давлением в его подошве большей частью является нелинейной и может быть выражена уравнением

$$p = A \left( \frac{s_0}{D} \right)^n, \quad (8.31)$$

где  $p$  — среднее удельное давление,  $10^5 \text{ Н/м}^2$ ;  $s_0$  — остаточная осадка штампа;  $D$  — диаметр штампа, мм;  $A$  — число твердости,  $10^5 \text{ Н/м}^2$ ;  $n$  — степень упрочнения.

Периметры  $A$  и  $n$  находятся по результатам измерения остаточных осадок методом наименьших квадратов по формуле

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{N \sum \lg p \lg \frac{s_0}{D} - \sum \lg \frac{s_0}{D} \sum \lg p}{N \sum \left( \lg \frac{s_0}{D} \right)^2 - \sum \left( \lg \frac{s_0}{D} \right)^2}; \\ \lg A &= \frac{\sum \lg p - n \sum \lg \frac{s_0}{D}}{N}, \end{aligned} \right\} \quad (8.32)$$

где  $N$  — число ступеней нагружений, для которых получены опытные значения  $p$  и  $s_0/D$ .

Зависимость восстанавливающейся (упругой) осадки от среднего удельного давления под штампом с достаточной степенью точности может быть принята линейной.

Модуль общей деформации грунта  $E_{\Pi}$  определяют для каждой степени нагружения по следующей формуле:

$$E_{\Pi} = \eta_1 p \frac{\sqrt{F}}{s_{\Pi}}, \quad (8.33)$$

где  $p$  — среднее удельное давление, равное  $P/F$  (где  $P$  — осевая вертикальная нагрузка на жесткий прямоугольный штамп;  $F$  — площадь подошвы штампа, равная  $l \times b$ );  $s_{\Pi}$  — полная осадка штампа;  $\eta_1$  — коэффициент, зависящий от формы штампа и коэффициента Пуассона  $\mu$  для исследуемого грунта;  $\eta_1 = (1 - \mu^2) k_0$ ,  $k_0$  — безразмерный коэффициент, значение которого в зависимости от  $\beta = l/b$  дано ниже:

$\beta$	1	1,5	2	3	4	5	7	10
$k_0$	0,88	0,87	0,86	0,83	0,80	0,77	0,73	0,67

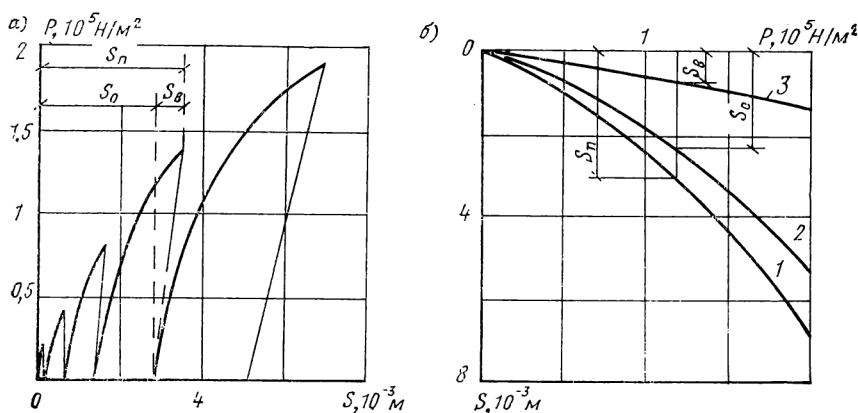


Рис. 8.24. Характерные зависимости осадки штампа от нагрузки  $a$  и трансформированный график вдавливания штампа  $б$

1 — полная осадка; 2 — остаточная осадка; 3 — восстанавливающаяся осадка

Модуль общей деформации грунта при испытании жестким круглым штампом диаметром  $D$  может быть также определен и по следующей приближенной формуле:

$$E_{\Pi} = \eta_2 p \frac{D}{s_{\Pi}}. \quad (8.34)$$

Коэффициент  $\eta_2$  можно принять равным 0,69 с ошибкой, не превышающей  $\pm 4\%$  ( $\eta_2 = 0,69$  соответствует коэффициенту Пуассона  $\mu = 0,35$ ).

Коэффициент постели определяется на основании трансформированных графиков вдавливания штампа по формуле

$$c'_z = \frac{p}{s_{\Pi}}, \quad (8.35)$$

где  $p$  — среднее удельное давление,  $\text{Н/м}^2$ ;  $s_{\text{п}}$  — полная осадка штампа,  $\text{м}$ .

Если грунт рассматривать как линейно деформируемую среду, что в ряде случаев целесообразно, то при определении модулей деформации и коэффициентов постелей следует учитывать полную осадку штампа (равную сумме остаточной и восстанавливающейся осадок). В этом случае в расчет сооружений следует вводить такие значения модулей деформации и коэффициентов постели, которые соответствуют ожидаемому среднему удельному давлению под подошвой или расчетному перемещению сооружения.

На рис. 8.25 приведена зависимость коэффициента постели от осадки для пылеватого суглинка II климатической зоны, полученная Л. И. Манвеловым. Как видно из рисунка, коэффициенты постели могут иметь различные значения в зависимости от расчетной осадки или удельного давления под подошвой сооружения.

Если в формулы (8.33) — (8.35) вместо полной осадки  $s_{\text{п}}$  подставить ее упругую часть  $s_y$ , то получим значения модуля упругости и коэффициента упругой постели.

Рассмотренную методику можно распространить и на случай испытания грунтов вдавливанием штампов при многократном приложении нагрузки. При таком режиме производят нагрузку и разгрузку штампа для заданного числа циклов приложения нагрузки. Характерные графики зависимости полной, остаточной и восстанавливающейся осадок штампа от среднего удельного давления и числа циклов приложения нагрузки, а также и трансформированные графики даны на рис. 8.26.

На рис. 8.27 изображены конечные зависимости, показывающие характер изменения полной, остаточной и восстанавливающейся (упругой) осадок при 50-кратном воздействии нагрузки.

Анализ приведенных зависимостей свидетельствует о том, что упругие осадки практически не зависят от числа приложения нагрузок. Остаточные осадки достигают максимума при первом нагружении и затем уменьшаются. Подобное явление объясняется упрочнением грунта при воздействии многократно повторяющихся нагрузок. Полные осадки при увеличении числа воздействия нагрузок также возрастают и с достаточной точностью могут быть описаны логарифмической зависимостью.

Большое значение для расчета заглубленных сооружений имеют механические характеристики грунта по глубине грунтового массива. К сожалению, опытов по определению таких механических характеристик грунта поставлено мало. Особенно мало данных по

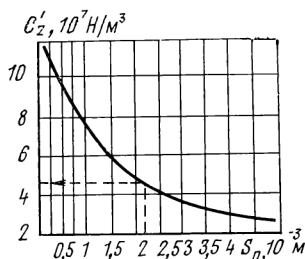


Рис. 8.25. Расчетная кривая  $c'_z = f(s_n)$  для пылеватого суглинка II климатической зоны при влажности 65%)



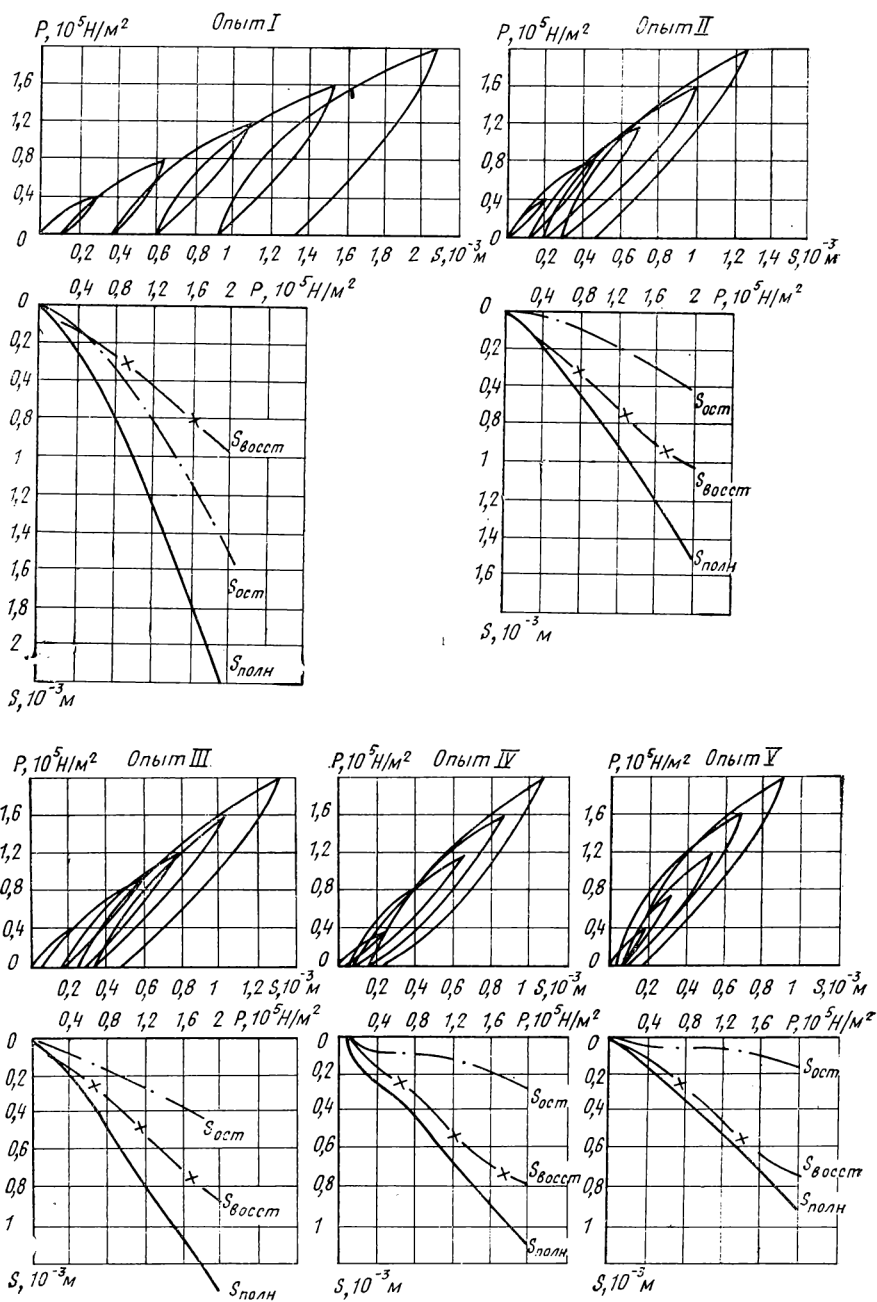


Рис. 8.26. Характерные зависимости осадки штампа от повторности приложения нагрузки

определению механических свойств грунта в горизонтальном направлении. Имеющиеся результаты исследований очень важны для расчетов, и поэтому некоторые из них рассматриваются ниже.

Важные результаты исследования упругих свойств грунта по глубине массива, выполненные в последние годы, приведены в работе С. И. Стетюхи [69].

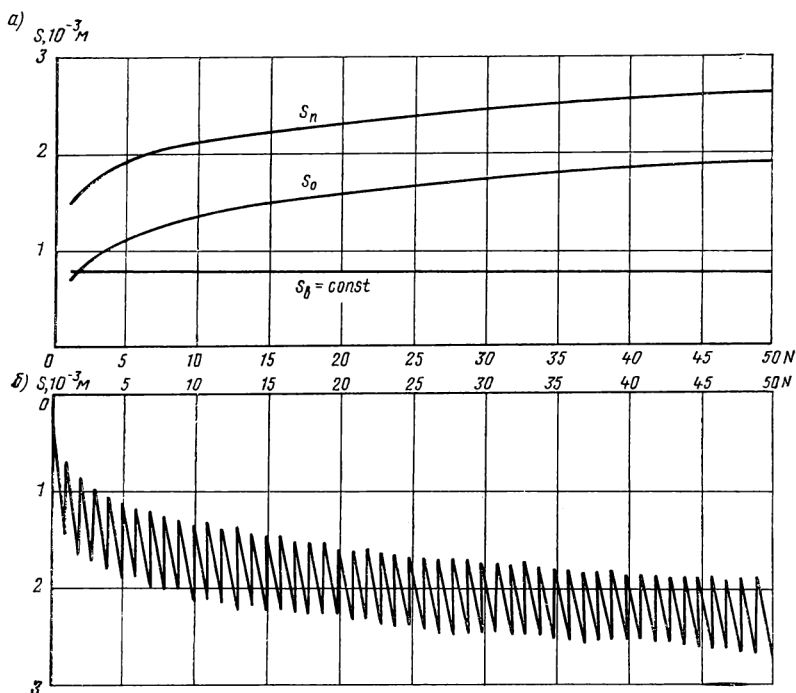


Рис. 8.27. Зависимости полной, остаточной и восстанавливающейся осадок от увеличения повторности приложения нагрузки  $a$  и числа нагружения штампа  $б$

Упругие свойства грунтов в зависимости от глубины их залегания определялись приближенной упругой характеристикой — условной упругостью  $\epsilon$  (относительной упругостью, коэффициентом отскока).

Условную упругость грунта в данных исследованиях определяли на склероскопе А. Г. Тархова, основанном на принципе соударения упругих тел. В данных опытах стальной шарик сбрасывали с высоты  $h_0$  на шлифованную поверхность образца породы. Упругие свойства породы характеризовались скоростью отскока шарика от шлифованной поверхности образца.

Е. И. Стетюха приводит уравнение, характеризующее изменение относительной упругости  $\epsilon$  в глинистых породах северо-восточного

Таблица 8.3

Тип гидрогеологических условий	Характеристика местности	Показатели увлажнения	
		глубина горизонта грунтовых вод или верховодки от поверхности к началу промерзания	категория влаги, содержащейся в грунте к началу его промерзания на глубине 0,25—0,5 м от поверхности
I	Сухие места без избыточного увлажнения с обеспеченным поверхностным стоком, низким уровнем грунтовых вод и как следствие этого отсутствием капиллярного поднятия воды в активную зону работы грунта	Больше суммы глубины промерзания и высоты капиллярного поднятия	От гигроскопической до молекулярной влагоемкости
II	Временное избыточное увлажнение поверхностными водами, обусловленное плохой фильтрацией грунтов и недостаточным поверхностным водоотводом при низком уровне грунтовых вод	Больше глубины промерзания	От максимальной молекулярной до максимальной капиллярной влагоемкости
III	Постоянное избыточное увлажнение, обусловленное высоким уровнем грунтовых вод или верховодки в осенний период, большим числом годовых осадков при плохой фильтрации грунтов и недостаточном поверхностном водоотводе и как следствие этого капиллярным поднятием воды в активную зону работы грунта	Меньше глубины промерзания	От максимальной молекулярной влагоемкости до полного насыщения пор гравитационной влагой

Предкавказья в зависимости от глубины их залегания:

$$\varepsilon_h = \varepsilon_0 + k_7 h, \quad (8.36)$$

где  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_0$  — среднее значение относительной упругости пород, залегающих на глубине  $h$ , м, и вблизи дневной поверхности, доли единицы.

Для глинистых пород северо-восточного Предкавказья  $\varepsilon_0 = 0,47$  и  $k_7 = 7,67 \cdot 10^{-5}$ , для глин Азово-Кубанской впадины  $\varepsilon_0 = 0,4$  и  $k_7 = 5,77 \cdot 10^{-5}$ .

Рассмотренные опытные данные позволяют судить о наличии пропорциональной зависимости между коэффициентом постели и глубиной грунтового разреза.

Учитывая большую разнородность грунта и недостаточность экспериментальных данных, особенно значений коэффициентов постели, следует отметить необходимость проведения полевых испытаний по определению физико-механических свойств грунта непосредственно на объектах строительства.

Таблица 8.4

Грунт	Число пластичности	Содержание фракций, %, массой		
		песчаных 2—0,05 мм	пылеватых 0,05— 0,005 мм	глинистых менее 0,005 мм
Крупнообломочные грунты и пески гравелистые, крупно- зернистые, среднезернистые и мелкозернистые . . . . .	0	—	Менее 15	Менее 3
Пески пылеватые . . . . .	—	Больше чем пылеватых	15—50	3
Супесь . . . . .	—	Частиц 2— 0,25 мм более 50	Меньше чем песчаных	3—12
Супесь мелкая . . . . .	1—7	То же	То же	Менее 12
Супесь пылеватая . . . . .	—	—	Больше чем песчаных	» 12
Суглинок . . . . .	—	Больше чем пылеватых	—	12—18
Суглинок пылеватый . . . . .	7—17	—	Больше чем песчаных	12—25
Суглинок тяжелый . . . . .	—	Больше чем пылеватых	—	18—25
Глина . . . . .	Свыше 17	—	—	Более 25

Если провести испытания невозможно, то значения модулей деформации и коэффициентов постели определяются по нормативным документам. Модуль деформации грунтов определяется по [73].

Значения коэффициентов постели при расчете жестких аэродромных покрытий, которые с известным приближением могут быть использованы и при расчетах сооружений неглубокого заложения, определяются по СН 120-70 [79].

Методика определения коэффициентов постелей по СН 120-70 заключается в следующем:

1) устанавливают гранулометрический (зерновой) состав грунта, его число пластичности и естественную плотность, а также уровень грунтовых вод;

2) по карте (рис. 8.28) находят дорожно-климатическую зону объекта строительства;

3) на основе данных инженерно-геологических изысканий по табл. 8.3 определяют тип гидрогеологических условий участка строительства;

4) по числу пластичности и гранулометрическому составу с помощью табл. 8.4 устанавливают вид грунта естественного основания;

5) по табл. 8.5 определяют значение коэффициента постели  $c'_{z,0}$  данного вида грунта для II климатической зоны при I типе гидрогеологических условий. Для перехода к III — IV климатическим зонам следует пользоваться поправочными коэффициентами  $k_z$

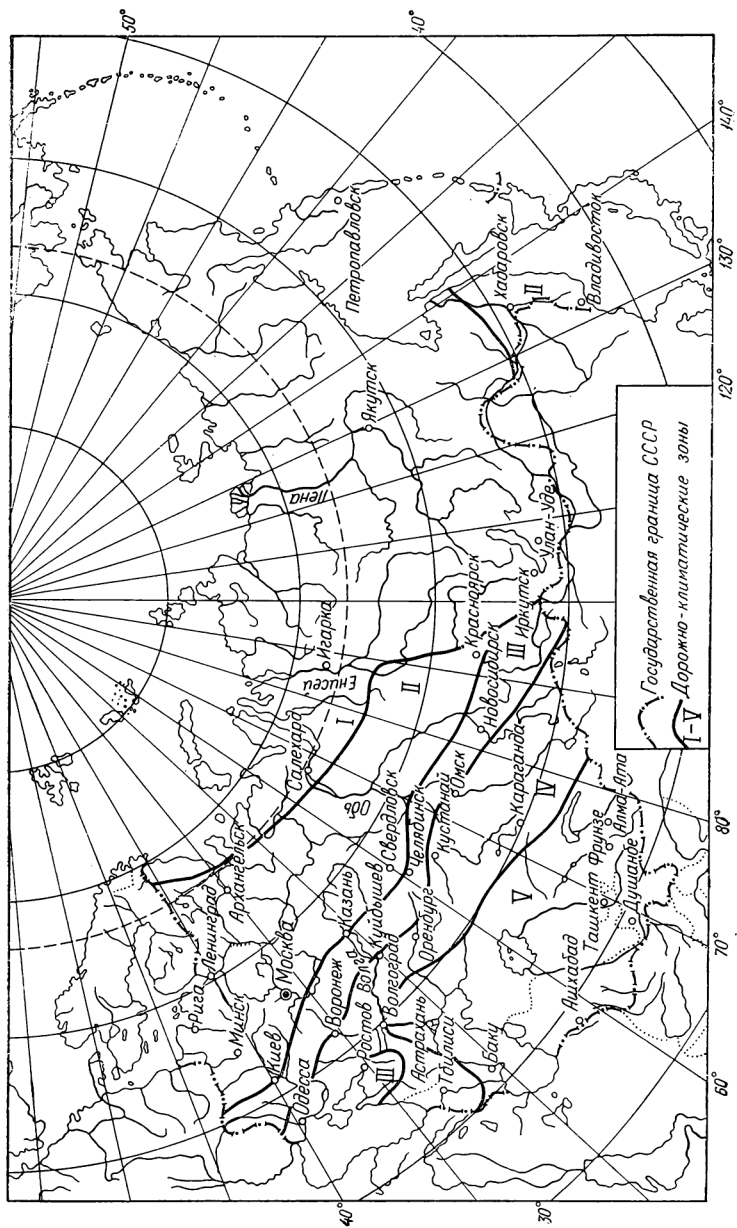


Рис. 8.28. Карта климатических зон

Таблица 8.5

Вид грунта	Значение коэффициентов постели $c_{z,0}$ , $10^7$ Н/м <sup>3</sup>
Гравелистый песок с содержанием гравия от 20 до 50%, дресвяной грунт, крупнозернистый песок . . .	16
Среднезернистый песок . . . . .	13
Мелкозернистый песок . . . . .	8
Пылеватый песок, супесь, супесь мелкая . . . . .	6
Суглинок, тяжелый суглинок, глина . . . . .	5
Супесь пылеватая, пылеватый суглинок . . . . .	4

Примечания: 1. Табличные значения коэффициентов постели даны для прогибов покрытия, не превышающих 2 мм. Если прогибы центра плиты превышают 2 мм, значения коэффициентов постели следует понижать на 30%.

2. Приведенные в таблице значения коэффициентов постели связных грунтов соответствуют естественной плотности  $\varepsilon = 0,5 \dots 0,7$  (для супесей) и  $\varepsilon = 0,5 \dots 0,8$  (для суглинков и глин). В тех случаях когда плотность этих грунтов ниже, коэффициент постели следует понижать соответственно на 30 и 40%.

3. При неоднородном залегании грунтов, наличии линз рыхлых и оглеенных грунтов, а также торфяноболотных отложений значения коэффициентов постели понижают на 50%.

Таблица 8.6

Вид грунта	Поправочный коэффициент $k_3$ по климатическим зонам		
	III	IV	V
Крупнозернистые пески . . . . .	1	1,05	1,1
Среднезернистые и мелкозернистые пески . . . . .	1,05	1,15	1,25
Все связные грунты (супеси, суглинки, глины) и пылеватые пески . .	1,33	1,65	1,87

Примечание. Для районов, расположенных восточнее линии, проходящей по рекам Волга—Северная Двина, коэффициент  $k_3$  следует увеличивать на 20%.

Таблица 8.7

Вид грунта	Поправочный коэффициент $k_r$
Крупнозернистые пески . . . . .	1
Среднезернистые » . . . . .	0,95
Мелкозернистые » . . . . .	0,85 (0,75)
Все связные грунты (супеси, суглинки, глины) и пылеватые пески . . . . .	0,75 (0,65)

Примечание. В скобках указаны значения поправочных коэффициентов для II типа гидрогеологических условий, достигнутые при проведении осушения, понижения уровня грунтовых вод и других инженерных мероприятий.

(табл. 8.6), а для перехода ко II типу гидрогеологических условий — поправочными коэффициентами  $k_r$  (табл. 8.7):

$$c'_z = c'_{z,0} k_z k_r. \quad (8.37)$$

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГРУНТОВ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Основными характеристиками механических свойств грунтов при динамическом нагружении являются:

обобщенные коэффициенты жесткости при равномерном  $k_z$  и неравномерном  $k_\phi$  сжатии, равномерном  $k_x$  сдвиге и соответствующие коэффициенты затухания;

упругие и поглощающие свойства грунтов при динамических нагрузках, не превышающих предела упругости, — модуль упругости  $E$ , коэффициент Пуассона  $\mu$ , коэффициент затухания колебания  $n$ , скорости распространения упругих волн, коэффициенты поглощения упругих волн;

сжимаемость грунтов при интенсивных динамических нагрузках, превышающих предел упругости грунта, характеризующаяся диаграммой сжатия, модули деформации при нагружении и разгрузке; сопротивляемость сдвигу и предельное состояние.

Механические свойства грунтов при воздействии динамических нагрузок определяются в лабораторных и полевых условиях. Современные методы исследования механических свойств грунтов при воздействии динамических нагрузок рассматривались Г. М. Ляховым [40], Н. Д. Красниковым [35], А. К. Сычевым, В. С. Христофоровым, В. В. Мельниковым [71], В. И. Бибановым [85], Г. В. Рыковым [46] и др.

Обобщение выполненных работ показывает, что основными методами динамических испытаний грунта являются: 1) вибрационные; 2) сейсмические; 3) испытания грунта при интенсивных динамических воздействиях (взрывы, импульсы большой силы, удары и т. п.).

Вибрационные и сейсмические методы испытаний находят применение при динамических нагрузках малой интенсивности, не превышающих предела упругости грунта. Испытания грунта при интенсивных динамических нагрузках применяются при динамических нагрузках, значительно превышающих предел упругости грунта. В данном разделе главное внимание уделено описанию методов испытаний, позволяющих получить основные параметры грунтов, входящие в динамические методы расчета сооружений, заглубленных в грунт. Современные методы исследования динамических свойств грунтов подробно изучены Н. Д. Красниковым [35]. Рассмотрим указанные три группы методов динамических испытаний грунтов отдельно.

**Вибрационные методы** испытания грунтов основываются на изучении свободных или вынужденных колебаний грунта. Применяются лабораторные и полевые методы испытаний.

При полевых испытаниях обобщенные коэффициенты жесткости грунта могут быть определены по результатам записи свободных и вынужденных колебаний опытных фундаментов, бетонируемых на поверхности грунтовой площадки или в шурфах; вместо фундаментов могут применяться опытные штампы и блоки. Возбуждение свободных колебаний опытных фундаментов производится с помощью ударов, а вынужденных — воздействия жестко укрепленных вибраторов направленного действия.

Рассмотрим методы определения обобщенных коэффициентов жесткости по результатам записи свободных колебаний опытных фундаментов.

В основу методов испытаний положена расчетная модель, предложенная Н. П. Павлюком [51] и развитая в дальнейшем в работах Д. Д. Баркана [1], О. А. Савинова [68] и др., согласно которой фундамент в виде твердого тела опирается на невесомые пружины и демпфер. Если фундамент одиночным импульсом вывести из состояния равновесия, то он начнет совершать вертикальные свободные колебания. Используя выкладки, изложенные в гл. 3 и 4, составим дифференциальное уравнение свободных колебаний опытного фундамента

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_z \Phi_z \frac{dz}{dt} + k_z z = 0. \quad (8.38)$$

Обозначим:

$$2n = \frac{k_z \Phi_z}{M}; \quad \lambda_z^2 = \frac{k_z}{M}, \quad (8.39)$$

тогда получим

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2n \frac{dz}{dt} + \lambda_z^2 z = 0. \quad (8.40)$$

Как было показано выше, решение уравнения (8.40) имеет вид:

$$z = Ae^{-nt} \sin(kt + \alpha), \quad (8.41)$$

$A$ ,  $\alpha$  — начальная амплитуда колебаний и угол сдвига, определяемые по начальным условиям;  $n = k_z \Phi_z / 2M$  — коэффициент затухания;  $k = \sqrt{\lambda_z^2 - n^2}$  — круговая частота затухающих колебаний.

Для рассматриваемого случая вертикальных колебаний, вызванных ударом (начальные условия — перемещение фундамента равно нулю и скорость  $v_0$ ), из выражения (8.40) получим:

$$z = \frac{v_0}{k} e^{-nt} \sin kt, \quad (8.42)$$

Из уравнения (8.42) видно, что свободные колебания опытного фундамента имеют затухающий характер (рис. 8.29), при этом основные параметры колебаний можно представить так:



период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{k};$$

Логарифмический декремент затухания

$$\delta = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}} = nT, \quad (8.43)$$

где  $n = 1/T \ln (A_i/A_{i+1})$  — коэффициент затухания.

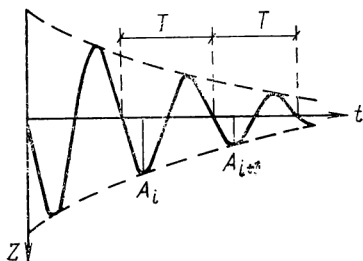


Рис. 8.29. Свободные колебания опытного фундамента

Исследования О. А. Савинова [68] показывают, что затухание колебаний на частоту свободных колебаний влияет незначительно, поэтому можно принять круговую частоту затухающих колебаний равной частоте упругой системы, т. е.  $k = \lambda_z$ . Тогда с учетом уравнения (8.43) окончательно получим основные формулы для определения коэффициентов жесткости и модулей затухания:

$$\left. \begin{aligned} k_z &= \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{Q}{g}; \\ \Phi_z &= \frac{2Q}{gk_z T} \ln \frac{A_i}{A_{i+1}}, \end{aligned} \right\} \quad (8.44)$$

где

$$k_z = c_z F; \quad c_z = k_z / F; \quad (8.45)$$

$Q$  — вес бетонного блока;  $F$  — площадь основания блока;  $g$  — ускорение свободного падения;  $c_z$  — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта.

Полученные формулы (8.44), (8.45) позволяют определить  $c_z$  и  $\Phi_z$  по результатам записи свободных колебаний опытных фундаментов. Собственные колебания фундаментов в полевых условиях, как указывалось выше, вызываются с помощью удара. Регистрация колебаний производится сейсмоприемниками с записью процесса колебаний на пленке осциллографа. При расшифровке результатов испытаний определяют период свободных колебаний  $T$  и амплитуды затухающих колебаний  $A_i$  и  $A_{i+1}$ . На основании экспериментально определенных  $T$ ,  $A_i$ ,  $A_{i+1}$  вычисляются значения коэффициента упругого равномерного сжатия грунта и модуль затухания. Коэффициент упругого равномерного сдвига  $c_x$  и коэффициент неравномерного сжатия  $c_\phi$  определяются на основании замера гори-

зонтально-вращательных колебаний при горизонтальных ударах. Между коэффициентами  $c_z$ ,  $c_x$ ,  $c_\phi$  установлены соотношения:

$$\left. \begin{aligned} c_\phi &= 2c_z; \\ c_x &= 0,7c_z. \end{aligned} \right\} \quad (8.46)$$

Модуль затухания от вида колебаний зависит незначительно, что позволяет принимать:

$$\Phi \approx \Phi_z \approx \Phi_x \approx \Phi_\phi. \quad (8.47)$$

Полевые испытания грунтов при вынужденных колебаниях опытных фундаментов при различных частотах, близких к частотам в зоне резонанса, производятся с различными вибраторами направленного действия, жестко укрепленными на плите опытного фундамента. Наибольшее распространение получили машины инерционного периодического действия, в которых возмущающая сила меняется пропорционально квадрату частоты колебаний. В процессе испытаний определяются резонансные частоты колебаний системы штамп — грунт, которые отождествляются со свободными частотами колебаний грунта.

Исследования показывают, что удовлетворительные результаты при определении коэффициентов  $c_z$ ,  $c_x$  и  $c_\phi$  получаются, если размеры площади оснований бетонных блоков не меньше  $10 \text{ м}^2$  и не больше  $500\text{—}1000 \text{ м}^2$ , т. е.  $10 \text{ м}^2 < F < 500\text{—}1000 \text{ м}^2$ . При иных площадях наблюдается значительное влияние неравномерности распределения напряжений под подошвой фундаментов, деформаций грунта за их пределами и инерционности грунта на колебания фундаментов, что ограничивает применение формул (8.44) и рассмотренной методики испытаний.

Дальнейшие исследования этого вопроса выполнены О. А. Савиновым и В. И. Бибановым, Л. А. Гончаровым, Г. Г. Константиновым, Н. Д. Красниковым. О. А. Савинов рассмотрел задачу о равновесии жесткого штампа на упругом (винклеровском основании) с наложением на него всесторонне растянутой мембраны. Введение в расчет коэффициентов упругих сжатий и сдвига, зависящих от размеров подошвы фундамента и напряжений, позволило О. А. Савинову получить более совершенные зависимости коэффициентов жесткости грунта от площади подошвы [68].

Эти коэффициенты определяются по следующим формулам [68]:

$$\left. \begin{aligned} c_z &= c_0 \left( 1 + \frac{2(a+b)}{\Delta F} \right) \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_0}}; \\ c_\phi &= c_0 \left( 1 + \frac{2(a+3b)}{\Delta F} \right) \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_0}}; \\ c_x &= D_0 \left( 1 + \frac{2(a+b)}{\Delta F} \right) \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_0}}, \end{aligned} \right\} \quad (8.48)$$

где  $c_0$  — постоянная упругости основания, не зависящая от размеров фундамента, определяется по табл. 8.8;  $a$  и  $b$  — длина и ширина подошвы фундамента;  $\sigma$  — напряжение в основании фундамента;  $\sigma_0$ ,  $\Delta$  и  $D_0$  — постоянные величины ( $\sigma_0 = 2$  тс/м<sup>2</sup>;  $\Delta = 1$  м<sup>-1</sup>;  $D_0 = 0,75 c_0$ ).

Значения коэффициента  $c_0$  приведены в табл. 8.8.

Т а б л и ц а 8.8

Категория основания	Характеристика основания	Грунт	$c_0$ , тс/м <sup>2</sup> , при $\sigma_0 = 2$ тс/м <sup>2</sup>
I	Нежесткие	Глины и суглинки текучепластичные ( $B > 0,75$ )	600
		Супеси текучие ( $B > 1$ )	700
II	Малой жесткости	Глины и суглинки мягкопластичные ( $0,5 < B \leq 0,75$ )	800
		Супеси пластичные ( $0,5 < B < 1$ )	1000
		Пески пылеватые водонасыщенные рыхлые ( $\varepsilon > 0,8$ )	1200
III	Средней жесткости	Глины и суглинки тугопластичные ( $0,25 < B \leq 0,5$ )	2000
		Супеси пластичные ( $0 < B \leq 0,5$ )	1600
		Пески пылеватые средней плотности ( $\varepsilon \leq 0,8$ )	1400
		Пески мелкие, средние и крупные	1800
IV	Жесткие	Глины и суглинки твердые ( $B < 0$ )	3000
		Супеси твердые ( $B < 0$ )	2000
		Щебень, гравий, галька, дресва	2600

При больших площадях подошвы фундаментов и сооружений (сотни квадратных метров) рекомендации по определению коэффициентов жесткости разработаны В. И. Бибановым, Л. А. Гончаровым, Г. Г. Константиновым [85].

На основании исследований авторы рекомендуют для сооружений с большой площадью оснований применять метод определения собственных колебаний бетонных блоков, геометрически подобных натурному сооружению.

Для испытания по данной методике на грунтовой поверхности бетонируются несколько (три-четыре) таких опытных блоков. Масштаб наиболее крупного блока по отношению к натурному сооружению должен составлять не менее  $1/5$  —  $1/10$ . Далее с помощью ударов вызываются колебания блоков и определяются периоды собственных колебаний. На основании обработки результатов испытаний строятся зависимости периода колебаний от площади основания блока. С увеличением размеров блоков увеличиваются периоды колебаний. По экспериментально установленной зависимости с по-

мощью интерполяции определяются расчетные значения упругих коэффициентов и для проектируемого натурального сооружения.

Для ускорения срока проведения испытаний вместо бетонных блоков некоторые авторы рекомендуют применять сборные штампы.

Всесоюзным научно-исследовательским институтом гидротехнических и санитарно-технических работ предложена конструкция инвентарного тяжелого штампа для полевых динамических испытаний грунтов. Сборный штамп может быть смонтирован в двух вариантах.

Первый вариант выполняется в виде «высокого штампа» высотой 84 см из семи железобетонных и одной верхней стальной плиты. Плиты между собой стягиваются мощными болтами. Второй вариант — «низкий штамп» высотой 32 см состоит из тех же верхних и нижних плит, но имеет стальные промежуточные плиты.

Эти два штампа в собранном виде имеют одинаковую массу — 1 т и одинаковую площадь подошвы —  $0,5 \text{ м}^2$ . Благодаря различной высоте штампов при ударах можно определить собственную частоту горизонтальных колебаний (при низком штампе), а также частоту вертикальных и горизонтально-вращательных колебаний (при высоком штампе). По частоте собственных колебаний штампов находятся упругие характеристики грунтов.

В процессе проведения полевых испытаний было установлено, что конструкция рассмотренных штампов весьма удобна в монтаже и обеспечивает проведение испытаний в достаточно короткие сроки.

В. И. Бибановым, Л. А. Гончаровым, Г. Г. Константиновым [85] в 1964 г. были проведены комплексные экспериментальные исследования колебаний массивных блоков на песчаном основании. Опыты проводились на площадках, сложенных средне-и мелкозернистыми песками. Исследовались массивные бетонные блоки с площадью основания  $2,28\text{—}25,6 \text{ м}^2$ , удельное давление на подошве блоков изменялось от  $0,15$  до  $0,5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ .

Собственные колебания блоков вызывались вертикальными и горизонтальными ударами деревянным бревном и чугуной бабой. Эти колебания регистрировались сейсмоприемниками ВЭГИК и записывались на осциллографе ПОБ-12. В ряде опытов упругие характеристики грунтов определялись по способу О. А. Савинова с помощью записи колебаний двух сборных штампов высотой  $0,32$  и  $0,84 \text{ м}$ ; в некоторых опытах по данным сейсморазведки определялись скорости распространения продольных и поперечных волн в грунтах.

Для оценки результатов статических методов определения физико-механических свойств грунта были испытаны опытные штампы с площадью оснований  $0,5$  и  $1 \text{ м}^2$ . Результаты экспериментальных исследований сведены в табл. 8.9.

На основании анализа экспериментов авторы делают вывод о том, что для неполностью водонасыщенных песчаных грунтов рассмотренные методы дают мало отличающиеся результаты. Результаты динамических методов испытания примерно на  $15\text{—}20\%$  превышают результаты, полученные при статических испытаниях.

Таблица 8.9

Характеристика  грунта	Осредненные значения упругих характеристик						
	по данным статистических испытаний		По способу О. А. Са- винова		по скорости распространения упругих волн		
	$E, 10^6 \text{ Н/м}^2$	$c_z, 10^7 \text{ Н/м}^3$	$E, 10^5 \text{ Н/м}^2$	$c_z, 10^7 \text{ Н/м}^3$	$\mu$	$E, 10^6 \text{ Н/м}^2$	$c_z, 10^7 \text{ Н/м}^3$
Водонасыщен- ный	$\frac{377-427}{400}$	$\frac{6,3-7,1}{6,7}$	—	—	$\frac{0,342-0,356}{0,35}$	$\frac{349-414}{380}$	6,4
После дополни- тельного ув- лажнения	$\frac{490-580}{535}$	$\frac{8,19-9,53}{8,9}$	620	7,57	$\frac{0,283-0,334}{0,32}$	$\frac{562-638}{600}$	9,9
Естественной влажности	$\frac{492-636}{560}$	$\frac{8,21-10,61}{9,4}$	740	9,35	0,33	$\frac{526-638}{480}$	9,7

Примечания: 1. Все значения  $c_z$  относятся к штампу с  $F_{\text{осн}} = 0,5 \text{ м}^2$  при давлении по его подошве до  $0,3 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ .

2. В числителе приводится диапазон изменения  $E$ ,  $c_z$  и  $\mu$ , а в знаменателе — их среднее значение.

В ряде случаев, например при обработке результатов рассмотренных опытов, необходимо установить связь между коэффициентами упругого сжатия на модели Н. П. Павлюка и упругими характеристиками модели упругого полупространства. Осадка жесткого штампа для модели упругого полупространства равна:

$$s_{\text{уп}} = \frac{P_z \omega b (1 - \mu^2)}{F E_{\text{уп}}}, \quad (8.49)$$

где  $P_z$  — статическая нагрузка;  $\omega$  — коэффициент, зависящий от формы подошвы фундамента (для квадрата  $\omega = 0,88$ );  $F$  — площадь подошвы;  $b$  — ширина и  $E_{\text{уп}}$  — модуль упругости.

Осадка жесткого штампа для модели Н. П. Павлюка:

$$s = \frac{P_z}{F c_z}. \quad (8.50)$$

Приравнивая осадки для этих двух моделей  $s_{\text{уп}} = s$ , получим:

$$c_z = \frac{E_{\text{уп}}}{\omega b (1 - \mu^2)}. \quad (8.51)$$

Для квадратного штампа

$$c_z = 1,13 \frac{E_{\text{уп}}}{b (1 - \mu^2)}. \quad (8.52)$$

Коэффициенты  $c_\alpha$  и  $c_\phi$  могут быть получены таким же способом. С помощью установленных зависимостей (8.51) и (8.52) по значениям

$E_{уп}$  и  $\mu$  можно вычислить коэффициенты жесткости для модели Н. П. Павлюка.

При лабораторных испытаниях механические характеристики грунтов определяются в результате замера частот и амплитуд свободных колебаний образцов грунта при продольных и крутильных колебаниях с помощью специальных установок. Сделанные во время испытаний записи свободных колебаний образца, аналогичных изображенным на рис. 8.29, позволяют установить период колебаний и амплитуды, а по ним определить модули нормальной  $E_{уп}$  и касательной упругости  $G_{уп}$ , коэффициент Пуассона, коэффициент затухания. Связь между частотами колебаний и упругими характеристиками  $E_{уп}$  и  $G_{уп}$  может быть получена из решения задачи теории упругости о продольных и крутильных колебаниях упругого стержня с грузом на конце [71] — [76]. Дифференциальное уравнение равновесия в этом случае имеет вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (8.53)$$

где  $a = \sqrt{Eg/\gamma}$  — скорость распространения волн в стержне ( $E$  — модуль упругости грунта;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\gamma$  — объемная масса образца грунта);  $u$  — продольное перемещение какого-либо поперечного сечения образца грунта.

Рассмотрев основные колебания, решение (8.52) запишем в виде

$$u = z (A \cos kt + B \sin kt). \quad (8.54)$$

Подставляя выражение (8.54) в выражение (8.53), имеем:

$$\left. \begin{aligned} a^2 \frac{d^2 z}{dz^2} + k^2 z &= 0, \\ z &= C \cos \frac{kz}{a} + D \sin \frac{kz}{a}. \end{aligned} \right\} \quad (8.55)$$

откуда

Принимая вес груза равным  $Q$ , длину грунтового образца  $l$ , начальные условия при  $z = 0$ ,  $u = 0$ ,  $\alpha = F\gamma l/Q$  ( $F$  — площадь образца),  $\beta = kl/a$  и, производя необходимые преобразования, уравнение (8.55) приводим к виду

$$\alpha = \beta \operatorname{tg} \beta. \quad (8.56)$$

Корни уравнения частоты (8.56) можно определить графическим путем. Для основного вида колебаний имеем:

$$\left. \begin{aligned} E_{уп} &= \frac{k^2 \gamma l^2}{\beta^2 g}, \\ E_{уп} &= \frac{4\pi^2}{T^2 \beta^2} \frac{\gamma l^2}{g}, \end{aligned} \right\} \quad (8.57)$$

или

где  $k = 2\pi/T$  — круговая частота.

Модуль касательной упругости определяется аналогичным путем и имеет вид:

$$G_{\text{уп}} = \frac{4\pi^2}{T^2 \beta^2} \frac{\gamma l^2}{g}. \quad (8.58)$$

При пользовании выражением (8.58) коэффициент  $\beta$  находят из уравнения (8.56) при

$$\alpha = \frac{I_Q}{I_p}, \quad (8.59)$$

где  $I_Q = \pi d^4 \gamma h / 32g$  — момент инерции массы образца;  $I_p$  — то же, осциллятора относительно оси вращения.

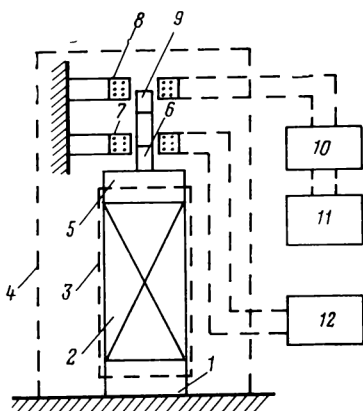


Рис. 8.30. Схема установки для замера параметров свободных продольных колебаний образцов грунта

1 — неподвижная плита; 2 — образец грунта; 3 — резиновая оболочка; 4 — баллон; 5 — груз; 6, 9 — катушки; 7, 8 — магниты; 10 — усилитель; 11 — осциллограф; 12 — генератор

После определения  $E_{\text{уп}}$  и  $G_{\text{уп}}$  вычисляют коэффициент Пуассона

$$\mu = \frac{E_{\text{уп}}}{2G_{\text{уп}}} - 1. \quad (8.60)$$

Коэффициент затухания находят по формуле

$$n = \frac{1}{T} \ln \frac{A_i}{A_{i+1}}. \quad (8.61)$$

Как следует из анализа формул (8.57) и (8.58), для определения модулей продольной и касательной упругостей необходимо знать частоту собственных колебаний грунтового образца, а также амплитуды для определения коэффициента затухания.

Частоты и амплитуды образцов грунта при продольных и крутильных колебаниях замеряют с помощью установок, разработанных ВНИИГ и НИИ оснований и подземных сооружений [24], [42], [71].

Схема установки для замера частот и амплитуд свободных колебаний образца при продольных колебаниях изображена на рис. 8.30 [71]. В образце грунта, установленном между неподвижной плитой и грузом, продольные колебания возбуждаются путем подачи электрического импульса от генератора на катушку. Собственные колеба-

ния образца грунта записываются на ленту осциллографа с помощью датчика скорости, образованного магнитом и катушкой.

Схема установки для замера частот и амплитуд свободных колебаний при крутильных колебаниях образца грунта изображена на рис. 8.31 [71]. Образец грунта, так же как и в первой установке, помещается между жесткой неподвижной плитой и штампом. При подаче электрического импульса от генератора на катушку в образце грунта возбуждаются крутильные колебания. Собственные колебания образца записываются на ленту осциллографа.

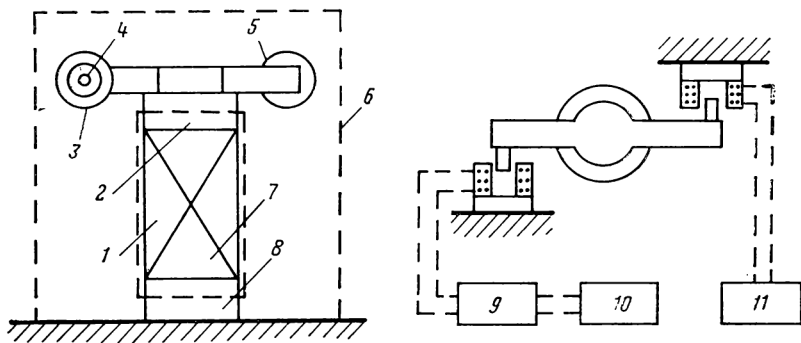


Рис. 8.31. Схема установки для замера параметров крутильных колебаний образцов грунта

1 — образец грунта; 2 — штамп-осциллятор; 3 — катушки; 4 и 5 — магниты; 6 — баллон; 7 — резиновая оболочка; 8 — жесткая неподвижная плита; 9 — усилитель; 10 — осциллограф; 11 — генератор

При исследованиях в условиях всестороннего сжатия образцы грунта заключаются в резиновые оболочки и помещаются в баллон, давление в котором создается сжатием воздуха.

В результате обработки результатов испытаний получают кривые, аналогичные показанным на рис. 8.29, а также периоды и амплитуды колебаний, по которым вычисляют механические параметры грунтов.

Рассмотренные вибрационные методы испытаний позволяют определять параметры грунта, входящие в формулы динамического расчета заглубленных сооружений. Если провести подобные испытания грунтов невозможно, то коэффициенты упругого равномерного сжатия в зависимости от нормативного давления на грунт  $R^H$  берут из нормативных документов. Коэффициенты упругого равномерного сжатия зависят от нормативного давления на грунт следующим образом:

$R^H, 10^5 \text{ Н/м}^2$ . . . . .	1	2	3	4	5
$c_z, 10^7 \text{ Н/м}^3$ . . . . .	2	4	5	6	7

Соответственно:  $c_\phi = 2c_z$ ;  $c_x = 0,7 c_x$ .



**Сейсмические методы** основываются на определении скоростей распространения в грунтах упругих сейсмических волн. Хотя грунты не являются идеально упругими материалами, опытами установлено, что в зоне, где остаточные деформации не возникают, начинается область упругих колебаний грунта. Упругие волны в этой зоне грунтов также называются сейсмическими волнами. Сейсмические методы испытаний охватывают область упругих колебаний грунта. Источниками упругих сейсмических волн являются взрывы, землетрясения, удары по поверхности грунта, различные импульсы. В результате этих динамических воздействий в грунте возникает несколько групп волн.

На рис. 8.32 показаны схемы фронтов волн, возбуждаемых в упругом полупространстве вертикальной возмущающей силой  $P$ . Из рисунка видно, что в упругом теле могут возникать четыре основные группы волн, различие между которыми состоит в направлении движения частиц по отношению к направлению волны [35]: продольные волны  $P$ , поперечные волны  $S$ , конические волны  $K$ , поверхностные волны Релея  $R$ .

Продольные волны  $P$  обусловлены распространением в грунте деформаций объемного сжатия и расширения, сопровождаемых деформациями сдвига; направление движения частиц грунта совпадает с направлением движения волн или противоположно ему.

Поперечные волны  $S$  обусловлены распространением в грунте деформаций сдвига; движение частиц грунта происходит перпендикулярно движению волн.

Конические волны  $K$  образуются в результате взаимодействия с границей полупространства продольных волн; движение частиц грунта происходит перпендикулярно фронту волн.

Поверхностные волны Релея  $R$  образуются в грунтах в результате наложения продольной и поперечной волн при их отражении от границы полупространства; частицы грунта движутся по эллипсу в вертикальной плоскости.

Распространение волн в изотропной упругой среде описывается следующими дифференциальными уравнениями [83]:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0; \\ \nabla^2 v - c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0; \\ \nabla^2 w - c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8.62)$$

где  $u, v, w$  — составляющие упругих перемещений по направлению осей  $x, y, z$ ;  $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$  — оператор Лапласа;  $c$  — скорость распространения упругих волн.

Рассматривая уравнения (8.62), можно установить основные зависимости для упругих волн. Скорость распространения продоль-

ных сейсмических волн в массиве грунта равна:

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{g} \frac{1 - \mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}}, \quad (8.63)$$

где  $v_p$  — скорость распространения продольных волн в грунте;  $\lambda$  и  $G$  — постоянные Ляме, связанные с модулем нормальной упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\mu$  зависимостями:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}; \\ G &= \frac{1}{2(1 + \mu)} E; \end{aligned} \quad (8.64)$$

$\rho = \gamma/g$  — плотность грунта ( $\gamma$  — объемная масса,  $g$  — ускорение свободного падения).

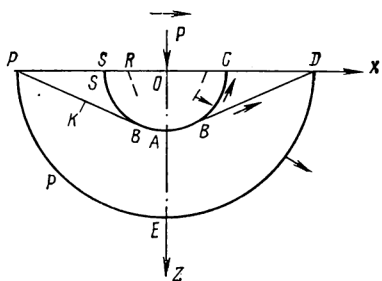


Рис. 8.32. Схема фронтов волн  $P$ ,  $S$ ,  $K$  и  $R$ , возбуждаемых в упругом полупространстве силой  $p$  (стрелками показаны направления смещения частиц на фронте соответствующих волн)

Скорость распространения поперечных волн в массиве грунта соответствует

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1 + \mu)}}. \quad (8.65)$$

Скорость распространения конической (поперечной головной волны)  $v_k = v_s$ . Скорость распространения продольных поверхностных волн Релея:

$$v_R = \frac{0,87 + 1,12\mu}{1 + \mu} \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1 + \mu)}}. \quad (8.66)$$

Анализ показывает, что скорость распространения продольных волн всегда больше скорости распространения поперечных волн.

Рассмотренные скорости распространения сейсмических волн являются основными механическими характеристиками динамических свойств грунта. С помощью формул (8.63) и (8.66) можно определить модуль упругости  $E$  и коэффициент Пуассона  $\mu$  грунта по экспериментально полученным скоростям распространения волн и далее по известным формулам вычислить коэффициенты жесткости, входящие в формулы расчета сооружений, заглубленных в грунт.

Для определения скоростей распространения волн применяются полевые и лабораторные методы исследования. При исследованиях измеряют скорости волн не менее двух видов: или продольных и поперечных, или продольных и поверхностных волн Релея.

В лабораторных условиях скорости распространения упругих волн в образцах грунтов измеряют акустическими методами. Наибольшее распространение получили импульсные ультразвуковые методы измерения. При испытаниях через образец грунта пропускают ряд импульсов ультразвуковых волн, фиксируя время прохождения волн через образец. Скорость распространения волн в образце грунта определяется соотношением

$$v = \frac{L}{t}, \quad (8.67)$$

где  $L$  — длина пути ультразвукового импульса, равная длине образца грунта;  $t$  — время распространения ультразвукового импульса.

Полученное значение скорости упругих волн подставляют в формулы (8.63), (8.65) и из них получают значения модуля упругости грунта  $E$  и коэффициента Пуассона  $\mu$ .

При этом надо иметь в виду, что скорость распространения упругих волн зависит от соотношения между длинами волн и размерами образца грунта [71].

Формулы (8.63) — (8.65) применимы при соотношении  $r/\lambda_p > 1$  и  $l \geq (4-5) \lambda_p$ , где  $r$  — радиус цилиндрического образца грунта;  $l$  — длина образца;  $\lambda_p$  — длина волны, равная произведению скорости упругой волны  $v$  на период  $T$  ( $\lambda_p = vT$ ).

При  $r/\lambda_p < 0,17$  и  $l \geq (40-60) r$  скорость распространения продольных волн определяется, как в стержне,

$$v_p = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (8.68)$$

В этом случае приравнивают выражения (8.67) и (8.68) и определяют  $E$ . Разработан ряд установок для проведения подобных испытаний. В качестве примера рассмотрим импульсную переносную аппаратуру ИПА [30], [71]. Синхроимпульсы, управляющие работой всех элементов аппаратуры, вырабатывает ведущий генератор (рис. 8.33), запускающий ряд дополнительных генераторов. Излучателем ультразвуковых колебаний является пьезоэлектрический датчик, возбуждаемый прямоугольными импульсами высокого напряжения генератора зондирующих импульсов. Ультразвуковые колебания, проходя через образец грунта, принимаются пьезоэлектрическим датчиком — приемником, преобразуются, создавая на электролучевом индикаторе волновую схему; зная время распространения звука и расстояние между излучателем и приемником, можно определить скорость распространения волн в образце по формуле (8.67).

При исследованиях грунтов помимо рассмотренного метода применяют метод продольного профилирования. В этом методе положение излучателя на образце фиксированное, а приемник перемещается по прямой. Скорость распространения волн определяют по параметрам упругих колебаний.

Полевые сейсмические методы исследования грунтов применяют для определения скоростей упругих волн, глубины залегания скальных пород, изучения зон повышенной трещиноватости. Изучение сейсмического разреза для рассматриваемых заглубленных в грунт сооружений (неглубокого и глубокого типа) производится до глубины примерно 20—80 м. Упругие волны возбуждаются ударами кувалды и падающего груза массой 20—40 кг, а также с помощью взрывов небольших зарядов взрывчатых веществ в шурфах и мелких скважинах. Для регистрации колебаний используются стандарт-

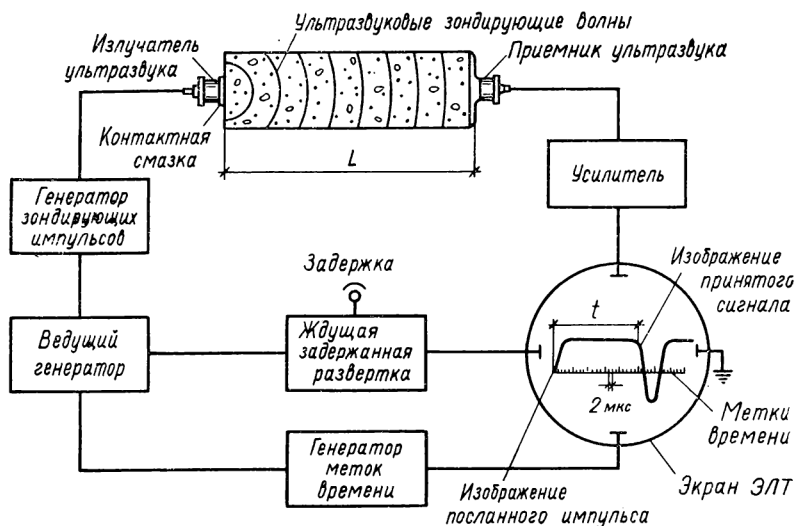


Рис. 8.33. Схема прибора ИПА

$L$  — длина пути ультразвукового импульса;  $t$  — время распространения ультразвука

ная аппаратура, сейсмоприемники СПМ-16, СПЭД-56, СИ-3 и др. В результате испытаний определяются экспериментальные значения скоростей распространения продольных и поперечных волн. Подставляя экспериментальные значения продольных и поперечных волн в формулы (8.63) и (8.65), а продольных и поперечных поверхностных волн Релея — в формулы (8.63) и (8.66) и решая систему уравнений с двумя неизвестными, получаем значения модуля упругости грунта  $E$  и коэффициента Пуассона  $\mu$ .

Далее по известным формулам вычисляют и коэффициенты жесткости  $C_z$ ,  $C_x$ ,  $C_\varphi$ .

На основании ряда исследований с различными грунтами получены значения скоростей распространения упругих волн, которые можно использовать в расчетах, когда испытания провести не представляется возможным. Некоторые значения скоростей распространения продольных и поперечных волн приведены в табл. 8.10 [83].

Т а б л и ц а 8.10

Грунт	Скорости распространения волн, м/с	
	$v_p$	$v_s$
Влажная глина . . . . .	1500	150
Лёсс естественной влажности . . . . .	800	260
Плотный гравелисто-песчаный грунт . . . . .	480	250
Песок мелкозернистый . . . . .	300	110
Песок среднезернистый . . . . .	550	160
Гравий средней крупности . . . . .	760	180

**Методы испытания грунтов при интенсивных динамических нагрузках** обусловлены действием взрывов, импульсов большой силы и различных ударных эффектов. Интенсивные динамические нагрузки характеризуются большими давлениями и высокими скоростями изменения во времени, что приводит к значительно превышению предела упругости грунта. При динамических нагрузках большой мощности в грунтах распространяются волны различных типов: ударные, смешанного типа, сжатия, упругие.

Ударные волны характеризуются скачкообразным возрастанием напряжений в грунте, приводящим к скачкообразному изменению плотности и скорости частиц грунта. Ударная волна, распространяясь с большой скоростью, распадается на смешанную волну и волну сжатия. Эти волны вызывают интенсивные остаточные деформации в грунте. В процессе дальнейшего распространения пластические волны иссекают и происходит постепенное формирование упругих сейсмических волн. Интенсивные динамические нагрузки, как правило, обуславливают образование ударных волн. Опытами установлено, что в грунтах образование ударных волн возможно при условии, когда кривая нагружения на диаграмме сжатия  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  обращена выпуклостью к оси деформаций.

В последние годы проведены значительные исследования грунтов при интенсивных динамических нагрузках С. С. Григорьяном [21], Г. М. Ляховым [40], Г. В. Рыковым [46], Н. Д. Красниковым [35] и др. Основной целью испытания грунтов при интенсивных динамических нагрузках является построение динамических диаграмм сжатия грунтов. В настоящее время получили распространение лабораторные и полевые методы испытания грунтов при интенсивных динамических нагрузках.

При *лабораторных методах* исследования сжимаемости грунтов при интенсивных динамических нагрузках применяются специально сконструированные установки, позволяющие регистрировать изменение во времени напряжений и деформаций грунтов. Спротивляемость грунта внешним воздействиям изучается в условиях одноосного сжатия с возможностью или без возможности бокового расширения грунта.

Установка для испытаний грунта динамическими и статическими нагрузками в условиях одноосного сжатия (рис. 8.34), разработанная Г. В. Рыковым и В. В. Мельниковым [46], представляет собой цилиндр, в котором размещается образец грунта в кольце. Нагрузка передается на образец через поршень. В поддон цилиндра и поршень вмонтированы тензометрические датчики, измеряющие вертикальные напряжения  $\sigma_y(t)$ . В кольцо вмонтированы два тензометрических датчика, измеряющих горизонтальное напряжение в образце  $\sigma_x(t)$ . Смещение поршня измеряется консольным прогибоммером, выполненным в виде высокочастотной консольной балочки с наклеенными на нее тензодатчиками. Консольный прогибоммер опирается на выдвижную стойку с упором. Показания тензодатчиков регистрируются через усилитель на шлейфах осциллографа типа Н-102, Н-105. Динамическая нагрузка различной продолжительности на образец грунта создается пневматической динамической машиной ПДУ (рис. 8.35).

Для работы машины используется энергия сжатого воздуха. Видоизменение формы эпюры нагрузки на рабочем органе достигается разновременностью вскрытия основной и выхлопной мембран, устанавливаемых в затворах машины. В качестве мембран используется рентгеновская пленка. Варьирование скорости нарастания и сброса нагрузки производится путем установки в затворы диафрагм с калиброванными отверстиями. Для регистрации динамического усилия на штоке машины во времени используется электротензодинамометр. Сигналы динамометра усиливаются в тензометрическом мостовом усилителе. В качестве реги-

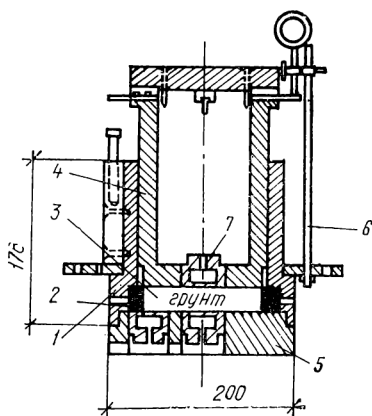


Рис. 8.34. Установка для испытаний грунта

1 — цилиндр; 2 — кольцо; 3 — образец грунта; 4 — поршень; 5 — поддон цилиндра; 6 — выдвижная стойка; 7 — тензометрические датчики

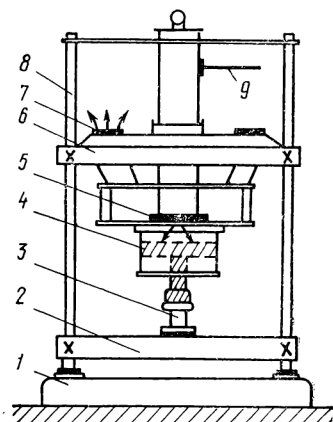


Рис. 8.35. Схема пневмодинамической установки ПДУ

1 — основание для закрепления машины на фундаменте; 2 — стол для установки опытных образцов; 3 — опытный образец; 4 — цилиндр ударного механизма с поршнем и штоком; 5 — основной затвор; 6 — ударный механизм машины с рабочим органом; 7 — выхлопной затвор; 8 — колонна для крепления всех основных частей машины; 9 — трубопровод для подвода сжатого воздуха от пневмопульта

стрирующей аппаратуры может применяться шлейфный осциллограф.

На рис. 8.36 приведена примерная блок-схема измерительной аппаратуры. Для одновременного вскрытия мембран основного и выхлопного затворов может применяться реле механического типа. Проволочные нихромовые сопротивления, наклеенные на первый внутренний слой пленки затвора, прожигают мембрану из нескольких слоев рентгеновской пленки. На рис. 8.37 приведена схема реле времени. При замыкании тумблера  $k_0$  ток напряжением 220 В попадает

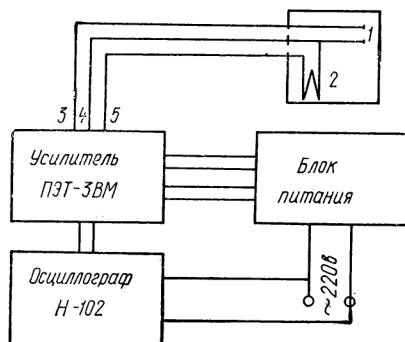


Рис. 8.36. Блок-схема измерительной аппаратуры

1 и 2 — рабочий и компенсационный датчики тензомера; 3—5 — контакты усилителя

на нихромовое сопротивление основного затвора. Электромагнит обесточивается, и стрелка реле времени под действием пружины движется влево до момента замыкания контакта  $k_v$ . После замыкания контакта  $k_v$  импульс тока попадает на сопротивление  $k_v$ , которое, сгорая, вскрывает мембрану выхлопного затвора.

Динамическая нагрузка на образец грунта помимо пневмодинамической машины ПДУ может создаваться также за счет энергии падающего груза массой 50—200 кг. Вследствие изменения высоты сбрасывания

груза и применения прокладок можно создавать различные режимы деформирования, при которых скорость деформирования песчаных и глинистых грунтов меняется в пределах 1—40—50 1/с.

При проведении на описываемой установке статических испытаний смещение поршня измеряется индикатором часового типа, закрепленным на стойке (см. рис. 8.34). Скорость деформирования в этих опытах составляет  $1 \cdot 10^{-7}$  1/с.

Учитывая, что отношение высоты к диаметру кольца равно 1 : 5, влияние сил трения по боковой поверхности кольца не учитывают и рассматривают однородное распределение деформаций по высоте образца. Деформации образца определяются по формуле

$$\varepsilon(t) = \frac{u(t)}{l_0}, \quad (8.69)$$

где  $u(t)$  — смещение поршня;  $l_0$  — высота кольца.

Для оценки режима деформирования используется средняя скорость деформирования  $d\varepsilon/dt$ , определяемая по формуле

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\varepsilon_*}{t_*}, \quad (8.70)$$

где  $\epsilon_*$  — максимальная деформация, достигнутая при нагружении;  $t_*$  — время ее достижения.

По осциллограммам в каждый момент времени можно определить напряжения  $\sigma_y(t)$ ;  $\sigma_x(t)$ ;  $\epsilon(t)$  и  $d\epsilon/dt$ .

По этой методике Г. В. Рыковым и В. В. Мельниковым были исследованы образцы песчаных и глинистых грунтов, в том числе лёссовидные суглинки ненарушенной структуры [46]. На рис. 8.38 представлены результаты опытов по определению сжимаемости лёссовидного суглинка с объемной массой  $\gamma = (1,44—1,47) \times$

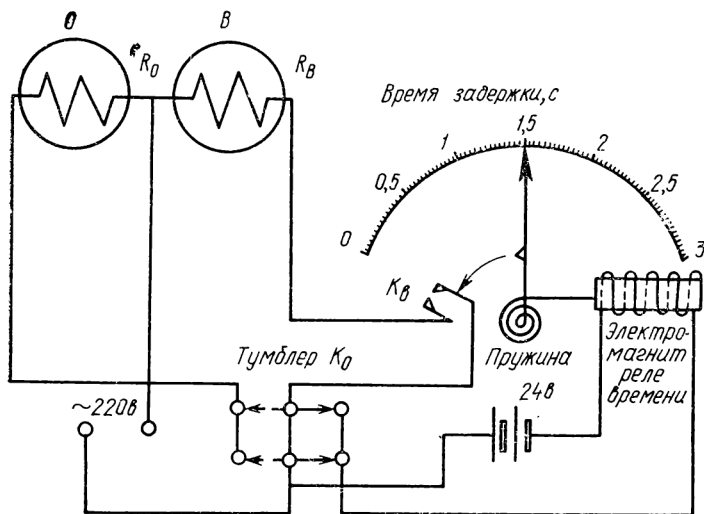


Рис. 8.37. Электрическая схема реле времени для одновременного вскрытия основного  $O$  и выхлопного  $B$  затворов

$\times 10^4 \text{ Н/м}^3$  и влажностью  $W = 12—13\%$ . Кривая 1 (незатушеванные точки) характеризует изменение вертикальных напряжений во времени  $\sigma = \sigma_y(t)$ , а кривая 2 (затушеванные точки) — изменение во времени деформации образца  $\epsilon(t)$ .

На рис. 8.39 приведены диаграммы  $\sigma = \sigma(\epsilon)$ , построенные по данным рис. 8.38 путем исключения времени  $t$  из записей  $\sigma(t)$ , и  $\epsilon(t)$  — кривая 1. Для сравнения здесь же приведена диаграмма  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  — кривая 2, построенная для того же грунта по результатам статических испытаний. Сопоставление этих кривых показывает, что сжимаемость грунта при динамических нагрузках может уменьшаться в несколько раз, что свидетельствует о существенном влиянии вязкости на сжатие лёссовидных грунтов.

Образцы грунтов в условиях всестороннего равномерного сжатия испытывают на установках, аналогичных описанной. Отличие заключается лишь в том, что исследуемый образец грунта помещается в рабочую камеру в резиновой или синтетической оболочке.



Образец грунта обычно имеет сферическую форму и со всех сторон окружен в рабочей камере жидкостью. При передаче давления на жидкость последняя передает его на образец грунта. Объемная деформация грунта определяется по перемещению поршня; давление жидкости, равное среднему напряжению, записывают датчики давления. Такая методика дает возможность непосредственно по данным опытов построить диаграмму объемного сжатия.

Лабораторные опыты по определению сжимаемости грунта требуют небольших материальных затрат и позволяют искусственно изменять свойства грунтов, но в то же время имеют ряд недостатков.

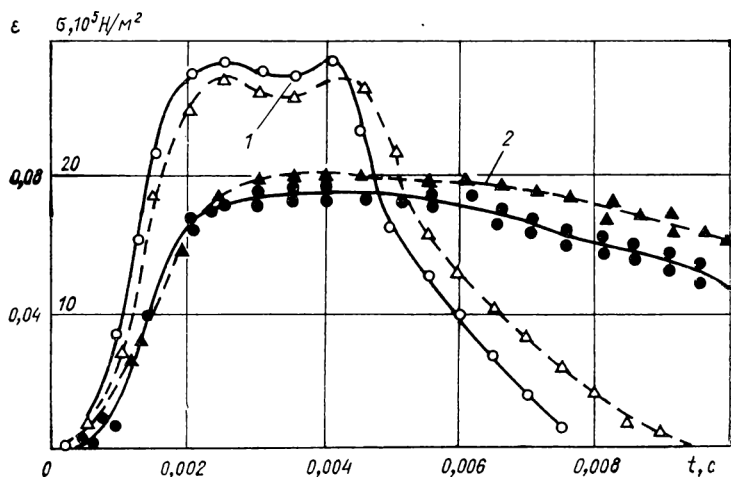


Рис. 8.38. Результаты определения сжимаемости лёссовидного суглинка (в опытах Г. В. Рыкова и В. В. Мельникова)

Свойства грунта в образцах, доставленных в лаборатории, могут меняться по сравнению со свойствами естественного грунтового массива. При взятии образцов грунта снимаются нагрузки, действующие на них в условиях естественного залегания, что отражается и на сжимаемости грунтов. При определении динамической сжимаемости грунтов на результаты опытов влияет различие в методах создания нагрузок и отраженная падающая волна от неподвижного дна цилиндра лабораторных установок. В этих условиях трудно получить однородную деформацию во всем образце грунта. Поэтому при определении сжимаемости грунтов в лабораторных условиях в ряде случаев получают приближенные результаты. Следовательно, рассмотренные лабораторные методы испытаний грунта целесообразны в первую очередь в тех случаях, когда провести испытания по определению сжимаемости грунтов непосредственно в полевых условиях нельзя.

В связи с этим основными методами определения сжимаемости грунтов при воздействии интенсивных динамических нагрузок сле-

дует считать полевые методы испытаний в условиях естественного залегания грунта непосредственно в массиве в районе строящегося объекта.

*Полевые методы* исследования механических свойств грунтов при интенсивных динамических нагрузках основываются на изучении напряженного и деформированного состояния грунта при распространении в нем взрывных волн, возбуждаемых взрывами или ударами. Наибольшее развитие получили методы, основанные на использовании взрывных волн. Эти испытания включают определение динамической сжимаемости грунтов по значениям параметров

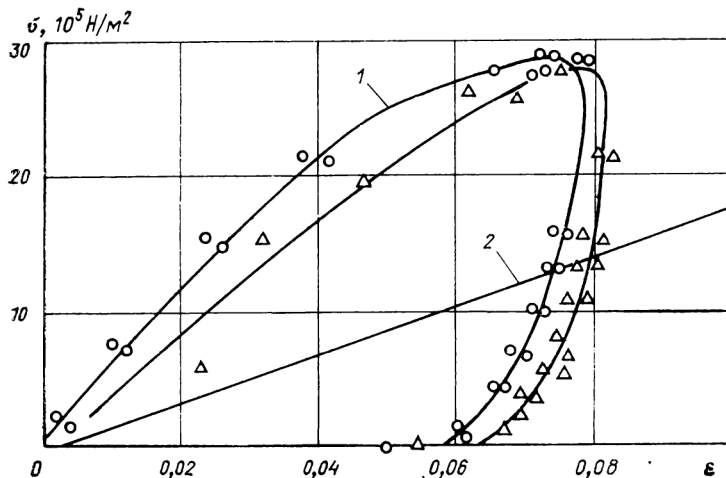


Рис. 8.39. Диаграммы сжатия грунта

1 — динамическое нагружение; 2 — статическое нагружение

взрывных волн, измеряемых в полевых условиях, с последующим вычислением расчетных механических параметров — модуля упругости, модуля деформации, коэффициента Пуассона, коэффициентов затухания и жесткости.

Исследования с помощью взрывных волн производятся при взрывах сосредоточенных или плоских зарядов.

При взрывах сосредоточенных зарядов строят динамическую диаграмму объемного сжатия грунта, диаграмму одноосного сжатия строят при взрывах плоских зарядов. Диаграммы строятся для больших давлений в грунте, что характерно для близких расстояний от центра взрыва, при которых наблюдаются ударные волны с резким скачкообразным нарастанием напряжений на фронте волны. Методика и результаты экспериментального исследования параметров волн, образующихся в грунтах при взрывах сосредоточенных и плоских зарядов, подробно описаны в трудах Г. М. Ляхова [39], С. С. Григорьяна [21], Г. В. Рыкова [46], Л. Р. Ставницера [72], Н. Д. Красникова [35], В. И. Бибанова [85], З. В. Нарожной [40] и др.

Сосредоточенные заряды располагают на поверхности грунта или заглубляют в грунт. В последнем случае заряды взрывчатых веществ (ВВ) располагают по такой глубине, чтобы на поверхности грунта при взрывах отсутствовали видимые изменения (выброс или поднятие грунта). Такие взрывы носят название камуфлетных. Целесообразная глубина заложения заряда при камуфлетных взрывах определяется следующим соотношением:

$$h_K \geq 2 \sqrt[3]{\frac{c}{s}}, \quad (8.71)$$

где  $h_K$  — глубина заложения, м;  $c$  — масса заряда взрывчатого вещества, кг.

Предпочтение следует отдать камуфлетным взрывам, обеспечи-

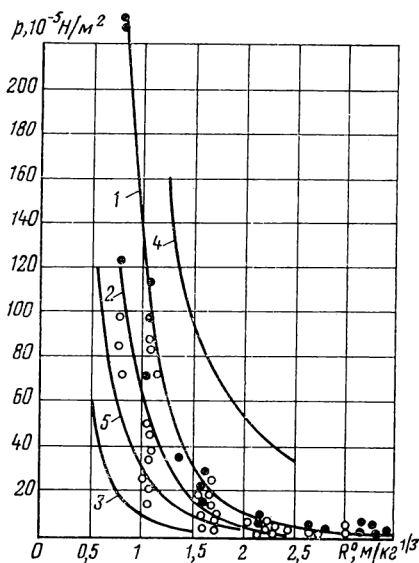


Рис. 8.40. Зависимость максимального давления взрывной волны  $p$  от расстояния  $R^0$  в различных грунтах (в опытах Г. М. Ляхова)

1, 2 — соответственно нормальное и боковое давления в водонасыщенном глинистом грунте; 3 — нормальное давление в неводонасыщенном суглинистом грунте; 4 и 5 — нормальное и боковое давления в песчаном водонасыщенном грунте

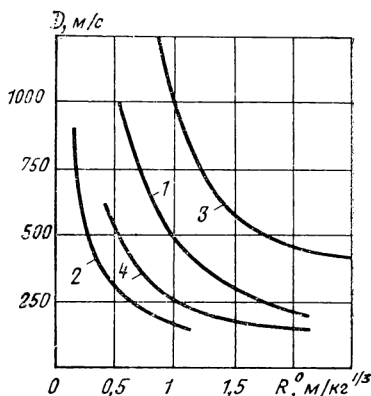


Рис. 8.41. Зависимость скорости фронта взрывной волны от расстояния (по Г. М. Ляхову)

1 — глинистый грунт; 2 — неводонасыщенный суглинистый грунт; 3—4 — песчаный грунт

вающим бо́льшую безопасность проведения испытаний. Для регистрации давления в грунте при распространении взрывных волн при камуфлетных взрывах на одной глубине с зарядами на разных расстояниях от центра взрыва устанавливаются высокочастотные тензодатчики и пьезодатчики. Воспринимающие элементы датчиков ориентируются параллельно и перпендикулярно направлению распространения волны, что позволяет фиксировать нормальное  $p$  и боковое  $p_t$  давление. Показания датчика фиксируются с помощью шлейфовых катодных осциллографов. Ниже приведены некоторые

результаты экспериментального исследования взрывных волн, образующихся при взрывах сосредоточенных зарядов [40].

На рис. 8.40 показаны зависимости максимального значения давления  $p$  от относительного расстояния  $R^0$  от центра взрыва:

$$R^0 = \frac{R}{\sqrt[3]{c}}, \quad (8.72)$$

где  $R^0$  — относительное расстояние от центра взрыва, м · кг<sup>−1/3</sup>;  $R$  — расстояние от центра взрыва, м;  $c$  — масса заряда взрывчатого вещества, кг.

На рис. 8.41 приведены зависимости скорости фронта взрывной волны от расстояния для различных грунтов.

Зная экспериментальные значения скорости распространения ударной волны  $D$  и максимальных давлений  $p$  и  $p_\tau$ , можно построить диаграммы объемного динамического сжатия грунта  $\sigma = \sigma(e)$ , с помощью которых затем вычислить расчетные механические параметры грунта. Уравнение, определяющее динамическую сжимаемость грунтов, выведено из следующих предпосылок.

Скорость фронта волны  $D$  связана с нормальным давлением на фронте  $p$ , а также плотностью среды перед фронтом  $\rho_0$  и на фронте  $\rho$  соотношением, вытекающим из законов сохранения массы и количества движения

$$D = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0} \frac{p}{p - \rho_0}}. \quad (8.73)$$

Учитывая, что  $e = (\rho_0 - \rho)/\rho$ , из уравнения (8.73) находим

$$e = -\frac{p}{\rho_0 D^2}, \quad (8.74)$$

где  $e$  — деформация.

Зная, что  $p_\tau = k_\tau p$  ( $k_\tau$  — коэффициент бокового давления), окончательно получим уравнение динамического сжатия в виде зависимости деформации от среднего нормального напряжения

$$e = -\frac{3\sigma}{(1 + 2k_\tau) \rho_0 D^2}, \quad (8.75)$$

где

$$\sigma = \frac{1}{3} (\rho + 2\rho_\tau). \quad (8.76)$$

В соответствии с выражением (8.75) на рис. 8.42 изображены графики динамического сжатия грунта, соответствующие экспериментальным значениям  $p$  ( $R^0$ ) и  $D$  ( $R^0$ ) (см. рис. 8.40 и 8.41), полученным Г. М. Ляховым [40].

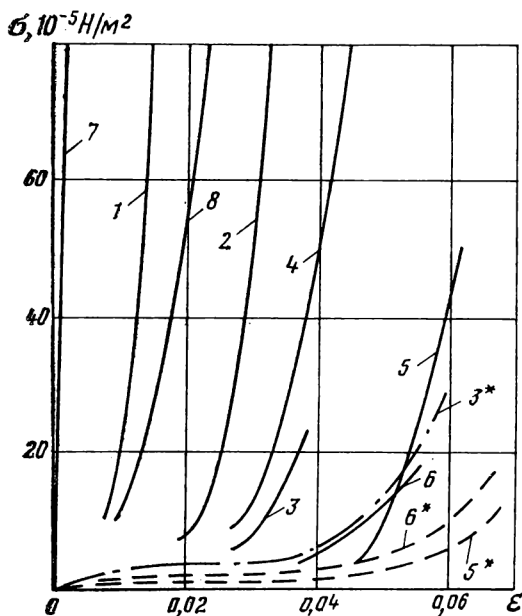


Рис. 8.42. Кривые динамического сжатия грунтов (по Г. М. Ляхову)

пунктир — кривые статического сжатия; 1, 2, 7, 8 — для водонасыщенных грунтов; 3—6 — для неводонасыщенных

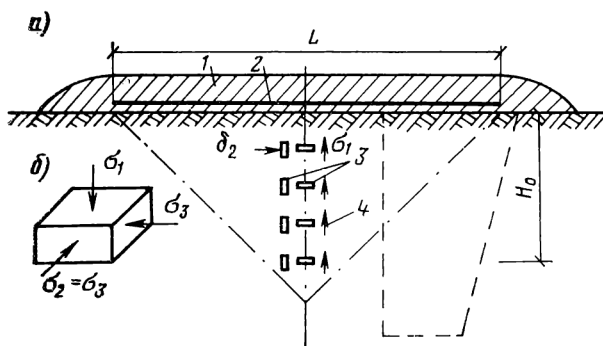


Рис. 8.43. Схемы распределения напряжений  $\sigma$  и проведения испытаний для определения параметров плоских взрывных волн  $a$

1 — обсыпка; 2 — детонирующий шнур; 3 — датчик напряжений; 4 — датчик скорости

На основании диаграмм динамического сжатия грунта можно определить расчетные параметры. Скорость распространения упругопластических деформаций определяется по формуле

$$a_1 = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}}, \quad (8.77)$$

где  $d\sigma/d\varepsilon$  — тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной к кривой сжатия в точке заданным давлением.

Динамическая сжимаемость грунтов в соответствии с экспериментальными значениями параметров плоских ударных волн по методике, разработанной Г. М. Ляховым, определяется следующим образом.

Плоские заряды взрывчатых веществ укладывают на поверхности грунта и сверху засыпают слоем грунта, толщина которого зависит от плотности заряда и определяется выражением

$$h_h = \chi c, \quad (8.78)$$

где  $h_h$  — толщина слоя грунта, м;  $c$  — плотность заряда взрывчатого вещества, т. е. масса плоского заряда, приходящаяся на единицу площади;  $\chi$  — экспериментальный коэффициент, равный 2—4 м<sup>3</sup>/кг.

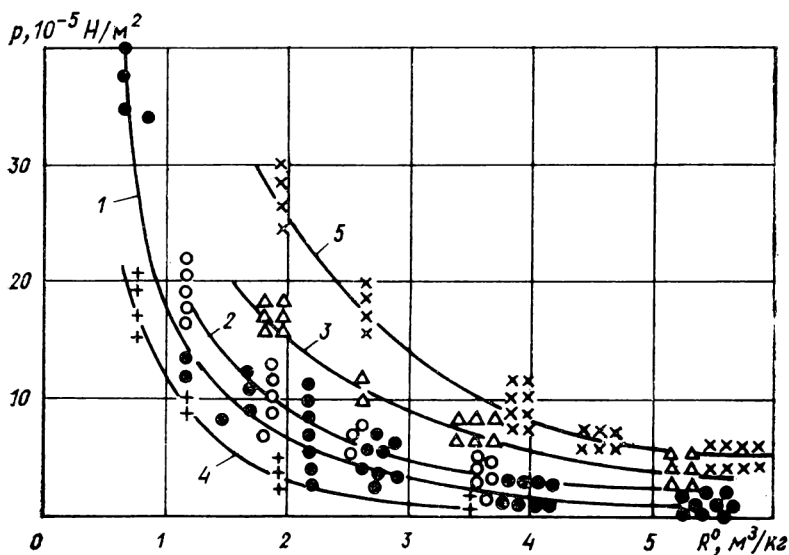


Рис. 8.44. Зависимость максимального давления в плоской волне от расстояния в песчаных грунтах (в опытах Г. М. Ляхова и З. В. Нарожной)

1—4 — неводонасыщенные грунты; 5 — водонасыщенный грунт

До установки заряда на разной глубине устанавливают датчики измеряющие давление и скорость частиц (рис. 8.43).

Датчики располагаются перпендикулярно и параллельно плоскости взрыва, что позволяет одновременно измерить оба главных напряжения.

Датчики устанавливают в ненарушенном грунте. Для установки датчиков на расстоянии 0,5 м от оси разрабатывают котлован, на одной из его стен пробуривают скважины диаметром 0,1 м, длиной 0,5 м через каждые 0,2—0,4 м. В эти скважины помещают датчики для измерения напряжений и скоростей, после чего котлован засыпают ранее вынутым грунтом с тщательным трамбованием до получения плотности основного массива.

Линейные размеры ВВ в плане должны в 2—3 раза превышать расстояние от плоскости взрыва до наиболее удаленного датчика: в этом случае под центром заряда волна является плоской и сжатие грунта соответствует одноосному деформированному состоянию.

Ниже приведены результаты опытов Г. М. Ляхова и З. В. Нарожной [40].

На рис. 8.44 и 8.45 показаны зависимости максимального давления  $p$  и скорости распространения этого давления  $D$  от относительного расстояния  $R^0$ :

$$R^0 = R/c, \quad (8.79)$$

где  $R^0$  — относительное расстояние от центра взрыва,  $\text{м}^3/\text{кг}$ ;  $R$  — расстояние от плоскости взрыва,  $\text{м}$ .

На основании экспериментальных значений  $p(R^0)$  и  $D(R^0)$  вычислена зависимость деформации от давления с использованием выражения (8.74).

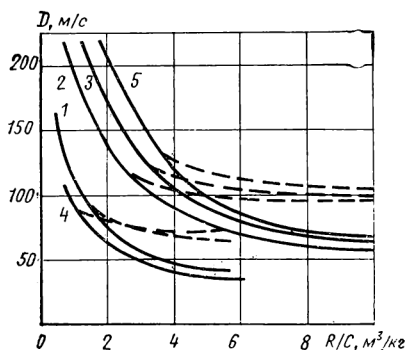


Рис. 8.45. Зависимость скоростей распространения фронта плоской волны (пунктир) и максимального давления (сплошные кривые) в песчаных грунтах от расстояния (в опытах Г. М. Ляхова и З. В. Нарожной)

1—4 — неводонасыщенные грунты; 5 — водонасыщенные

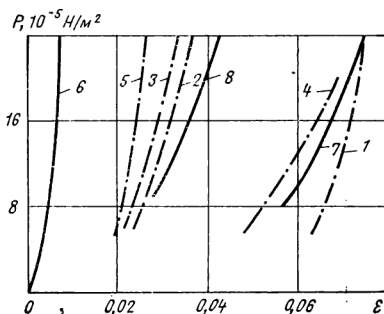


Рис. 8.46. Кривые динамического сжатия различных грунтов (в опытах Г. М. Ляхова и З. В. Нарожной)

1—4 — неводонасыщенные грунты; 5—8 — водонасыщенные

Динамические диаграммы одноосного сжатия, построенные с использованием формулы (8.74), приведены на рис. 8.46. На основании вычисленных значений относительных деформаций определяется модуль общей деформации для случая одноосного деформированного состояния  $E_0$ . Для получения расчетного значения модуля деформации  $E$ , учитывающего боковое расширение грунта, необходимо  $E_0$  умножить на коэффициент  $\beta$ . Коэффициенты жесткости вычисляются по определенным значениям  $E$  по формулам, рассмотренным выше.

Помимо рассмотренных взрывных методов испытание грунтов интенсивными динамическими нагрузками может проводиться в полевых условиях с помощью специальных установок.

В опытах автора книги механические свойства грунтов определялись при воздействии кратковременных динамических нагрузок\*. Для этих целей были созданы специальные установки.

Для создания кратковременных импульсных нагрузок в полевых условиях применялась установка динамического нагружения конструкции Ю. М. Яковлева [87]. Для создания длительных интенсивных динамических нагрузок были применены пороховые заряды, которые при взрыве передавали нагрузку на жесткий штамп.

В результате испытаний строили динамические диаграммы сжатия грунтов, сопоставляя для одинаковых моментов времени действующие давления на грунт и его относительные деформации.

В установке Ю. М. Яковлева динамическая нагрузка создается в результате падения груза на пружину, установленную на жестком штампе, который передает усилие на грунт. Применяя различные грузы, меняя высоту их падения и используя пружины различной жесткости, можно получить необходимую динамическую нагрузку на грунт, а также заданное время ее действия (рис. 8.47).

С помощью данной установки можно создать и интенсивные динамические нагрузки.

При проведении опытов были применены пружины пяти типов (табл. 8.11).

Т а б л и ц а 8.11

Тип пружины	Высота пружины, м	Осадка пружин под грузом массой 4500 кг, м	Длительность нагружения, с
1	0,218	0,023	0,022
2	0,245	0,024	0,023
3	0,211	0,028	0,025
4	0,21	0,029	0,023
5	0,41	0,041	0,03

Динамическое усилие на грунт определяли исходя из следующих соображений.

При ударе происходит очень быстрое превращение кинетической энергии ударяющего тела в потенциальную энергию деформации. Если жесткое тело  $A$  весом  $P$ , падая с некоторой высоты  $H$ , ударяет по телу  $B$ , опирающемуся на упругую систему  $C$ , то последняя испытывает деформацию  $\delta_d$  (рис. 8.48).

К моменту окончания деформации ударяющее тело пройдет путь  $H + \delta_d$ , а запас его кинетической энергии  $T$  будет измеряться произведенной им работой

$$T = P (H + \delta_d). \quad (8.80)$$

\* В проведении экспериментальных исследований и обработке результатов принимали участие Н. М. Устюгова, Ю. Н. Галин, [Л. В. Стратанович], [А. Г. Соколов], А. В. Михайлов.



Потенциальная энергия при статической деформации упругой системы  $U$  равна половине произведения действующей силы на соответствующую статическую деформацию, т. е.

$$U = \frac{1}{2} P \delta_c. \quad (8.81)$$

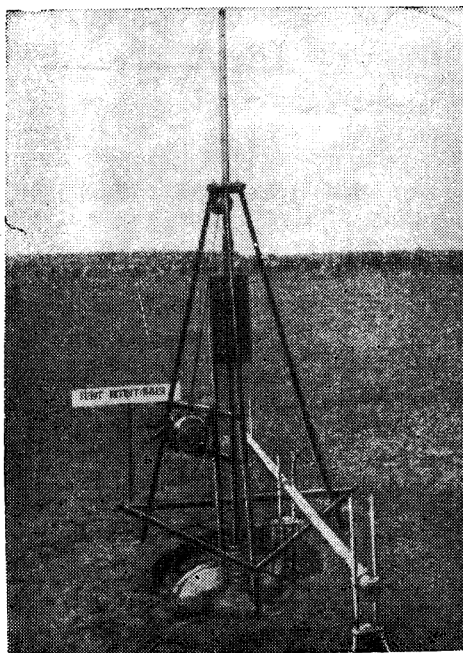


Рис. 8.47. Установка динамического нагружения Ю. М. Яковлева

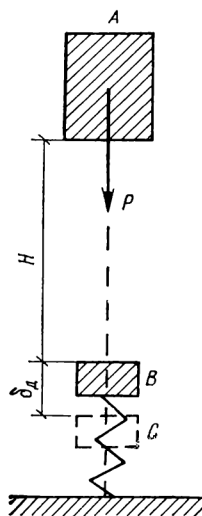


Рис. 8.48. Расчетная схема для определения величины динамического давления на грунт

Статическая деформация  $\delta_c$  в ударяемом сечении вычисляется по закону Гука

$$\delta_c = P/c, \quad (8.82)$$

где  $c$  — коэффициент пропорциональности (коэффициент жесткости), равный сжатию пружины  $\delta_c$  от действия груза  $P$ .

Подставляя уравнение (8.82) в выражение (8.81), имеем

$$U = \frac{1}{2} c \delta_c \delta_c = \frac{1}{2} c \delta_c^2. \quad (8.81a)$$

При действии упавшего груза  $P$  в системе с развивается реакция, равная динамическому усилию  $Q$ . Реакция  $Q$  связана с динамической

деформацией упругой системы также законом Гука

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \delta_d &= \frac{Q}{c} \\ Q &= \delta_d c. \end{aligned} \right\} \quad (8.83)$$

Формула для определения потенциальной энергии упругой системы при ударе по аналогии с выражением (8.81) будет

$$U_d = \frac{1}{2} Q \delta_d = \frac{1}{2} c \delta_d \delta_d = \frac{1}{2} \frac{P}{\delta_c} \delta_d^2 = \frac{P}{2\delta_c} \delta_d^2. \quad (8.84)$$

Имея в виду, что кинетическая энергия ударяющего тела полностью переходит в потенциальную энергию деформации упругой системы  $U_d$ , получаем

$$T = U_d \quad (8.85)$$

или

$$P(H + \delta_d) = \frac{P}{2\delta_c} \delta_d^2, \quad (8.86)$$

откуда

$$\delta_d^2 - 2\delta_c \delta_d - 2H\delta_c = 0; \quad (8.87)$$

$$\delta_d = \delta_c \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_c}} \right) = k_d \delta_c, \quad (8.88)$$

где  $k_d = 1 + \sqrt{1 + 2H/\delta_c}$  — коэффициент динамичности.

Для приближенного определения динамического усилия можно формулу (8.88) упростить, приняв  $k_d = \sqrt{2H/\delta_c}$ .

Тогда получим

$$Q = P \sqrt{\frac{2H}{\delta_c}}. \quad (8.89)$$

После падения груза  $P$  упругая система  $C$  начнет совершать гармонические колебания с частотой

$$p = \sqrt{\frac{c}{m}}. \quad (8.90)$$

Подставляя значения  $c = P/\delta_c$  и  $m = P/g$ , получим

$$p = \sqrt{\frac{g}{\delta_{ст}}}. \quad (8.91)$$

Период колебаний  $t$  (рис. 8.49), соответствующий частоте  $p$ , будет:

$$t = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_{ст}}{g}}.$$

Расчетная длительность действия динамического усилия, равная половине периода, составит:

$$T = \pi \sqrt{\frac{\delta_{ст}}{g}}. \quad (8.92)$$

Формулы (8.88), (8.89) и (8.92) не учитывают вертикальную деформацию грунта  $e$  и накопление кинетической энергии грузом на пути сжатия пружины.

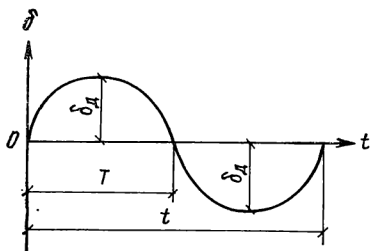


Рис. 8.49. График колебаний механической системы

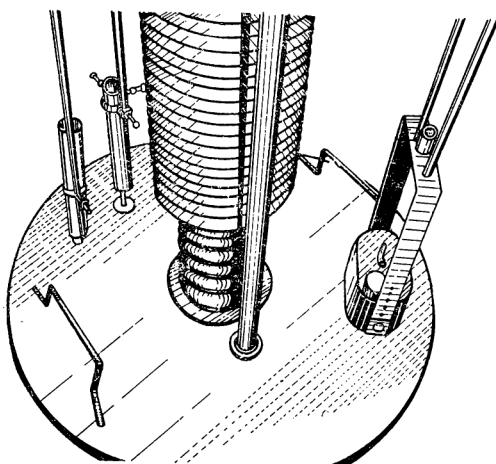


Рис. 8.50. Виброграф для записи перемещений штампа

Ю. М. Яковлев на основании формул Г. И. Покровского получил зависимости, которые учитывают указанные факторы:

$$Q = P \frac{\sqrt{e^2 + 4\delta_{ст}^2 + 4\delta_{ст}e + 8\delta_{ст}H + e + 2\delta_{ст}}}{2\delta_{ст}}; \quad (8.93)$$

$$T = \frac{\pi [0,5 (\sqrt{e^2 + 4\delta_{ст}^2 + 4\delta_{ст}e + 8\delta_{ст}H + e + 2\delta_{ст}})]}{\sqrt{2g [H + 0,5 (\sqrt{e^2 + 4\delta_{ст}^2 + 4\delta_{ст}e + 8\delta_{ст}H + e + 2\delta_{ст}})]}}. \quad (8.94)$$

По данным Ю. М. Яковлева, формулы (8.89) и (8.90) позволяют вести расчет с ошибкой, не превышающей 3%, при следующих условиях:

$$e \leq 0,085 \sqrt{\delta_{ст}H}; \quad (8.95)$$

$$P/Q \leq 0,035. \quad (8.96)$$

Для замера вертикальных деформаций грунта  $e$  возможно применение ручного вибрографа ВР-1, который записывает деформации на движущейся бумажной ленте (рис. 8.50). Точность измерения вертикальных деформаций составляет 0,01—0,03 мм, что можно считать вполне достаточным для рассматриваемых целей.

В результате исследований, выполненных Ю. М. Яковлевым и автором книги, установлено следующее.

1. Безотносительно к условиям проведения опытов изменение вертикальных деформаций во времени может быть представлено в виде характерных виброграмм (рис. 8.51), на которых можно выделить восстанавливающиеся (обратимые)  $e_v$  и остаточные (необратимые)  $e_o$  деформации. Используя эти данные, возможно определить расчетные значения коэффициентов жесткости грунта.

2. При повторных динамических нагрузках происходит частичное упрочнение грунта. При весьма кратковременных нагрузках степень этого упрочнения невелика и влияние его практически не проявляется.

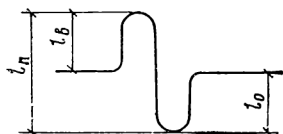


Рис. 8.51. Характерная виброграмма изменения деформаций грунта во времени (в опытах Ю. М. Яковлева)

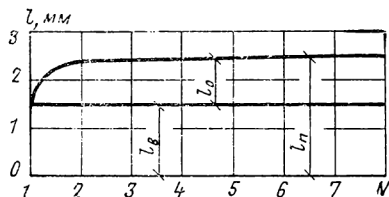


Рис. 8.52. Характер нарастания суммарной осадки грунта при повторных нагружениях

3. Суммарная вертикальная деформация грунта, включающая восстанавливающуюся и остаточную части, при каждом последующем ударе возрастает. Это происходит в результате накопления необратимой части деформации.

Интенсивность нарастания суммарной вертикальной деформации меньше, чем при статическом нагружении грунта (рис. 8.52). Это, по-видимому, происходит вследствие того, что при статической длительной нагрузке явление упрочнения проявляется в большей мере, чем при воздействии кратковременных нагрузок.

Анализ выполненных испытаний показал, что остаточные (необратимые) деформации грунта имеют следующую зависимость:

$$s_n^o = s_1^o (1 + \beta \lg n), \quad (8.97)$$

где  $s_1^o$  и  $s_n^o$  — остаточные деформации грунта при первом и  $n$ -м числе нагружений;  $\beta$  — коэффициент нарастания суммарной осадки, определяемый опытным путем при динамических испытаниях грунта;  $n$  — число приложений нагрузки.

Суммарная полная осадка грунта при динамической нагрузке при заданном числе нагружений может быть получена суммированием обратимой ее части и остаточной, вычисленной по формуле (8.97).

4. При воздействии динамической нагрузки деформация грунтов меньше, чем при эквивалентной статической нагрузке.

Исследования показали, что деформация грунта при динамической нагрузке существенно зависит от времени ее воздействия.

На рис. 8.53 изображены результаты испытания грунта статическими и динамическими нагрузками. Во всех случаях деформации при динамических нагрузках значительно (на 20—50%) меньше деформаций при статических нагрузках. При возрастании длительности воздействия нагрузки разница в деформациях сокращается.

Исследование деформации грунтов при воздействии кратковременных сил, создаваемых пороховыми зарядами, позволило увеличить время воздействия нагрузки.

Для воспроизведения динамических импульсных нагрузок на штампы было использовано приспособление, представляющее собой полый толстостенный цилиндр — камеру с дном содной стороны

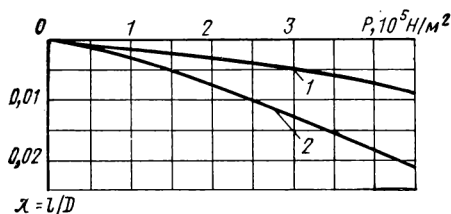


Рис. 8.53. Результаты испытаний грунта (по Ю. М. Яковлеву)  
1 — динамическими нагрузками; 2 — статическими нагрузками

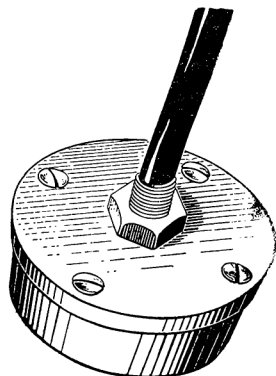


Рис. 8.54. Тензометрический датчик давления ТИД-4

и сопловым блоком с другой. В камере размещался пороховой заряд. Воспламенение основного заряда осуществлялось электровоспламенителем и дополнительным зарядом пороха. Провода от электрозапала выводились к источнику питания. В дне были предусмотрены три резьбовых отверстия под втулки для установки крешерных приборов и датчиков. Опорной частью приспособлений служил стакан, соединяющийся с дном на внутренней резьбе. Через три овальных отверстия в стакане выводили проводники специальных датчиков для записи кривых давления в камере.

В процессе проведения опытов замеряли осадки штампа, скорости его движения, напряжения на подошве штампа, нагрузки на него.

При проведении экспериментальных работ в качестве регистрирующей аппаратуры использовали 14-шлейфовый осциллограф Н-700. Тип шлейфа подбирали из условия регистрации максимальных амплитуд на осциллограммах в зависимости от ожидаемых напряжений в грунте, осадок и скоростей движения штампов под воздействием заданной динамической нагрузки. В качестве усилительной аппаратуры использовали 8-канальный усилитель типа 8АНЧ-7.

Нагрузку на штамп определяли, измеряя деформации опорного стакана нагружающего приспособления. Для измерения деформаций стакана на его внутренней поверхности были наклеены тензометры (рабочие и компенсационные) с базой 10 мм и сопротивлением 100 Ом.

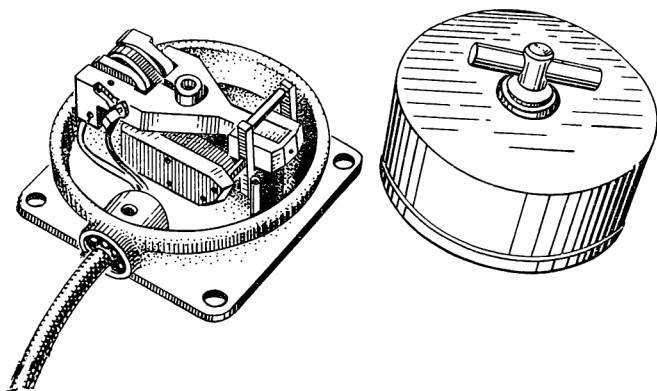


Рис. 8.55. Виброграф ВИБ-А

Тензометры подключали к одному из каналов усилителя типа 8АНЧ-7 и дальше на шлейф осциллографа. Тарировку производили сжатием стакана на 50-тонном гидравлическом прессе.

Напряжения на подошве штампа измеряли тензометрическим датчиком давления (рис. 8.54) с рабочей мембраной диаметром 60 мм и толщиной 1,5 мм. Датчики устанавливали в двух точках штампа в специальной закладной трубе.

Скорости движения штампа измеряли вибрографом ВИБ-А (рис. 8.55) с регистрацией на осциллографе Н-700.

Однокомпонентный дистанционный виброграф ВИБ-А (конструкции Института химической физики АН СССР) предназначен для регистрации скорости перемещения сооружений или испытуемых объектов при воздействии на них динамических нагрузок.

Основные элементы вибрографа — корпус, маятник, грузик и плоская катушка. Маятник подвешивается с помощью четырех плоских пружин, образующих упругую ось вращения. Магнитная цепь вибрографа состоит из постоянного магнита 1, воздушного зазора 2 размером 3 мм, в котором перемещается плоская катушка 3 (рис. 8.56).

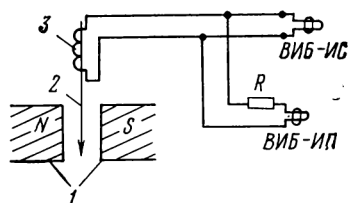


Рис. 8.56. Электрическая схема вибрографа

ВИБ-ИС и ВИБ-ИП — вибрографы;  $R$  — сопротивление;  $N$  и  $S$  — магниты

Дистанционный виброграф позволяет регистрировать скорости как в вертикальном, так и в горизонтальном направлении, что достигается соответствующей ориентацией корпуса прибора.

Принцип действия вибрографа ВИБ-А основан на том, что при смещении испытуемого объекта возникает взаимное перемещение постоянного магнита и катушки. В результате этого магнитные силовые линии пересекают витки катушки и в последней возникает электродвижущая сила, пропорциональная скорости перемещения испытуемого объекта с установленным на нем прибором.

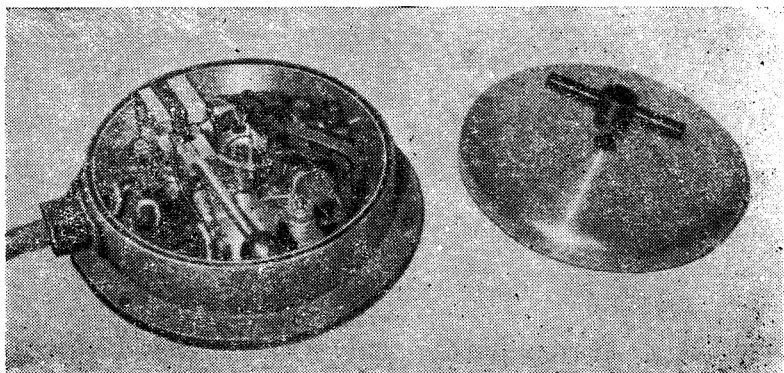


Рис. 8.57. Измеритель перемещений типа ИП-3

При подключении катушки вибрографа к шлейфу осциллографа в цепи последнего протекает ток, также пропорциональный скорости перемещения испытуемого объекта и прибора.

Скорость перемещения испытуемого объекта или грунта при воздействии динамических нагрузок определяется по формуле

$$v = \frac{yR_0}{s_B s_{\text{ш}}}, \quad (8.98)$$

где  $v$  — скорость перемещения, см/с;  $y$  — ордината отклонения на пленке, мм;  $R_0$  — полное сопротивление цепи, Ом, равное сумме сопротивлений цепи шлейфа, подводящих проводов и цепи вибрографа;  $s_B$  — чувствительность вибрографа;  $s_{\text{ш}}$  — чувствительность шлейфа.

$$s_B = 3,956 \frac{MRQ_{\infty}}{T^2 I}, \quad (8.99)$$

где  $MR$  — статический момент маятника;  $T$  — период собственных колебаний маятника;  $I$  — сила тока;  $Q_{\infty}$  — угол отклонения маятника от положения равновесия, рад.

Прибор устанавливался на поверхности штампа и крепился к нему цементным раствором. Осадка штампа определялась гра-

фическим интегрированием кривой скорости, записанной на осциллограмме.

В некоторых опытах осадку получали одновременно с записью скорости путем непосредственного интегрирования в приборе с помощью интегрирующего устройства и интегрирующего шлейфа. Для определения осадки в некоторых опытах использовали прибор типа ИП-3 (рис. 8.57) — измеритель перемещений с регистрацией на осциллографе Н-700.

Прибор типа ИП-3, разработанный А. Ф. Новгородовым, представляет собой конструкцию сейсмического типа, позволяющую определять перемещения сооружений при воздействии динамических нагрузок.

Основными элементами индуктивного измерителя перемещений являются неподвижный и подвижный сердечники с катушками. Неподвижный сердечник жестко скреплен с корпусом, а подвижный — с маятником, который имеет на конце груз и может поворачиваться внутри неподвижного сердечника на некоторый угол. На неподвижном сердечнике расположена обмотка питания датчика, на подвижном — выходная обмотка.

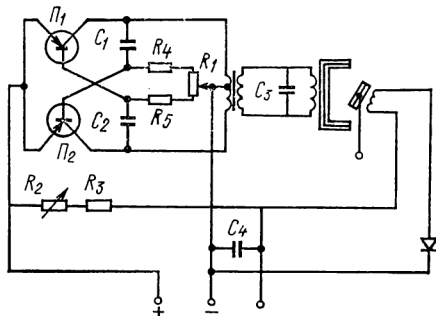


Рис. 8.58. Электрическая схема измерителя перемещений ИП-3

$\Pi_1$  и  $\Pi_2$  — триоды типа ПУД;  $R_1$  —  $R_5$  — сопротивления;  $C_1$  —  $C_4$  — конденсаторы

При смещении штампа или испытуемого сооружения, на котором установлен датчик, между вертикалью и осью маятника образуется угол. Этот угол регистрируется электромагнитной системой датчика (рис. 8.58). Принцип действия этой системы заключается в следующем. В исходном состоянии подвижный сердечник с катушкой устанавливается таким образом, что при угле поворота маятника  $\alpha = 0$  сила тока, протекающего через шлейф, также равна нулю. При поворачивании подвижного сердечника на некоторый угол относительно направления магнитного потока неподвижного сердечника напряжение выходной обмотки изменится и будет равно:

$$u = u_{\max} \sin \alpha, \quad (8.100)$$

но при малых углах поворота  $\sin \alpha \approx \alpha$ , а так как угол пропорционален смещению корпуса прибора и сооружения  $z$ , то  $u \approx z$ , т. е. напряжение, снимаемое с катушки подвижного сердечника, пропорционально перемещению прибора. При этом выходное напряжение не зависит от скорости, а зависит только от линейного перемещения. Это позволяет проводить статическую градуировку прибора отклонением маятника от начального вертикального положения.



Индуктивный измеритель перемещений может работать и в горизонтальном направлении. Для этого на оси вращения катушки подвижного сердечника укреплена пружина, с помощью которой можно установить маятник в горизонтальном положении.

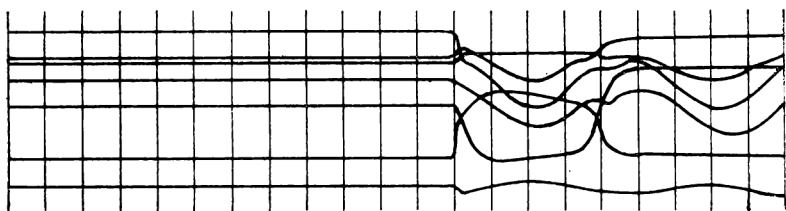


Рис. 8.59. Осциллограмма осадок штампа и давлений

Напряжение питания датчика частотой 20 000—30 000 Гц подается на катушку неподвижного сердечника от генератора, смонтированного внутри датчика на полупроводниковых триодах. Напряже-

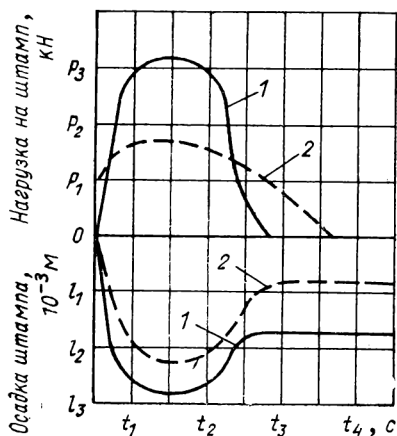


Рис. 8.60. Результаты испытаний грунта динамическими нагрузками

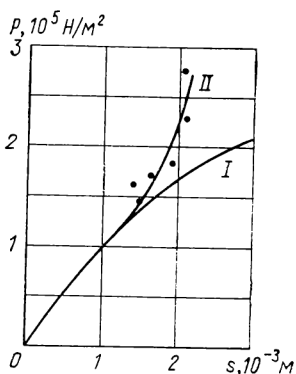


Рис. 8.61. Зависимость осадки грунта от давления, приложенного статически (кривая I) и динамически (кривая II)

ние с подвижного сердечника подается через выпрямитель и схему компенсации начального тока (выпрямитель и схема компенсации также смонтированы внутри датчика) на шлейф осциллографа.

Для контроля в некоторых опытах в двух точках штампа устанавливались прогибомеры, которые позволяли определять перемещение штампов во времени.

На рис. 8.59 представлена осциллограмма записи осадок и давлений в одном из опытов. На основании обработки подобных осциллограмм строились кривые зависимости осадки штампа от нагрузки (рис. 8.60). Максимальные полные осадки штампа соответствовали максимальным нагрузкам. В обоих опытах зафиксированы остаточные (необратимые) осадки, которые составляли 50—60% полных.

По материалам опытов была построена зависимость осадки  $s$  от давления  $p$  (рис. 8.61). Рассмотрение полученных кривых подтверждает ранее сделанные выводы о том, что одна и та же сила, приложенная различно (медленно—статически и быстро—динамически), дает разные осадки грунта: статическая осадка оказывается для данных опытов примерно на 30% больше динамической.

По результатам данных испытаний, используя экспериментальные зависимости осадок штампов от давлений, можно построить динамические диаграммы сжатия грунтов и вычислить основные параметры механических свойств грунтов, входящие в рассмотренные выше формулы расчета заглубленных в грунт сооружений.

1. Баркан Д. Д. Расчет и проектирование фундаментов под машины с динамическими нагрузками. М., Гостройиздат, 1938.
2. Баркан Д. Д., Смоликов Я. Н., Санчев П. И. Экспериментальная проверка теории колебаний массивных фундаментов. — «Проект и стандарт», 1936, № 12.
3. Баркан Д. Д. Динамика оснований и фундаментов. М., Стройвоенмориздат, 1948.
4. Баркан Д. Д., Шехтер О. Я. Об осадках, вызываемых давлением динамических нагрузок. — В кн.: Динамика грунтов. № 44, М., 1961 (НИИ оснований и подземных сооружений).
5. Безухов Н. И. Основы теории упругости пластичности и ползучести. М., «Высшая школа», 1961.
6. Безухов Н. И. Устойчивость подпорных стен и мостовых опор. — «Труды МАДИ», т. 6, 1937.
7. Бобриков Б. В. Активное давление сыпучего тела на подпорные стенки ограниченной длины. — «Труды МИИТ», 1952, вып. 77.
8. Вискне В. П. О колебаниях балок, лежащих на упруго-массивном основании. М., Изд-во АН СССР, вып. II, 1954.
9. Взрывные волны в лессовидных грунтах — «Прикладная математика и механика», 1963, № 4, Авт.: С. С. Григорьян, Г. М. Ляхов, В. В. Мельников, Г. В. Рыков.
10. Герсегованов Н. И. М. Определение сопротивления свай. — Собр. соч., т. 1. М., Стройвоенмориздат, 1948.
11. Горецкий Л. И., Бородач А. И. Проектирование и строительство вертолетных станций. М., Стройиздат, 1964.
12. Глушков Г. И. Определение горизонтальных напряжений в грунте. — «Гидротехническое строительство», 1954, № 3.
13. Глушков Г. И. Устойчивость при динамической нагрузке массивного сооружения, заделанного в грунт. — «Строительная механика и расчет сооружений», 1964, № 1.
14. Глушков Г. И. Расчет устойчивости сооружений, заглубленных в грунт, при воздействии динамических и сейсмических нагрузок. — «Труды координационных совещаний по гидротехнике», 1967, вып. 40 (ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева).
15. Глушков Г. И. Воздействие динамической нагрузки на заглубленные в грунт сооружения с податливыми прослойками. — «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1969, № 3.
16. Глушков Г. И. Статика и динамика сооружений, заглубленных в грунт. М., Гостройиздат, 1967.
17. Глушков Г. И., Раев-Богословский Б. С. Устройство и содержание аэродромов, М., «Транспорт», 1970.

18. Глушков Г. И., Раев-Богословский Б. С. Изыскания и проектирование аэродромов. М., «Транспорт», 1972.
19. Глушков Г. И. Расчет аэродромных покрытий с учетом остаточных деформаций основания. — «Труды МАДИ», 1974, вып. 57.
20. Горбунов-Посадов М. И. Осадки фундаментов на слое однородного грунта, подстилаемых скальным основанием. М., Госстройиздат, 1946.
21. Григорьян С. С. Об основных представлениях динамики грунтов. — «Прикладная математика и механика», т. XXIV, вып. 6, 1960.
22. Давыдов С. С. Расчет и проектирование подземных конструкций. М., Госстройиздат, 1950.
23. Давыдов С. С. Колебания разнородного грунта в упруго-пластической стадии от кратковременной нагрузки. Доклады к международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению. М., Госстройиздат, 1961.
24. Ерыхов Б. П. Лабораторный метод определения модуля сдвига связанных грунтов естественной структуры. — «Известия ВНИИГ», 1960, т. 63, М., Госэнергоиздат.
25. Действие ядерного взрыва (пер. с англ.). Под ред. В. Ю. Бурлакова и Н. И. Туманова. М., Воениздат, 1960.
26. Жемочкин Б. Н. Опыты с моделями свай, работающих на горизонтальную нагрузку в лабораторных условиях. — В кн.: Исследования по теории сооружений. М., Стройиздат, 1949.
27. Жесткие покрытия аэродромов. М., Автотрансиздат, 1961. Авт.: Б. С. Раев-Богословский, Г. И. Глушков, А. С. Ткаченко, Л. И. Манвелов, А. В. Михайлов, Н. И. Волохов, И. И. Толмачев, Ф. И. Рубан.
28. Зеленин А. И. Физические основы теории резания грунтов. М., Изд-во АН СССР, 1950.
29. Завриев К. С., Шпиро Г. С. Расчеты фундаментов мостовых опор глубокого заложения. М., «Транспорт», 1970.
30. Защук И. В. Электроника и акустические методы испытания строительных материалов. М., «Высшая школа», 1965.
31. Кудрин С. М. Устойчивость опор в грунтах. Ч. 1. М., ОНТИ, 1936.
32. Клейн Г. К. Строительная механика сыпучих тел. М., Госстройиздат, 1956.
33. Коренев Б. Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании. М., Госстройиздат, 1954.
34. Коренев Б. Г. Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в бесселевых функциях. М., Физматгиз, 1960.
35. Красников Н. Д. Механические свойства грунтов и методы их определения. М., Стройиздат, 1970.
36. Кошелев Л. И. Исследования работы конструкций в грунте при действии динамической нагрузки. «Труды МИСИ им. В. В. Куйбышева», 1968, вып. 53.
37. Киселев В. А. Строительная механика. М., Госстройиздат, 1960.
38. Кардер Д. С., Клауд К. К. Колебания грунта при крупных подземных взрывах. — В кн.: Подземные ядерные взрывы. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1962.
39. Ляхов Г. М. Определение вязких свойств грунтов. — «Прикладная механика и техническая физика», 1968, № 4.

40. **Ляхов Г. М., Полякова Н. И.** Волны в плотных средах и нагрузки на сооружения. М., «Недра», 1967.
41. **Левенстам В. В.** Метод расчета устойчивости коротких свай. Межотраслевые вопросы строительства. Вып. 8, М., 1971 (ЦИНИС Госстроя СССР).
42. Лабораторная установка для определения упругих и диссипативных свойств грунта динамическим методом. — В кн.: Применение вибрации в строительстве. М., Госстройиздат, 1962. Авт.: О. Я. Шехтер, Л. И. Минаев, Д. С. Левшинский, Л. И. Иванова.
43. **Марквардт Г. К., Власов И. И.** Контактная сеть. М., Трансжелдориздат, 1938.
44. **Миронов П. С.** Взрывы и сейсмобезопасность сооружений. М., «Недра», 1973.
45. **Медведев С. В.** Инженерная сейсмология. М., Госстройиздат, 1962.
46. **Мельников В. В., Рыков Г. В.** О влиянии скорости деформирования на сжимаемость лессовидных грунтов. — «Прикладная механика и техническая физика», 1965, № 2.
47. **Маликов В. Г., Комисарик С. Ф., Коротков А. М.** Наземное оборудование ракет. М., Воениздат, 1971.
48. Механический эффект подземного взрыва. Под ред. М. А. Садовского. М., «Недра», 1971. Авт.: В. Н. Радионов, В. В. Адушкин, В. И. Костюченко, В. И. Николаевский, А. И. Ромашов, В. М. Цветков.
49. **Непетваридзе Ш. Г.** Сейсмостойкость гидротехнических сооружений. М., Госстройиздат, 1959.
50. **Прокофьев И. П.** Давление сыпучего тела и расчет подпорных стенок. М., Госстройиздат, 1947.
51. **Павлюк Н. П.** О колебаниях твердого тела, опирающегося на грунтовое основание. — В кн.: О вибрациях фундаментов. М., Госстройиздат, 1933.
52. **Покровский Г. И.** Взрыв. М., «Недра», 1964.
53. Приспособление подвалов существующих зданий под убежища. М., Стройиздат, 1971. Авт.: В. И. Ганушкин, В. И. Морозов, Б. И. Никонов, Г. И. Орлов.
54. **Разоренов И. Ф.** Вопросы испытаний и расчета одиночных фундаментов на горизонтальную нагрузку. — «Транспортное строительство», 1952, № 12.
55. **Рихтер И. А.** Расчет фундаментов. — В кн.: Правила устройства электротехнических установок. М., Госэнергоиздат, 1948.
56. **Ржаницын А. Р.** Некоторые вопросы механики систем, деформирующихся во времени. М., Гостехиздат, 1949.
57. **Рахматулин Х. А.** О распространении волн разгрузки. — «Прикладная математика и механика», т. IX, вып. 1, 1945.
58. Расчет сооружений на импульсивные нагрузки. М., Стройиздат, 1970. Авт.: И. М. Рабинович, А. П. Сеницын, О. В. Лушин, Б. И. Теренин.
59. Расчет конструкций убежищ. М., Стройиздат, 1974. Авт.: М. Д. Боданский, Л. М. Горшков, В. Н. Морозов, Б. С. Расторгуев.
60. Реконструкция бетонных покрытий аэропортов. М., «Транспорт», 1965. Авт.: Г. И. Глушков, Л. И. Манвелов, Л. В. Михайлов, Б. С. Раев-Богословский.

61. Синельников В. В. Развитие метода Кулона при определении давления сыпучего тела — «Труды МИИТ», 1946, вып. 69.
62. Силин К. С., Завриев К. С., Шпиро Г. С. Расчет столбчатых фундаментов из оболочек на эксплуатационную нагрузку. — «Транспортное строительство», 1960, № 7.
63. Силин К. С., Завриев К. С., Шпиро Г. С. Методы расчета столбчатых фундаментов. — «Труды ЦНИС». Вопросы проектирования фундаментов искусственных сооружений», 1962, вып. 15.
64. Сеницын А. П. Приближенный динамический расчет упругих систем с изменяющейся массой и жесткостью. В кн.: «Исследования по теории сооружений». М., Стройиздат, 1951.
65. Сеницын А. П., Глушков Г. И. Цементобетонные покрытия под воздействием подвижных нагрузок. — «Автомобильные дороги», 1959, № 4.
66. Сеницын А. П. Практические методы расчета сооружений на сейсмические нагрузки. М., Стройиздат, 1967.
67. Снеддон И. С. Преобразования Фурье. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1955.
68. Савинов О. А. Фундаменты под машины. М., Госстройиздат, 1955.
69. Стетюха Е. И. Уравнения корреляционных связей между физическими свойствами горных пород и глубиной их залегания. М., «Недра», 1964.
70. Снитко Н. К. Динамика сооружений. М., Госстройиздат, 1960.
71. Сычев А. К., Христофоров В. С., Мельников В. В. Механика грунтов (статика и динамика) Л., 1971 (Высшее военное инженерно-техническое Краснознаменное училище).
72. Ставинцер Л. Р. Деформация оснований сооружений от ударных нагрузок. М., Стройиздат, 1969.
73. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Основания и фундаменты. М., Госстройиздат, 1964.
74. Технические условия проектирования фундаментов под машины с динамическими нагрузками (СН 18-58). М., Госстройиздат, 1958.
75. Технические условия проектирования железнодорожных, автодорожных и городских мостов и труб (СН 200-62). М., Трансжелдориздат, 1962.
76. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М., Физматгиз, 1959.
77. Урбан И. В. Расчет тонких стенок с учетом упругих свойств грунта и стенки. — «Труды МИИТ», 1939, вып. 55.
78. Указания по расчету гидротехнических сооружений (напорных и безнапорных) на сейсмические воздействия. Тбилиси, изд. АН Груз. ССР, 1966.
79. Указания по проектированию аэродромных покрытий (СН 120-70). М., Стройиздат, 1970.
80. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Ч. I. М., Стройиздат, 1959.
81. Харкута Н. Я., Иевлев В. М. Реологические свойства грунтов. М., Автотрансиздат, 1961.
82. Харр М. Е. Основы теоретической механики грунтов (пер. с англ.). М. Стройиздат, 1971.

83. **Цытович Н. А.** Механика грунтов. М., «Высшая школа», 1973.
84. **Черкасов И. И.** Механические свойства грунтовых оснований. М., Автоотрансиздат, 1959.
85. Экспериментальные исследования колебаний массивных бетонных блоков на песчаном основании — «Труды ИФЗ АН СССР «Вопросы инженерной сейсмологии», вып. 9, 1963. — Авт.: В. И. Бибанов, Л. А. Гончаров, Г. Г. Константинов, Н. Д. Красников, В. Г. Тищенко.
86. **Яропольский И. В.** Полевые и лабораторные исследования устойчивости и прочности свай и шпунтовой стенки. — «Труды ЦНИИВТа», 1935, вып. 155.
87. **Яковлев Ю. М.** Исследование метода испытаний грунтов и нежестких дорожных одежд установкой динамического нагружения. М., 1963 (МАДИ).
88. **Burklin A.** Berechnung von Mastgrünungen, — «Beton und Eisen», 1940, № 17.
89. **Terzaghi K., Peck R. B.** Soil Mechanics in Engineering Practice, 1948.
90. **Lorenz H.** Grundbau Dynamic. Berlin, 1962.
91. **Michel R.** Schutzbaupflicht für Neubauten—Hausschutzräume (Grundschutz). — «Strassenbau — Techn.», 1965, 818, № 24, 1888—1891.
92. **Campbell J. D.** The Dynamic Yielding of Mild Steel — «Acta metallurgica», 1953, 1, № 6.
93. **Weidlinger P., Mathews A. F.** Shock and Reflection in a Nonlinear Medium. — «J. Eng. Div. Proc. Amer. Soc. Civil. Engrs.», 1965, 91, № 3.
94. **Polz K.** Der mitschwingende Baugrund bei dynamische belasten System. — «Die Bautechnik», 1956, H. 6.
95. Symposium of Dynamic Testing of Soil. — «Bulletin of the American Society Materials», 1954, № 156.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

### А

Амплитуда поверхностной волны 132  
— продольной волны 132  
Анализ диаграмм 221  
Анизотропия 23  
Аппроксимация ступенчатая 164  
Аппроксимированная зависимость 148, 157

### В

Виброграф 276  
Виды деформации 39  
Волны продольные 258  
— поперечные 258  
Выпирающие призмы отпора 181, 203, 211

### Г

Гранулометрический состав 214  
Графики динамического сжатия 269  
— колебаний 276  
Грунтовой массив 13

### Д

Давление активное 187, 196  
— грунта 12  
— пассивное 195, 200  
— по теории предельного сопротивления 12  
— по теории упругости 12  
— реактивное 46, 192  
— сейсмическое 25  
Двухмерное преобразование Фурье 108  
Деформации остаточные 147, 152  
— пластические 146, 159  
— продольные 149  
— среды 13  
— упругие 145, 151, 209  
Деформированное состояние 216  
Диаграмма сжатия грунта 221  
— Прандтля 209  
— сдвига 223  
— сжатия 221, 266  
Динамический расчет 107  
— — с учетом жесткости 136  
— — — — упругой заделки 136



Дисперсная система 228  
Дифференциальные уравнения 81

## Ж

Жесткость конечная 62  
— поперечного сечения 53

## З

Зависимость напряжений 197, 227  
Задача Фламана 22  
Законы сдвига 225  
— сжимаемости 215  
— прочности 225  
Заложение глубокое 5  
— неглубокое 5

## И

Изгибающие моменты 67, 107  
Измерение смещений 50  
Измеритель перемещений 280  
Изобара горизонтальных напряжений 20  
Инерционные свойства грунта 85  
Испытания динамические 215  
— нагрузками 263, 272, 279  
— статические 215

## К

Камуфлетные взрывы 268  
Классификация грунтов 214  
Колебания вертикальные 82, 97  
— горизонтально-вращательные 88, 122  
— ультразвуковые 260  
Компоненты напряжений 13  
Компрессионный прибор 218  
Концентрация напряжений 22  
Коэффициент бокового давления 15  
— динамичности 38, 85, 113, 205, 275  
— жесткости 249  
— затухания 255  
— отражения 37  
— пористости 218  
— постели 234  
— Пуассона 255, 260  
— сейсмического давления 27  
— сдвига 251  
— сцепления 226  
— трения 226  
— упругого равномерного сжатия 137, 151  
Крены сооружения 169  
Кривые зависимости осадки штампов 42

## Л

Луковица напряжения 16

## М

- Масса приведенная 112
- Метод вибрационный 248
  - Кулона 181, 196
  - начальных параметров 90, 117
  - предельных состояний 208
  - продольного профилирования 260
  - сейсмический 261
  - угловых точек 21
- Механические свойства 214
- Модуль деформации 218, 236
  - затухания 250
  - касательной упругости 256
  - упругости 220, 260

## Н

- Нагрузки временные 8, 11
  - динамические 33, 132
  - кратковременные 29
  - нормативные 8
  - постоянные 8, 11
  - расчетные 8
- Напряжение вертикальное 9, 15
  - горизонтальное 16
  - сжатия 30
- Нелинейно-деформационная среда 42
- Неоднородность грунта 22

## О

- Осадка штампа 240
- Одноосное напряженное состояние 216
  - сжатие 218
- Опоры мостовые 6
- Определение момента внешних сил 81
  - параметров движения 149
  - составляющих 81
  - энергии деформации 111
- Осадки сооружения 7
- Одометр 218
- Осциллограф 250

## П

- Пассивное давление 174, 181
- Перемещение вертикальное 80, 134
  - горизонтальное 80, 134, 141
  - параллельное 200
- Переходы подземные 6
- Плоскость скольжения 185
- Податливые прокладки 163
- Покрытия аэродромные 65
- Ползучесть грунта 231
- Помещения складские 6
- Предельное сопротивление грунта 175, 195, 201, 225
- Прием суммирования 19
- Прочностные характеристики 215

## Р

Равнодействующая касательных составляющих напряжений 211  
Распределение напряжений 14  
Распространение волн конических 258  
— — — поверхностных 258  
— — — поперечных 258  
— — — продольных 258  
Расчет по методу Кулона 168  
Релаксация напряжений 230  
Реологическая модель 149, 159, 231  
Решение Буссинеска 14  
— Лява и Короткина 19  
Рычажный пресс 235

## С

Свойства грунтов 214  
Сдвиг грунта 215  
Сейсмические воздействия 164  
— методы 258  
Сейсмоприемник 250  
Сейсмостойкость 132  
Семейство кривых 221  
Сжатие равномерное 80  
— неравномерное 80  
Сжимаемость грунта 215, 219  
Силы вертикальные 6, 49, 71  
— горизонтальные 6, 49, 71  
Силы инерции 195, 199  
— неупругого сопротивления 97  
— трения и сцепления 46, 72, 182  
Склероскоп 243  
Скорость фронта волны 269  
Смещение вертикальное 55  
— восстанавливающееся 42  
— горизонтальное 55  
— остаточное 224  
— угловое 55, 141  
Сооружения гибкие, жесткие 5  
— сборно-монолитные 13  
Сопротивление выпиранию 189  
— грунта 78  
— прорезанию 191  
Среда пластическая 228  
— упруговязкая 228  
Срезные приборы 223  
Стабилометр 219  
Стены подпорные 6

## Т

Тело выпирания 173, 189  
— Максвелла 229  
Тензометрический датчик давления 278  
Теория линейно-деформируемой среды 42  
— предельного равновесия 12  
— упругости 12

## У

Угловые напряжения 21  
Угол расширения 184  
Упругая характеристика 70  
Упругопластическая система 208  
Уравнения геометрические 13  
— физические 14  
Условия устойчивости сооружения 136  
Установка испытательная 197  
Учет жесткости 65  
— касательных составляющих напряжений 130  
— неупругого сопротивления 129

## Ф

Физические характеристики 214  
Фундаменты коробчатые 6

## Ц

Центр вращения 49, 60, 172, 175  
— тяжести 210

## Ш

Швартовочные площадки 188  
Штамп «высокий» 253  
— «низкий» 253

## Э

Эквивалентное время 232  
Электрическая схема 265

	Стр.
Предисловие . . . . .	3
Г л а в а 1. Общие сведения о сооружениях, заглубленных в грунт, и условиях их работы . . . . .	5
1. Типы заглубленных сооружений . . . . .	5
2. Нагрузки, действующие на сооружения, заглубленные в грунт . . . . .	8
3. Взаимодействие заглубленных сооружений с грунтом . . . . .	39
4. Условия работы заглубленных сооружений и принципы их расчета . . . . .	45
Г л а в а 2. Расчет сооружений, заглубленных в грунт, с учетом упругой заделки при воздействии статических нагрузок . . . . .	49
1. Общие положения . . . . .	49
2. Расчет заглубленных в грунт сооружений с бесконечно большой жесткостью . . . . .	53
3. Расчет заглубленных в грунт сооружений и их элементов конечной жесткости . . . . .	62
Г л а в а 3. Расчет заглубленных в грунт сооружений с учетом упругого сопротивления грунта по подошве при воздействии динамических нагрузок . . . . .	78
1. Общие положения . . . . .	78
2. Вертикальные колебания сооружения . . . . .	82
3. Горизонтально-вращательные колебания сооружения . . . . .	88
4. Вертикальные и горизонтально-вращательные колебания сооружения с учетом влияния неупругих сопротивлений грунта . . . . .	97
5. Определение максимальных параметров движения сооружений, заглубленных в грунт. . . . .	106
6. Особенности расчета заглубленных сооружений, имеющих конечную жесткость . . . . .	107
Г л а в а 4. Расчет сооружений, заглубленных в грунт, с учетом упругой заделки при воздействии динамических нагрузок . . . . .	117
1. Общие положения . . . . .	117
2. Вертикальные колебания сооружения . . . . .	121
3. Горизонтально-вращательные колебания сооружения . . . . .	122
4. Учет неупругого сопротивления грунта и касательных составляющих напряжений . . . . .	129
5. Расчет сооружений с учетом перемещения грунта, вызванного динамической нагрузкой . . . . .	132
6. Условия устойчивости сооружений, заглубленных в грунт, при воздействии динамических нагрузок . . . . .	136
7. Особенности динамического расчета заглубленных в грунт сооружений, имеющих конечную жесткость . . . . .	136
Г л а в а 5. Расчет сооружений в стадии упругопластического сопротивления грунта при воздействии динамических нагрузок . . . . .	145
1. Основные расчетные параметры, характеризующие сопротивление грунта в упругопластической стадии . . . . .	145
2. Расчет сооружений в стадии упругопластического сопротивления грунта без упрочнения . . . . .	149
3. Расчет сооружений в стадии упругопластического сопротивления грунта с упрочнением. . . . .	159
4. Расчет заглубленных в грунт сооружений с податливыми прокладками. . . . .	163

Г л а в а 6. Расчет заглубленных в грунт сооружений в стадии предельного сопротивления грунта при воздействии статических нагрузок . . . . .	168
1. Общие положения . . . . .	168
2. Расчет заглубленных сооружений в стадии предельного сопротивления грунта . . . . .	174
3. Определение пассивного и активного давления грунта для сооружений с ограниченной шириной . . . . .	181
4. Расчет отдельно стоящих массивов в стадии предельного сопротивления грунта . . . . .	188
Г л а в а 7. Расчет заглубленных в грунт сооружений в стадии предельного сопротивления грунта при воздействии динамических нагрузок . . . . .	195
1. Особенности динамического расчета заглубленных в грунт сооружений по предельному сопротивлению грунта . . . . .	195
2. Методика динамического расчета заглубленных в грунт сооружений в стадии предельного сопротивления грунта . . . . .	200
3. Уточнение к методике динамического расчета устойчивости заглубленных сооружений . . . . .	210
Г л а в а 8. Основные параметры грунтов, входящие в формулы для расчета заглубленных сооружений, и методика их определения . . . .	214
1. Физико-механические свойства грунтов, характеризующие способность грунтов воспринимать нагрузки. . . . .	214
2. Определение сжимаемости, сдвига и прочностных параметров грунта . . . . .	215
3. Учет вязких, пластичных и демпфирующих свойств грунтов . . . . .	227
4. Определение механических свойств грунтов при воздействии статических нагрузок . . . . .	234
5. Определение механических свойств грунтов при воздействии динамических нагрузок . . . . .	248
Список литературы . . . . .	284
Предметный указатель . . . . .	288

ГЕОРГИЙ ИВАНОВИЧ ГЛУШКОВ

**Расчет сооружений, заглубленных в грунт**

Редакция литературы по инженерному оборудованию

Зав. редакцией И. П. Скворцова

Редактор С. И. Перглер

Мл. редактор А. А. Минаева

Внешнее оформление художника В. М. Храмова

Технический редактор В. М. Родионова

Корректоры Е. А. Степанова, В. А. Быкова

---

Сдано в набор 26.I. 1976 г.

Подписано к печати 23.IX. 1976 г.

Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub> д. л.

Бумага типографская № 1

18,5 печ. л. (уч.-изд. 17,89 л.)

Тираж 8000 экз.

Изд. № А VIII—5182

Зак. № 667

Цена 1 руб. 24 коп.

---

Стройиздат

103006, Москва, Каляевская, д. 23а

Московская типография № 4 Союзполиграфпрома

при Государственном комитете Совета Министров СССР

по делам издательств, полиграфии и книжной торговли,

Москва, И-41, Б. Переяславская, дом 46