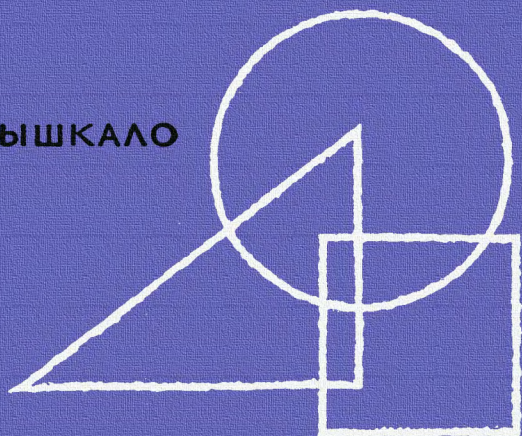
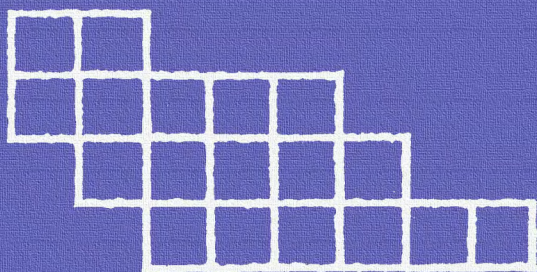


А. М. ПЫШКАЛО



ГЕОМЕТРИЯ

В I-IV КЛАССАХ



АКАДЕМИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАУК РСФСР.

Институт общего и политехнического образования

А. М. ПЫШКАЛО

ГЕОМЕТРИЯ

В I—IV КЛАССАХ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОСВЕЩЕНИЕ»

Москва 1965

Анатолий Михайлович Пышкало

ГЕОМЕТРИЯ
в I—IV классах

Редактор *Г. С. Уманский*. Обложка худ. *Н. Н. Румянцева*. Художественный редактор *В. С. Эрденко*, Технический редактор *М. И. Смирнова*. Корректор *С. А. Кунгурцева*

Сдано в набор 15/VIII 1964 г. Подписано к печати 28/XII 1964 г. Формат 84×108¹/₃₂. Печ. л. 7⁵/₈. (12,81)+вкл. 0,06(0.1). Уч.-изд. л. 11,49+вкл. 0,13. Тираж 36 000 экз. (Тем. план 1965 г. № 227). А 11674.

Издательство «Просвещение» Государственного комитета Совета Министров РСФСР по печати, Москва. 3-й проезд Марьиной рощи, 41. Зак. № 603.509
Цена без переплета 33 коп., переплет 10 коп.

Оцифровано проектом <http://fremus.narod.ru/schoolbk.html> только для личного ознакомления.
Не подлежит любому распространению, изменению содержимого или продаже.
Полиграфический комбинат «Главполиграфпрома» Государственного комитета Совета Министров СССР по печати. Ярославль, ул. Свободы, 97.

О Т А В Т О Р А

Предлагаемая вниманию читателей книга предназначена для учителей, студентов, преподавателей педагогических вузов и методистов. Она посвящена изложению вопросов содержания и методики изучения геометрического материала в курсе математики I—IV классов восьмилетней школы, системе формирования геометрических понятий.

Основная цель, поставленная перед системой изложения геометрии, принятой в книге, — обеспечение непрерывного процесса развития учащихся в связи с усвоением ими системы геометрических знаний начиная с первого класса. Осуществлению этой цели подчинен отбор вопросов, подлежащих изучению, примеров и задач для упражнений, способствующих всестороннему развитию мышления учащихся, формированию геометрических понятий и развитию пространственных представлений.

Отсутствие в предлагаемой системе упражнений непосильных для большинства учащихся задач и громоздких заданий создает условия для всемерного использования активности и самостоятельности учащихся при овладении геометрическими знаниями, открывает возможность для применения новых приемов и средств обучения.

Содержание книги представляет собой часть (начало) единой системы изложения геометрии в восьмилетней школе, разрабатываемой и экспериментально проверяемой сектором обучения математике Института общего и политехнического образования Академии педагогических наук РСФСР, и является результатом длительной экспериментальной работы автора совместно с группой учителей. Значительная часть помещенного в книгу учебного материала

может быть использована в повседневной работе по ныне действующей программе.

В процессе экспериментального обучения и работы над книгой автором в различной мере использованы наиболее известные методические пособия, учебники и задачники, а также экспериментальные материалы сектора обучения математике.

Автор приносит глубокую благодарность учителям и работникам школ, принимавшим участие в осуществлении опытного обучения и содействовавшим успешному проведению экспериментальной работы: Д. И. Филипповой, Т. С. Панфиловой (школа № 16 г. Москвы); Р. Н. Харкевич, С. Н. Ярмольчук, В. П. Беляевой, И. Б. Жадовской, М. С. Уманской, Е. П. Ершовой, Н. А. Александровой, К. А. Микаэльяну (школа-интернат № 30 г. Москвы); Б. Я. Миркиной, С. А. Базалевой, Н. В. Коршуновой, В. В. Вершининой, Е. Д. Златиной, М. Г. Булановской, И. Н. Воробьевой, Н. С. Пановой (школа-интернат № 12 г. Москвы); В. Я. Цветковой (школа № 1 г. Москвы); учителям экспериментальных классов школы № 7 г. Курска, школы № 8 г. Свердловска; учителям начальных классов Некрасовской школы Ярославской области, школы № 37 г. Самарканда.

Автор выражает также искреннюю признательность сотрудникам сектора обучения математике К. И. Нешкову, А. Д. Семушину, А. И. Фетисову, Г. Г. Масловой, Ю. Н. Макарычеву, И. Н. Шевченко, сотруднику сектора начального обучения А. С. Пчелко, доцентам А. А. Столяру и Е. М. Семенову за ценные советы и замечания.

Автор будет очень признателен товарищам учителям, если они пришлют свои отзывы и замечания по адресу: Москва, ул. Макаренко, д. 5/16, Институт общего и политехнического образования АПН РСФСР, сектор обучения математике.

Г Л А В А I

ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ В ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЕ

1. Систематический и пропедевтический курсы геометрии

Учителя, преподающие геометрию в школе, испытывают чувство глубокой неудовлетворенности состоянием знаний некоторой части своих учащихся. Многие часы индивидуальной работы и дополнительных занятий с отстающими, во время которых решаются сотни задач и повторяются десятки раз доказательства одних и тех же теорем, не приводят к ожидаемым результатам. Учащиеся вновь и вновь допускают ошибки, проявляют беспомощность при самостоятельном решении самых простых задач.

В чем же дело!? Почему у многих детей, успешно овладевающих большинством учебных предметов школьного курса, при изучении геометрии «ничего не выходит»? Частичный ответ на этот вопрос может дать анализ сложившейся системы преподавания геометрии, в частности системы формирования геометрических понятий¹.

В отличие от арифметики, изучение которой начинается в I классе в возрасте 7 лет, изучение геометрии фактически начинается в VI классе, когда учащиеся достигают 12—13-летнего возраста. Такое позднее начало изучения объясняется прежде всего тем, что главной целью преподавания геометрии в школе считают развитие логического мышления учащихся.

¹ См. об этом в статье А. И. Фетисова «Формирование математических понятий», «Известия АПН РСФСР» Вып 92, 1958.

Геометрия до сих пор остается единственным школьным предметом, который используется в качестве примера, призванного ознакомить учащихся с построением дедуктивной системы.

Построенный в соответствии с этой целью курс требует от учащихся высокого уровня общего развития, которого они не достигают в результате предшествующего обучения.

Отсутствие необходимого развития вызвало возникновение проблемы **подготовки учащихся к началу изучения геометрии**. Таким образом, возникает **пропедевтический курс геометрии**, и в школе по сути дела сосуществуют два курса геометрии: **пропедевтический** (I—V классы) и **систематический** (начиная с VI класса).

Расчленение школьной геометрии ярко отражено в различных методиках преподавания геометрии. Так, например, в «Методике геометрии» Н. М. Бескина¹ подчеркивается, что эти курсы (пропедевтический и систематический) должны существенно отличаться друг от друга как по содержанию, так и по методике изложения. Эти же соображения приводятся в работах по методике преподавания геометрического материала в начальных классах².

Расчленение школьной геометрии привело к возникновению другой серьезной проблемы — проблемы **преемственности между пропедевтическим и систематическим курсами геометрии**.

Сложившийся таким образом курс геометрии с его ставшими уже традиционными содержанием и методами мы будем называть **традиционным курсом**³.

2. Уровни геометрического развития

Прежде чем подробно остановиться на характеристике традиционного курса геометрии, целесообразно познакомить читателя с одной из возможных схем, помогающих раскры-

¹ Н. М. Бескин, Методика геометрии, Учпедгиз, 1947, стр. 256.

² Н. С. Попова, Методика преподавания арифметики, Учпедгиз, 1955, стр. 368.

А. С. Пчелко, Методика преподавания арифметики в начальной школе, Учпедгиз, 1949, стр. 345.

³ Характеризуется стабильностью программ, методов обучения и его содержания. В наиболее обобщенном виде об этом говорится в «Методике преподавания математики» под редакцией С. Е. Ляпина, Учпедгиз, 1952, стр. 306.

тию и выяснению особенностей процесса формирования геометрических знаний. С этой целью можно выделить пять **уровней** развития геометрического мышления, достигаемых главным образом под влиянием целенаправленного обучения. Уровень геометрического развития — понятие сложное.

Процесс развития геометрического мышления полностью не отражается рассматриваемыми уровнями¹. Однако эти уровни позволяют из большого комплекса сложных и взаимосвязанных факторов, характеризующих особенности развития мышления вообще, выделить и в некоторой степени изолированно рассматривать существенные стороны развития геометрического мышления.

Уровень I. Этот исходный уровень характеризуется тем, что геометрические фигуры воспринимаются как целое. Учащиеся не видят частей (элементов) фигуры, не воспринимают отношений между элементами фигуры и фигурами. Они не умеют даже близкие фигуры сравнивать между собой. Учащиеся, мыслящие на этом уровне, различают фигуры по их форме в ц е л о м . Ученик распознает, например, прямоугольник, квадрат и другие фигуры; он сравнительно быстро запоминает их названия. Но прямоугольник представляется ему с о в е р ш е н н о о т л и ч н ы м от квадрата. Ученик достаточно свободно может воспроизвести квадрат, прямоугольник, ромб, параллелограмм общего вида. Он может запомнить названия этих фигур, распознавая фигуры т о л ь к о п о и х ф о р м е , но он не узнает в квадрате ромба, в ромбе — параллелограмма. Это для ученика еще совершенно разные вещи.

Уровень II. Учащийся, достигший второго уровня, уже начинает различать элементы фигур, устанавливает отношения между этими элементами и отношения между отдельными фигурами, т. е. на этом уровне уже производится анализ воспринимаемых фигур. Это происходит в процессе (и с помощью) наблюдений, измерения, вычерчивания, моделирования. Свойства фигур устанавливаются экспериментально, они только описываются, но не определяются. Установленные учащимися свойства служат для распознавания фи-

¹ Об уровнях геометрического мышления говорит в своем докладе «Мышление ребенка и геометрия» психолог П.-Х. Ван-Хиле: Р.-Н. Van Helle, *La pensée de l'enfant et la géométrie*, Bulletin de l'Association des Professeurs Mathématiques de l'Enseignement Public, № 198. Fremus 1959.

гур. На этом этапе фигуры выступают носителями своих свойств и распознаются учащимися по этим свойствам. Но эти свойства еще не связываются друг с другом. Например, учащиеся замечают, что и у прямоугольника, и у параллелограмма общего вида противоположные стороны попарно равны между собой, но учащиеся еще не приходят к выводу, что прямоугольник есть параллелограмм.

Уровень III. Учащиеся, достигшие этого уровня геометрического развития, уже устанавливают связи между свойствами фигуры и самими фигурами. На этом уровне происходит логическое упорядочение свойств фигуры и самих фигур. Выясняется возможность следования одного свойства из другого; уясняется роль **определения**. Логическая связь между свойствами фигуры и самими фигурами устанавливается с помощью определений. Но значение дедукции в целом учащимися, мыслящими на третьем уровне, еще не понимается. Порядок логического следования устанавливается учебником (или учителем). Сам учащийся еще не видит возможности изменения этого порядка, возможности построения теории, исходя из различных посылок. Еще не понимается роль аксиом. Учащиеся не видят минимума логически связанных предложений. На этом уровне совместно с экспериментом выступают и дедуктивные методы, что позволяет из некоторых свойств, добытых экспериментально, получать другие свойства путем рассуждений.

На третьем уровне квадрат уже считается прямоугольником, параллелограммом.

Уровень IV. Учащиеся, достигшие четвертого уровня, постигают значение дедукции в целом как способа построения и развития всей геометрической теории. Переходу на этот уровень способствует усвоение учащимися (понимание ими) роли и сущности аксиом, определений, теорем; логической структуры доказательства; анализа логических связей понятий и предложений.

Учащиеся уже видят различные возможности развития теории, исходя из различных посылок, и могут использовать дедуктивные построения не только в области изучения свойств одной какой-нибудь фигуры.

Например, ученик может рассмотреть всю систему свойств и признаков параллелограмма, взяв за основу определение параллелограмма, данное в стабильном учебнике. Но может построить и другую систему, взяв за основу, например, такое определение параллелограмма:

«Параллелограммом называется четырехугольник, две противоположные стороны которого равны и параллельны».

Уровень V. Этот уровень мышления в области геометрии соответствует современному (гильбертовскому) эталону строгости. На этом уровне достигается отвлечение от конкретной природы объектов и конкретного смысла отношений, связывающих эти объекты. Человек, мыслящий на таком уровне, развивает теорию вне всякой конкретной интерпретации. Геометрия здесь приобретает общий характер и более широкие применения, когда, например, «точками» служат некоторые объекты, явления или состояния, «фигурами» — любые совокупности «точек» и т. д.¹

Переход от одного уровня к другому не является процессом самопроизвольным, идущим одновременно с биологическим развитием человека и зависящим лишь от его возраста. Развитие, ведущее к более высокому уровню геометрического мышления, протекает в основном под влиянием обучения, а потому зависит от содержания и методов этого обучения. Однако никакая (даже самая совершенная) методика не позволяет перескакивать через уровни. Переход от одного уровня к другому требует известного времени, но различные методики позволяют регулировать это время.

Каждому уровню геометрического мышления соответствует свой язык, своя символика и своя цепь отношений, связывающая их. Переход от одного уровня к следующему связан с расширением языка (появлением новых геометрических и логических терминов, определений, новой символики). Поэтому люди, рассуждающие об одном и том же, но достигшие различных уровней мышления, иногда не понимают друг друга.

3. Традиционная система преподавания геометрии и ее недостатки

На недостатки традиционной системы преподавания геометрии сравнительно давно обратили внимание учителя, методисты, психологи многих стран. Уже давно отмечается, что обучение геометрии начинается слишком поздно²

¹ В книге «Логические проблемы преподавания математики» (Минск, 1964) А. А. Столяр рассматривает не только уровни геометрического развития.

² Ж. Пиаже, Структуры математические и операторные структуры мышления. «Сборник статей. Преподавание математики», Учпедгиз, 1960, стр. 23. Перевод с французского А. И. Фетисова.

и минует качественную фазу преобразования пространственных операций в логические операции, а вместо этого начинается сразу с измерений, т. е. обучение осуществляется в последовательности, соответствующей историческому развитию науки (от «геометрии измерений» к «геометрии формы» — от геометрии положения к теоретической геометрии), в то время как развитие геометрических операций у детей идет в противоположном направлении, так как первые геометрические операции у детей являются по существу качественными¹, а не количественными.

Изучение состояния математических знаний, проводимое Академией педагогических наук РСФСР и органами народного образования, указывает на наличие существенных и устойчивых недочетов в геометрических знаниях учащихся. Данные этого изучения свидетельствуют о недостатках пространственных представлений, о недостаточном усвоении основных геометрических понятий, об отсутствии у многих учащихся навыков решения несложных геометрических задач. Например, до 30% учащихся шестых классов не в состоянии были обосновать равенство вертикальных углов². Свыше 25% учащихся шестых классов не справились с решением простейших геометрических задач, связанных с измерением длины отрезков, измерением расстояния от точки до прямой, измерением высоты треугольника и т. п.³.

В 1960—1963 гг. нами было организовано экспериментальное изучение уровней геометрического развития учащихся⁴. В этом изучении один и тот же материал предлагался учащимся I, II, III, IV, V, VI классов. Выяснялся запас геометрических представлений учащихся, понимание ими отношений и свойств элементов фигур и самих фигур, усвоение терминологии. Полученные «срезы» позволяют утверждать, что лишь незначительная часть учащихся пятых классов (до 8%) рассуждает на уровне, близком ко II уровню, достижение которого можно считать необходимым

¹ Ж. П и а ж е, В. И н е л ь д е р. Генезис элементарных логических структур, Издательство иностранной литературы, 1963. стр. 433.

² В VIII классе число таких учащихся увеличивается до 50%.

³ А. М. П ы ш к а л о, А. Д. С е м у ш и н, К вопросу о математической подготовке учащихся, «Математика в школе», 1961, № 4.

⁴ Школа № 314; школы-интернаты № 12, 30, школа № 16 г. Москвы; Некрасовская школа Некрасовского р-на Ярославской обл.

условием для успешного начала изучения систематического курса геометрии в VI классе. Подавляющее большинство учащихся почти на всем протяжении обучения в I—V классах «застыли» на исходном (I) уровне геометрического развития. Обучение в I—V классах в отношении геометрического развития образно можно назвать «длительной полосой геометрического бездействия». Здесь наблюдается нарушение важнейших условий развития мышления — непрерывности и разносторонности. Яркой иллюстрацией высказанных положений служат следующие данные: в течение первых пяти лет обучения учащиеся знакомятся с 12—15 геометрическими объектами (названия фигур и их элементов; термины, обозначающие отношения и свойства; названия приборов и инструментов и т. д.); в то же время только в первой теме курса геометрии «Основные понятия» (16 часов) учащимся приходится знакомиться почти с сотней новых терминов, среди которых: названий фигур и их элементов — около 60; терминов, обозначающих отношения и свойства, — около 20; названий приборов, инструментов и их частей — около 20.

Приведенные данные — весьма убедительный пример «перескока» с одного уровня на другой — с I на III.

Детальный анализ содержания стабильной учебной литературы по арифметике для I—V классов обнаруживает отсутствие системы в отборе геометрического материала, большие перерывы в его изучении, крайне позднее и одностороннее ознакомление со многими важнейшими геометрическими объектами. Приведем таблицу, характеризующую это. В таблице звездочками отмечены геометрические объекты, рассматриваемые в различной мере стабильными учебниками и задачниками для I—V классов (стр. 12).

Данные таблицы дают возможность подметить, например, наличие «перескоков» через уровни по отношению к значительному большинству изучаемых понятий. В частности, на протяжении первых пяти лет обучения только три геометрических объекта (отрезок, прямоугольник, квадрат) встречаются учащимся на каждом году обучения. В отношении других геометрических объектов мы наблюдаем либо «перескок» уровней, либо большие паузы — нарушение непрерывности и постепенности изучения. С другой стороны, изучение геометрических объектов, встречающихся на каждом году обучения (отрезок, прямоугольник, квадрат), проводится на одном и том же (первом) уровне и только с количественной

№ п / н	Наименование геометрических объектов и их отношений	Классы				
		I	II	III	IV	V
1	Прямая линия	—	—	*	*	*
2	Кривая линия	—	—	*	—	*
3	Луч	—	—	—	—	*
4	Отрезок прямой линии	*	*	*	*	*
	а) измерение отрезков	*	*	*	*	*
	б) деление отрезка на части; середина отрезка	—	—	*	*	*
	в) сумма отрезков	—	—	—	*	*
5	Круг	*	—	—	—	*
6	Треугольник	*	—	—	—	*
	а) вершина	—	—	—	—	*
	б) стороны	—	—	—	—	*
7	Квадрат	*	*	*	*	*
	а) элементы квадрата	—	—	*	*	*
	б) периметр	—	—	—	*	*
	в) площадь	—	—	—	*	*
8	Прямоугольник	*	*	*	*	*
	а) элементы прямоугольника	—	—	*	*	*
	б) периметр	—	—	—	*	*
	в) площадь	—	—	—	*	*
9	Угол	—	—	*	—	*
	а) вершина	—	—	*	—	*
	б) стороны	—	—	*	—	*
	в) прямой, острый, тупой углы	—	—	*	—	*
10	Измерение углов. Градус. Транспортир	—	—	—	—	*
11	Куб	*	—	—	*	*
	а) вершина	—	—	—	*	*
	б) ребра	—	—	—	*	*
	в) грани	—	—	—	*	*
	г) площадь поверхности	—	—	—	—	*
	д) объем	—	—	—	*	*
	е) развертка	—	—	—	*	*
12	Прямоугольный параллелепипед	—	—	—	*	*
	а) вершины, ребра	—	—	—	*	*
	б) грани	—	—	—	—	*
	в) площадь поверхности	—	—	—	—	*
	г) объем	—	—	—	*	*
	д) развертка	—	—	—	*	*
Итого		7	4	13	23	37

стороны (измерение длины, площади). Очевидно, что в традиционном курсе геометрии в I—V классах отдается предпочтение только тем объектам, которые можно измерять.

Последним обстоятельством, в частности, объясняется почти полное отсутствие внимания к таким объектам, как луч, прямая линия, плоскость, недостаточное внимание к изучению в I—V классах многогранников, шара, цилиндра, конуса. Приведенная таблица дает возможность подметить отсутствие внимания к изучению геометрии фигуры, ее свойств, отношений, что еще раз подчеркивает наличие пере-скоков через уровни в процессе обучения геометрии.

С точки зрения количественной характеристики начального периода изучения геометрии интерес представляют другие данные, указывающие на число упражнений (стабильных задачник-ков), в которых рассматриваются геометрические объекты. К таким упражнениям мы относим все задачи, содержащие геометрические термины (III колонка). Наибольший интерес представляют задачи, названные в таблице **эффективными**, решение которых связано с геометрическим развитием учащихся.

Класс	Всего упражнений	Задач, содержащих геометрические термины		Из них эффективных геометрических задач	
		число	процент	число	процент
I	929	27	2,9%	12	1,3%
II	1181	40	3,4%	10	0,8%
III	1300	102	7,8%	25	2%
IV	1142	160	14%	15	1,3%
V	1157	53	4,6%	6	0,5%
Всего . .	5709	382	6,7%	68	1,2%

Анализ характера, цели подавляющего большинства упражнений убеждает в том, что геометрические объекты используются в них только как вспомогательное средство, например как «дидактический материал» (материал для пересчитывания) или только как иллюстративный материал при решении арифметических задач (составление схемы условия задачи «в отрезках» и т.п.). Окружающие учащихся предметы почти не рассматриваются с качественной стороны («геометрия формы»). Эти сведения в очень незначительном объе-

ме учащиеся получают в процессе обучения стихийно, интуитивно. Это подтверждается крайне недостаточным числом эффективных геометрических задач. Они составляют около 1% всех задач!

4. В каком состоянии находится решение основных проблем традиционного курса геометрии

Попытки преодоления недостатков традиционного курса геометрии предпринимались и предпринимаются в различных направлениях. Главными из них, нашедшими наиболее полное отражение в практике массовой школы, являются следующие направления:

1. Усовершенствование пропедевтического курса геометрии, его содержания и методики изложения.

2. Тщательная разработка методики изложения систематического курса геометрии и решение проблемы преемственности между пропедевтическим и систематическим курсами.

Усовершенствование пропедевтического курса ведется в направлении частичного изменения содержания сложившейся системы изучения геометрического материала. За последние 20—30 лет эти изменения не носили качественного характера, а касались лишь увеличения или сокращения геометрического материала, изучаемого в I—V классах в курсе арифметики¹. Не вошли в жизнь школы специальные пропедевтические курсы «начальной», «наглядной» и подобных им геометрий. Наиболее известные из этих курсов² оказали незначительное влияние на содержание геометрического материала, вошедшего в стабильные учебники начальной школы.

Они, как правило, представляли собой концентр изучения геометрии, облекались в форму самостоятельного школьного предмета, не были органически связаны с другими предметами. Главной целью этих курсов являлось изучение количественных отношений. Последнее

¹ С. Е. Ляпин и др. Методика преподавания математики. Учпедгиз, 1952, стр. 309.

² А. М. Астряб, Наглядная геометрия, Курс опытной геометрии; А. Р. Кулишер, Учебник геометрии; Е. Г. Шалыт, Наглядная геометрия; И. Н. Кавун, Начальный курс геометрии (ч. I и II), Начальная геометрия; П. А. Карасев, Элементы наглядной геометрии в школе, Учпедгиз, 1955 и др.

обстоятельство оказало значительное влияние на современный пропедевтический курс геометрии. Особая направленность этого курса отражена, например, в книге Н. В. Ковердяевой¹ и в книге проф. П. А. Компанийца².

Основные усилия, направленные на преодоление известных трудностей традиционного курса геометрии, со стороны учителей и методистов старших классов школы сосредоточены на тщательной разработке методики изложения трудных частей и вопросов систематического курса. Вот что по этому поводу говорится в наиболее распространенной «Методике»³: «Решающим моментом для преодоления трудностей является детальная разработка методики преподавания с использованием опыта лучших учителей».

Детализации подверглись особенно первые разделы систематического курса. Она проводится в направлении создания системы подготовительных упражнений. Эта система нашла свое наиболее яркое выражение в работах И. С. Соминского, С. А. Кузьминой и др.⁴.

Большое внимание уделено разработке системы «первых уроков» геометрии⁵.

По своей идее «первые уроки» призваны раскрывать учащимся особенности предмета геометрии, изучение которой они начинают. При правильной постановке дела на этих уроках должна проводиться работа, соответствующая по крайней мере **III уровню** развития геометрического мышления. Однако на самом деле в VI классе с первых уроков учитель вынужден одновременно проводить работу, соответствующую сразу трем различным уровням геометрического развития, а именно:

¹ Н. В. К о в е р д я е в а, Изучение геометрического материала в начальной школе, Учпедгиз, 1962.

² П. А. К о м п а н и й ц, Особенности преподавания геометрии в связи с арифметикой в I—IV классах, изд. АПН РСФСР, 1961.

³ С. Е. Л я п и н и др., Методика преподавания математики, Учпедгиз, 1952, 1956.

⁴ См. статьи: И. С. С о м и н с к о г о, «Математика в школе», № 4, 1947, № 6, 1958; С. А. К у з ь м и н о й, «Математика в школе», № 8, 1956, № 5, 1957; «О доказательствах теорем в курсе геометрии VI класса», изд. АПН РСФСР, 1960; Л. С. К а р н а ц е в и ч а, «Математика в школе», № 5, 1959; И. И. Г о л ь д е н б л а д т а, «Математика в школе», № 6, 1959.

⁵ Н. Н. Ш о л а с т е р, Первые уроки геометрии в VI классе, Учпедгиз, 1957; А. Ф. С е м е н о в и ч, Г. В. В о р о б ь е в, Первые уроки геометрии, Учпедгиз, 1958.

1) В VI классе мы знакомим учащихся с геометрическими фигурами, добиваясь, чтобы учащиеся распознавали эти фигуры по форме; сообщаем названия этих фигур и т. д., т. е. ведем работу на I уровне (см. стр. 7).

2) В VI классе мы практически изучаем свойства фигур, добиваясь от учащихся, чтобы они распознавали фигуры по их свойствам, т. е. ведем работу, соответствующую II уровню.

3) В VI же классе главной задачей является упорядочение выявленных экспериментальным путем свойств, осмысливание их. Здесь должны быть сформулированы определения; учащиеся уже должны уметь связывать, логически выводить одни свойства из других (III уровень. см. стр. 8).

Задача весьма трудная!

В связи с изложенным становится понятным, почему «первые уроки» в настоящее время не отвечают своему основному назначению, а служат только одним из средств (так же как и система подготовительных упражнений) восполнения пробелов в знаниях за предшествующие годы обучения, т. е. по существу они направлены на решение проблемы преемственности между частями традиционного курса геометрии в рамках систематического курса.

Приведенная выше аргументация вполне объясняет также возникновение и наличие перегрузки при изучении систематического курса геометрии (см. стр. 15) с самого его начала. Системы «первых уроков» и «подготовительных упражнений» в рамках отведенного учебного времени позволяют только уменьшить известные трудности за счет более равномерного их распределения, но не устраняют эти трудности коренным образом. При этом, очевидно, решающим фактором становится бюджет времени.

Малая эффективность рассматриваемых попыток подтверждается также данными анализа состояния геометрических знаний учащихся (см. стр. 10).

Более решительные шаги, направленные на улучшение системы изучения геометрии в школе, были предприняты Н. Н. Никитиным в проведенном под его руководством в 1949—1953 гг. массовом и продолжительном эксперименте¹. Эксперимент убедительно показал, что изучение системати-

¹ Н. Н. Н и к и т и н, Начальный курс геометрии для семилетней школы, изд. АПН РСФСР, М., 1951.

Н. Н. Н и к и т и н, Опыт преподавания геометрии в V классе, «Известия АПН РСФСР». Вып. 43, 1952.

ческого курса с успехом можно начинать с V класса. В этом случае сроки работы по формированию основных геометрических понятий (примерно в объеме темы «Основные понятия») увеличивались на целый год! К сожалению, предлагаемая Н. Н. Никитиным система не нашла широкого применения в практике работы массовой школы, не вышла за пределы эксперимента¹.

Таким образом, создание более эффективной системы изучения геометрии в школе путем поисков оптимального соотношения между пропедевтическим и систематическим курсами (при одновременном усовершенствовании каждого из них) не приводит к заметным положительным результатам.

Анализ проделанной учителями и методистами работы показывает, что для кардинального решения рассматриваемых вопросов нельзя ограничиваться мерами, носящими характер частных, количественных изменений, выполняемых внутри каждой из частей традиционного курса геометрии. Нужны более радикальные шаги, связанные с качественными изменениями всей традиционной системы в целом.

Говоря об этих изменениях, мы имеем в виду не только решение проблемы содержания современного школьного курса геометрии, его места и роли в системе общего образования и воспитания, но и изменение форм и методов обучения. При этом очень важно решить вопрос о характере, структуре, направленности обучения геометрии, вопрос о том, что следует изучать в школе, **геометрию** или дедуктивную систему **на примере геометрии**?! Мы убеждены в том, что нет никаких оснований предъявлять к школьному курсу геометрии (как к дедуктивной системе) более высокие логические требования, чем это делается по отношению к арифметике, алгебре, грамматике и другим предметам.

Проводимое нами исследование позволяет говорить о том, что важнейшим направлением совершенствования программ, форм и методов обучения является **установление единой линии математического образования, единой линии формирования математических понятий для всей восьмилетней школы начиная с I класса.**

В 1960—1964 гг. автор настоящей книги и ряд учителей школ г. Москвы и других городов провели экспериментальное обучение в плане осуществления единой и непрерывной **линии геометрического развития учащихся.**

¹ Автор настоящей книги принимал участие в этом эксперименте, будучи учителем в двух пятых классах школы № 337 г. Москвы.

Закончена первая часть эксперимента по I—IV классам. В результате разработана методика формирования геометрических понятий и система геометрических упражнений, представленная в настоящей книге. Исследование показало, что у учащихся этих классов могут быть выработаны прочные геометрические знания без дедуктивной формализации при их изложении и что этот период может стать началом изучения систематического курса. Целенаправленное и всестороннее ознакомление учащихся с разнообразными геометрическими объектами и их отношениями позволяет к концу III класса достигнуть II уровня геометрического развития (см. стр. 7) по отношению к большинству изучаемых вопросов. Начатое в 1963 г. сектором обучения математике Института общего и политехнического образования АПН РСФСР экспериментальное обучение, в котором систематический курс арифметики начинается в IV классе, также подтверждает, что и начало систематического курса геометрии может быть отнесено по крайней мере к IV—V классу. Учащиеся этих классов проявляют к изучению геометрии глубокий интерес, вызванный естественным стремлением к завершению, к обобщению большого запаса накопленных у них геометрических представлений.

Возникает естественная необходимость более быстрого введения теории, вокруг которой систематизировались бы накопленные факты.

5. Необходимые изменения в системе изучения геометрии и положения, лежащие в основе этих изменений

Рассмотрим основные положения, раскрывающие направление изменений в содержании, структуре и характере системы обучения детей в восьмилетней школе, и в частности в начальных классах¹.

К ним прежде всего относятся:

1. Воспитывающий и развивающий характер всего обучения, основой которому служит как содержание, так и методы и организационные формы работы.

2. Обучение в тесной связи с жизнью, с практикой коммунистического строительства. Наблюдения, анализ жиз-

¹ Эти общие положения легли в основу экспериментальной работы, проводимой с 1 сентября 1963/64 уч. года Академией педагогических наук по проверке содержания обучения в I—IV классах по теме «Система обучения в школе коммунистического общества». Наши материалы используются в этой работе.

ненных явлений, выработка правильного отношения к ним учащихся в процессе формирования новых знаний. Применение полученных знаний в деятельности школьников.

3. Практическая направленность в обучении: вырабатывается широкий круг навыков учебного труда, с тем чтобы они способствовали более рациональному продвижению школьников в учении, служили надежным средством и для самообразования учащихся, создавая множество первоначальных представлений, необходимых для понимания жизненных явлений, для развития мышления.

Детализируем высказанные выше общие направления в применении к частным задачам изучения геометрии.

Известно, что обучение геометрии в школе начинается поздно и сразу с **измерений**, минуя качественную фазу преобразования пространственных операций в логические операции. Известно также, что развитие геометрических операций у детей идет в противоположном направлении, т. е. первыми геометрическими операциями у детей являются качественные, а не количественные. Поэтому в предлагаемой нами системе ознакомление учащихся с геометрическими объектами идет вначале в направлении формирования качественных геометрических операций (изучение формы, взаимного положения, отношений и т. д.) и лишь несколько позднее постепенно формируются количественные операции (измерения). Такой подход, как в этом убеждают данные экспериментальной проверки, обеспечивает возможность более раннего начала изучения геометрии.

Процесс геометрического развития должен быть **непрерывным** (не допускать пропусков — периодов бездействия), **равномерным** (не допускать перегрузки на каких-то этапах) и **разнообразным** (касаться многих сторон в изучении пространственных отношений).

Разнообразие следует понимать и в смысле одновременного ознакомления учащихся с двумерной и трехмерной геометрией. Поэтому в предлагаемой нами системе от класса к классу расширяется число изучаемых геометрических объектов и их отношений как с качественной, так и с количественной стороны. Эта линия проводится в отношении плоских и пространственных фигур. Данные предлагаемой ниже таблицы характеризуют систему изучаемого геометрического материала в экспериментальных классах. Интересно сравнить эти данные с традиционными (см. таблицу на стр. 12).

№ п/п	Наименование геометрических объектов и их отношений	Классы			
		I	II	III	IV
	Фигуры				
1	Прямая линия	*	*	*	*
2	Кривая линия	*	*	*	*
3	Окружность	—	—	*	*
	а) центр	—	—	*	*
	б) радиус (диаметр)	—	—	*	*
	в) дуга окружности	—	—	*	*
4	Отрезок прямой линии	*	*	*	*
	а) измерение отрезков	*	*	*	*
	б) деление отрезка на части и се- редина отрезка	—	*	*	*
	в) сумма отрезков	—	*	*	*
	г) разность отрезков	—	*	*	*
	д) сравнение отрезков; равенство отрезков	—	*	*	*
5	Ломаная линия	*	*	*	*
	а) элементы ломаной линии	—	*	*	*
	б) периметр	—	*	*	*
6	Луч (полупрямая)	—	*	*	*
7	Круг	*	*	*	*
	а) центр	—	*	*	*
	б) радиус (диаметр)	—	*	*	*
8	Треугольник	*	*	*	*
	а) вершина	*	*	*	*
	б) стороны	*	*	*	*
	в) углы	—	—	*	*
	г) высота	—	—	*	*
	д) периметр	—	—	*	*
9	Четырехугольник	*	*	*	*
	а) элементы четырехугольника (стороны, вершины)	*	*	*	*
	б) углы	*	*	*	*
	в) периметр	—	*	*	*
	г) диагональ	—	—	*	*
10	Прямоугольник	*	*	*	*
	а) элементы прямоугольника . . .	*	*	*	*
	б) периметр	—	—	*	*
	в) длина, ширина	—	—	*	*
	г) площадь	—	—	*	*
	д) свойства сторон	—	*	*	*
11	Квадрат	*	*	*	*
	а) элементы квадрата	*	*	*	*
	б) периметр	—	—	*	*
	в) свойство сторон	—	*	*	*
	г) площадь	—	—	*	*
12	Многоугольники	*	*	*	*
	а) элементы (вершины, стороны)	*	*	*	*

№ п/п	Наименование геометрических объектов и их отношений	Клас сы			
		I	II	III	IV
13	б) периметр	—	—	*	*
	в) углы	—	*	*	*
	Угол	—	*	*	*
	а) вершина	—	*	*	*
	б) стороны	—	*	*	*
14	Развернутый угол	—	—	—	*
15	Прямой угол. Острый, тупой углы	—	—	*	*
16	Сравнение углов, равные углы	—	—	—	*
17	Деление углов на части	—	—	—	*
18	Сумма углов	—	—	—	*
19	Смежные углы	—	—	—	*
20	Измерение углов. Градус	—	—	—	*
21	Транспортир	—	—	—	*
22	Расстояние от точки до прямой	—	—	—	*
23	Кривая поверхность	—	—	*	*
24	Плоская поверхность (плоскость)	—	—	*	*
25	Полуплоскость. Ребро полуплоско- сти	—	—	*	*
Отношение фигур, принадлежащих одной и той же плоскости					
26	Взаимное положение двух прямых:				
	а) пересечение, непересечение	*	*	*	*
	б) перпендикулярность	—	—	*	*
27	в) параллельность	—	—	*	*
	Взаимное положение точки и пря- мой	—	*	*	*
28	Взаимное положение точек на пря- мой	—	*	*	*
29	Взаимное положение точки и:				
	а) многоугольника	—	*	*	*
	б) угла	—	—	*	*
30	в) круга	—	*	*	*
	Взаимное положение прямой и:				
31	а) многоугольника	—	*	*	*
	б) круга	—	—	*	*
31	Взаимное положение:				
	а) двух кругов	—	—	*	*
	б) двух многоугольников	—	—	*	*
Геометрические тела					
32	Шар	*	*	*	*
33	Конус	*	*	*	*
34	Цилиндр	*	*	*	*
35	Пирамида	*	*	*	*
36	Призма	*	*	*	*
	а) прямоугольный параллелепипед	—	—	*	*

№ п/п	Наименование геометрических объектов и их отношений	Классы			
		I	II	III	IV
37	б) вершины, ребра	—	—	*	*
	в) грани	—	—	*	*
	г) основание, боковые грани . .	—	—	*	*
	д) измерения	—	—	*	*
	е) площадь поверхности	—	—	*	*
	ж) объем	—	—	—	*
	з) развертка	—	—	*	*
	Куб	—	*	*	*
	а) вершины, ребра	—	*	*	*
	б) грани	—	*	*	*
38	в) площадь поверхности	—	—	*	*
	г) объем	—	—	—	*
	д) развертка	—	—	*	*
	Горизонтальные и вертикальные прямые	—	*	*	*
	Отношение фигур в пространстве				
	39 Взаимное положение точки и плоскости	—	—	—	*
	40 Взаимное положение прямой и плоскости:				
	а) принадлежность	—	—	—	*
	б) не принадлежность	—	—	—	*
	в) пересечение	—	—	—	*
41	Взаимное положение двух прямых:				
	а) пересечение	—	*	*	*
	б) непересечение (параллельность)	—	*	*	*
	в) непересечение (скрещивание) .	—	—	—	*
42	Симметричные фигуры (осевая симметрия)	—	—	*	*
	Итого	24	51	84	100

Предоставляем читателю сравнить данные таблиц. Подчеркнем только один факт, отражающий изменение числа изучаемых геометрических объектов. Для этого приведем таблицу сравнительных данных по I—IV классам.

Курсы \ Классы	Классы				
	I	II	III	IV	V
Традиционный курс	7	4	13	23	37
Экспериментальный курс	24	51	84	100	—

Следует отметить, что заметный рост произошел не столько за счет увеличения числа изучаемых геометрических фигур, используемых для измерительной практики, сколько за счет изучения отношений (положения, принадлежности и др.) геометрических фигур, их свойств.

Данные помещенной ниже таблицы характеризуют изменения количественного соотношения геометрического материала (сравнить их с данными таблицы на стр. 12) в предлагаемой нами системе. Общее число упражнений начального курса почти не изменилось, но увеличилось число задач геометрического содержания.

Класс	Всего упражнений	Задач, содержащих геометрические термины		Из них эффективных задач	
		число	процент	число	процент
I	1100	200	18%	180	16%
II	1200	230	19%	200	17%
III	1300	260	20%	240	18,5%
IV	1300	300	23%	290	22%
	4900	990	20%	910	18,5%

Приведем таблицу, позволяющую частично сравнить изменение соотношения числа задач геометрического содержания в экспериментальном курсе по сравнению с традиционным.

Курсы	Классы			
	I	II	III	IV
Традиционный	1,3%	0,8%	2%	1,3%
Экспериментальный	16%	17%	18%	22%

Ученик хорошо усваивает не изолированные, отдельно взятые факты, а систему связанных между собой фактов. Разрабатываемая нами система учебных материалов на каждом этапе должна учить взаимосвязи вещей, содействовать

усвоению общих принципов. Большое значение имеет при этом обеспечение органической связи геометрических объектов с основными арифметическими понятиями: использование одних для иллюстрации свойств других. С самого начала занятия геометрией должны вестись так, чтобы рассмотрение каждого нового вопроса доводилось до наивысшего уровня обобщения (в пределах, доступных для детей данного возраста, и с учетом их подготовки). Не нужно слишком долго затягивать период индуктивного накопления фактов, нужно и можно применять дедукцию. Нужно своевременное введение теории, вокруг которой должны объединяться уже накопленные факты. В предлагаемой нами системе простейшие дедуктивные выводы проводятся учащимися систематически.

Особое внимание в учебных материалах уделено систематическому изучению терминологии и символики, развитию речи учащихся.

Ученик хорошо усваивает знания, если они приобретены на материале, требующем от него умения делать что-нибудь своими руками. С этой целью предлагаемый учебный материал содержит системы практических заданий (лабораторных работ) на каждом из этапов обучения.

Учебный материал с этой целью предусматривает изучение геометрических объектов не только на уроках математики, но и на других уроках (рисования, ручного труда, физкультуры) в связи с разнообразной учебной и практической деятельностью учащихся.

Вот одна из лабораторных работ, проводимая в связи с изучением прямоугольного параллелепипеда в конце III класса.

Каждому учащемуся дается по два прямоугольных параллелепипеда (см. стр. 158). От учащихся требуется определить размер третьего параллелепипеда, сложенного из двух данных; определить площадь его граней и полную поверхность. Работа проводится учащимися самостоятельно в течение 15—20 минут. Подводятся итоги (рассматриваются все три случая). В заключение дается задание: найти размеры прямоугольного параллелепипеда, сложенного из трех таких же «кирпичей». При выполнении этого задания учащиеся могут использовать имеющиеся у них два «кирпича». Главным же образом решение должно выполняться в воображении. Очевидно, что такого рода задания содействуют развитию пространственных представлений.

Учитель внимательно следит за ходом выполнения задания. И только в крайнем случае, самым слабым учащимся, учитель дает третий «кирпич», чтобы обеспечить возможность ученику выполнить не воображаемые, а реальные построения.

В IV классе задания могут быть усложнены, например, постановкой вопросов, связанных с вычислением поверхностей и объемов получаемых прямоугольных параллелепипедов.

Значительно большее внимание (по сравнению с традиционным курсом) в предполагаемой системе уделено формированию и развитию практических навыков владения измерительными и чертежными инструментами, моделирования и навыков выполнения построений геометрических чертежей.

Ученик особенно хорошо и прочно усваивает то, что является результатом его активной мыслительной деятельности, а не дается в готовом виде. Предлагаемые нами материалы содержат систему упражнений, требующих напряжения мыслительной деятельности. В I и во II классах это могут быть отдельные задания и короткие самостоятельные работы. В III и IV классах это более сложные работы. Дети усваивают знания с различной глубиной и скоростью. В нашем эксперименте мы стремились использовать учебные материалы, построенные так, что они обеспечивали возможность дифференцированного обучения, учета индивидуальных особенностей ученика (см. стр. 32).

Остановимся несколько подробнее на характеристике использованных нами дидактических материалов.

6. Некоторые виды дидактических материалов и форм работы, активизирующих процесс геометрического развития

Таблица (стр. 20) раскрывает предлагаемую нами систему изучаемого в I—IV классах геометрического материала по его номенклатуре. В главах II—IV подробно излагаются содержание и система его изучения в определенной, избранной нами последовательности. В этой системе наряду с известными, широко распространенными методами и формами учебной работы применялись новые приемы и формы работы, на характеристике которых мы остановимся несколько подробнее. Речь пойдет о самостоятельных работах, тетрадях на печатной основе, таблицах и плакатах, фильмах и диафильмах.

Перед каждым уроком учитель тщательно обдумывает: «Как добиться того, чтобы в с е м учащимся было интересно, чтобы к а ж д ы й ученик получил наибольшую пользу от урока?»

Методическая литература не дает полного ответа на этот вопрос. Она ориентирует учителя строить процесс обучения на так называемого «среднего» ученика (и чаще всего с акцентом в сторону «слабого»). При таком обучении лучшие учащиеся класса не получают достаточного внимания. Поиски учителями новых форм и приемов обучения являются попыткой практического разрешения вопроса о дифференцированном обучении. Вероятно, поэтому в последнее время стали придавать особое значение самостоятельной работе учащихся.

Большинство проводимых в школе самостоятельных работ по математике предназначено для тренировки или контроля уже сообщенных учащимся знаний. В связи с этим учащиеся почти не приобретают навыков с а м о с т о я т е л ь н о г о изучения нового материала. Известно, что роль книги как источника получения знаний постоянно возрастает. Поэтому одной из основных задач обучения является привитие навыков самостоятельно-го чтения научной литературы. Эту работу нужно начинать с первых дней пребывания учащихся в школе, постепенно усложняя.

Даже самую интересную математическую книгу нельзя читать как увлекательную повесть. В силу лаконичности языка и высокой абстракции математических понятий чтение должно сопровождаться выполнением чертежей, моделей, расчетов, воспроизведением доказательств и выводов. Разделение учебной книги на теоретическую и практическую (учебник и задачник) не способствует выработке навыка чтения научной книги у учащихся.

В проведенном нами эксперименте были использованы различные виды самостоятельных работ. Большое внимание уделялось самостоятельным работам, преследующим две основные цели:

1. Учить самостоятельному чтению математической литературы.

2. Максимально использовать индивидуальные особенности учащихся при изучении нового материала.

В I—III классах эти работы облакаются в форму отдельных заданий и задач. В некоторых из них учащиеся (в ка-

честве «самостоятельного вывода») должны назвать пропущенные слова или обозначения (см., например, стр. 45) или выполнить построение. В конце III класса, в IV классе и далее такие работы посвящаются изучению отдельных вопросов и разделов.

Темы для самостоятельных работ выбираются с таким расчетом, чтобы излагаемые в них вопросы содержали новые понятия, имели хорошие приложения и были небольшими по объему.

В каждой работе сообщаются сведения и предлагаются учащимся органически связанные с ними упражнения. Система упражнений и теоретические сведения рассчитаны на правильное и глубокое формирование нового понятия.

Объем каждой работы определяется так, чтобы ее **основную часть** успел выполнить каждый ученик в течение 20—30 минут. Дополнительная часть содержит связанные с темой более трудные упражнения для наиболее способных учащихся.

Каждая из предлагаемых работ органически включается в систему изложения учебного предмета, принятую учителем. Место работы в этой системе определяется только ее содержанием. Следует иметь в виду, что ценность самостоятельной работы будет значительно снижена, если до проведения этой работы учащиеся будут ознакомлены с ее содержанием. Вопрос, рассматриваемый в работе, должен быть для учащихся новым.

Результаты работы во многом зависят от подготовки учителя и учащихся к ее проведению. При составлении плана изучения темы учитель должен хорошо представлять содержание соответствующих самостоятельных работ. Это позволит на уроках, предшествующих проведению самостоятельной работы, обратить внимание учащихся на ряд вопросов, которые будут иметь значение при выполнении работы.

Эффективность работы в некоторой степени определяется технической подготовкой к ее проведению. По распоряжению учителя учащиеся заблаговременно готовят необходимые модели, чертежи и инструменты. Тщательность технической подготовки тоже зависит от того, насколько внимательно ознакомился учитель с содержанием работы.

Урок, на котором проводится самостоятельная работа, начинается с краткого разъяснения учителем порядка ее выполнения. Прежде чем сообщить учащимся тексты зада-

ния (задания предлагаются в нескольких вариантах), учитель говорит о внимательном чтении текста, о последовательном выполнении в тетради всех упражнений. Ученик должен разобраться в способах решения задачи, приведенной в тексте в качестве примера, сформулировать устно вопросы или пояснения и выполнить в тетради соответствующие действия. Разъяснения учителя помогут предупредить вопросы, которые неизбежно возникли бы у учащихся в процессе выполнения работы.

К этому новому виду работы, как и к каждому другому, учащиеся должны привыкнуть и разобраться в требованиях и особенностях выполнения. В этом отношении видное место занимает беседа, предшествующая первой из подобных самостоятельных работ.

После кратких разъяснений учителя в начале урока (3—5 минут) учащийся получает один из вариантов задания и приступает к его выполнению¹. Самостоятельная работа ученика продолжается не более 30 минут. Учитель следит за ходом выполнения работы каждым учащимся, уделяя особое внимание менее подготовленным учащимся. Отдельным из них он задает вопросы, чтобы проверить понимание текста и степень сознательности выполнения упражнений. Обнаружив затруднение у учащегося, учитель оказывает помощь или отсылает его к учебнику.

Срок окончания самостоятельной работы определяется учителем в зависимости от содержания работы, о чем учащиеся предупреждаются заранее. За 10—15 минут до окончания урока учащиеся прекращают работу по заданиям и приступают к активному обсуждению изучаемого вопроса. Рассматривая упражнения, аналогичные тем, которые были самостоятельно выполнены учащимися, учитель устанавливает правильность усвоения основных положений, уточняет формулировки выводов, предложенных учащимся.

По окончании урока учащиеся сдают тетради учителю для проверки качества выполнения самостоятельной работы. Учитель может оценить работы всех или только некоторых учащихся класса.

Положительная оценка выставляется в том случае, когда выполнена основная часть работы (основная часть

¹ В нашем эксперименте варианты работ были отпечатаны на ротаторе. Аналогичные работы описаны в книге К. И. Нешкова, А. М. Пышкало «Самостоятельные работы в курсе арифметики V класса» (дидактический материал), изд. «Просвещение» 1964.

каждой работы определена в методических указаниях к приведенным текстам).

Домашнее задание согласуется с содержанием проведенных в классе самостоятельных работ. В некоторых случаях, когда основная часть работы велика по объему и проста по содержанию, можно предложить учащимся закончить самостоятельную работу дома. Небольшие по объему и несложные по содержанию самостоятельные работы могут использоваться полностью в качестве домашнего задания.

Приведем пример одной из таких работ.

Самостоятельная работа¹

Угол. Виды углов

Упражнения

1. На рисунке 1 изображены углы. Точка O — вершина первого угла. Назвать вершины остальных углов.

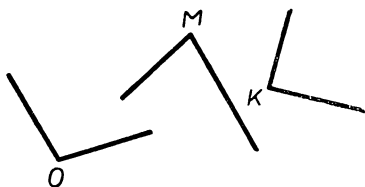


Рис. 1

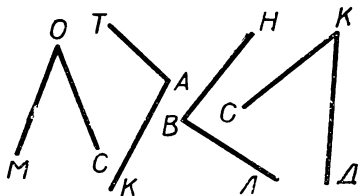


Рис. 2

2. Угол обозначают одной буквой, стоящей около вершины. Например, на рисунке 1, угол обозначен буквой O . Это можно записать словами: «угол O ». Вместо слова «угол» можно ставить значок \angle . Запись $\angle O$ читается: «угол O ».

Прочтите записи: $\angle A$, $\angle B$, $\angle K$.

3. Сторонами угла O служат лучи OM и OC . Назовите стороны углов: $\angle A$, $\angle B$ и $\angle K$ на рисунке 2.

4. Угол можно обозначить и тремя буквами. Первый угол на рисунке 2 обозначается: «угол MOC » или « $\angle MOC$ ». Запишите обозначения тремя буквами остальных углов рисунка 2.

Примечание. Для правильной записи нужно следить, чтобы буква, обозначающая вершину угла, стояла в середине. Запись « $\angle ABC$ » читается так: «угол ABC ». Вершина угла обозначена буквой B , стороны — BA и BC .

¹ Эта работа может быть проведена в V классе по ныне действующей программе.

5. Не выполняя чертежа, назвать вершину и стороны углов: а) $\angle BMK$, б) $\angle OBE$.

6. Отметить точку. Провести из этой точки два луча. Обозначить буквами вершину и стороны получившегося угла. Записать:

«Точка... — вершина угла...».

«Лучи ... и ... — стороны \angle ...».

«Мы начертим угол ... — \angle ...».

7. На рисунке 3 изображен чертежный треугольник. Найти прямой угол этого треугольника. Обозначить буквами вершину и стороны прямого угла. Записать:

«Точка ... — вершина прямого угла».

«... и ... — стороны прямого угла».

« \angle ... — прямой угол».

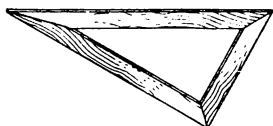


Рис. 3

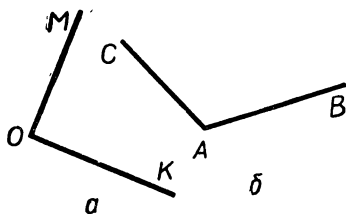


Рис. 4

8. Приготовьте подвижную модель угла. Установите подвижную сторону модели так, как изображено на рисунке 4, а, затем так, как на рисунке 4, б. В каком случае пришлось поворачивать подвижную сторону на больший угол?

9. Который из углов на рисунке 4 больше? Который меньше? Запишите: « \angle ... меньше \angle ...».

«Угол BAC ... угла MOK ».

10. Повернуть подвижную сторону модели так, чтобы получился прямой угол. Проверить чертежным треугольником.

11. Повернуть подвижную сторону так, чтобы получился угол, меньший прямого. Проверить с помощью чертежного треугольника.

Примечание. Угол, меньший прямого угла, называется острым углом.

12. Повернуть подвижную сторону так, чтобы получился угол, больший прямого угла. Проверить с помощью чертежного треугольника.

Примечание. Угол, больший прямого угла, называется тупым углом.

13. С помощью чертежного треугольника выяснить, который из углов на рисунке 5 острый, тупой, прямой.

Записать пропущенные слова и буквы: « $\angle \dots$ — острый». « $\angle AOM$ — ...». « $\angle \dots$ — ...».

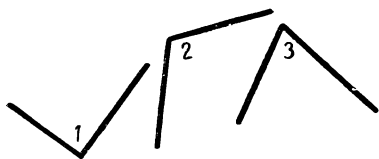


Рис. 5

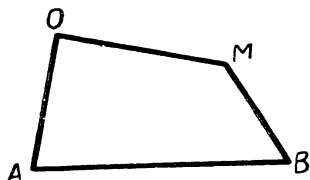


Рис. 6

14. Начертить по одному острому, прямому и тупому углу. Обозначить их буквами. Записать, как в предыдущем упражнении.

15. Записать тремя буквами, который из углов фигуры (на рисунке 6) прямой, острый, тупой.

16. Треугольник, в котором один угол прямой, называется прямоугольным треугольником.

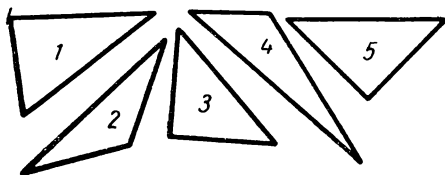


Рис. 7

Выяснить, которые из треугольников на рисунке 7 являются прямоугольными треугольниками.

Охватываемый этой самостоятельной работой учебный материал может быть преподнесен (изложен) учащимися и в иной форме.

Самостоятельная работа выполняется до ознакомления учащихся с измерением углов с помощью транспортира.

В нашем эксперименте самостоятельные работы описанного выше назначения проводились и в другой форме — в виде тетрадей-заданий. Такая тетрадь изготовлена типографским способом и имеется у каждого ученика. Всю работу учащиеся выполняют **только** в тетради, самостоятельно (в классе или дома). Задача ученика состоит во внимательном чтении текстов упражнений и их последовательном выполнении непосредственно в тетради (записи, ответы на вопросы, вычерчивание и т. п.). Учитель внимательно наблюдает за ходом работы, выполняемой каждым учеником, оказывает индивидуальную помощь. Система заданий каждой тетради также предполагает самостоятельное изучение какого-нибудь одного нового для учащихся вопроса. Приведем образец такой тетради.

Т Е Т Р А Д Ь

ПО МАТЕМАТИКЕ

учени _____ IV класса « » школы № _____
г. Москвы

У г л ы

1. Представление о **плоскости** (плоской поверхности) дает поверхность крышки стола, поверхность оконного стекла.

Представление о **кривой поверхности** дает поверхность глобуса, поверхность водопроводной трубы.

а) Запишите недостающие слова:

Страница тетради имеет ... поверхность.

Колба электрической лампочки имеет... поверхность.

б) Приведите примеры плоских поверхностей.

.....имеют плоскую поверхность (выпишите названия каких-нибудь предметов).

в) Приведите примеры кривых поверхностей.

.....имеют кривую поверхность (выпишите названия каких-нибудь предметов).

2. а) Это **цилиндры** (рис. 1*).

Основания цилиндра — плоские.

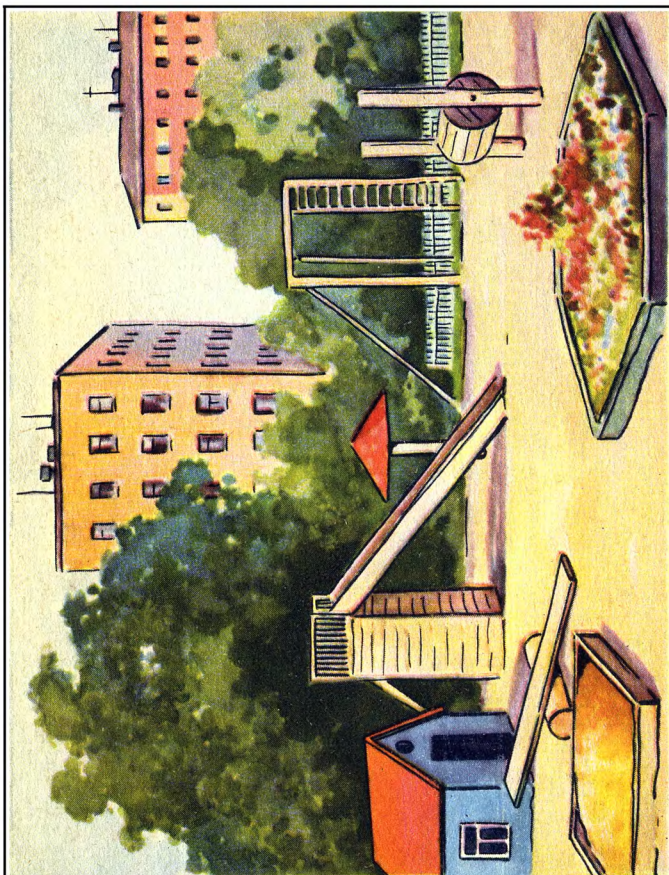
Боковая поверхность — кривая (цилиндрическая).

б) Это **конусы** (рис. 2*)

Напишите недостающие слова:



Внимательно рассмотрим рисунки и укажи (назови) предметы или их части, имеющие форму круга, треугольника и т. д.



ПОСМОТРИ ВОКРУГ СЕБЯ И ОПРЕДЕЛИ ФОРМУ ПРЕДМЕТОВ

ТАБЛИЦА I

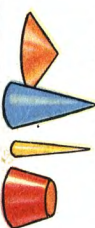
это шары



это цилиндры



это конусы



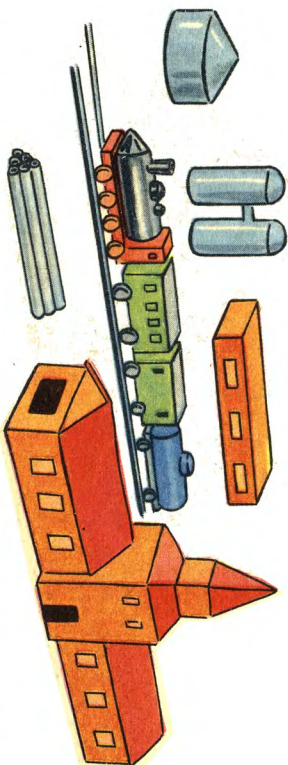
это пирамиды



это призмы



Внимательно рассмотри рисунки и укажи(назови) предметы или их части, имеющие форму шара, цилиндра, конуса, пирамиды, призмы.



ПОСМОТРИ ВОКРУГ И ОПРЕДЕЛИ ФОРМУ ПРЕДМЕТОВ

ТАБЛИЦА II

Основание конуса —
Боковая поверхность —

3. Плоскость неограниченна. Она простирается бесконечно. Говоря о плоской поверхности предметов, мы подразумеваем **часть плоскости**.

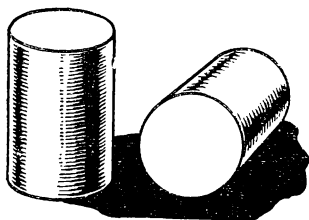


Рис. 1*.

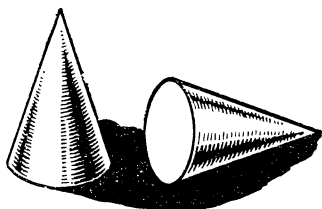


Рис. 2*.

Лист бумаги, классная доска представляют собой часть плоскости. Плоскость можно изображать так, как это показано на рисунке 3*.

4. Изобразите плоскость, отметьте на ней точку, проведите на плоскости прямую линию.



Рис. 3*



Рис. 4*

5. Прямая AB , проведенная в плоскости, делит ее на две части (на две половины) — **полуплоскости** (рис. 4*).

Прямая AB называется **ребром** полуплоскости.

6. Изобразите плоскость. Проведите в ней прямую линию.

7. Рассмотрите рисунок 5*.

Впишите недостающие слова:

Прямая является полуплоскости.

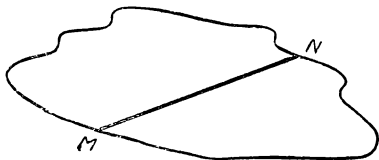


Рис. 5*

Прямая делит плоскость на
 8. Возьмите лист бумаги. Отметьте на нем две точки. Перегните его по прямой линии до наложения одной части на другую так, чтобы эти точки оказались в одной полуплоскости.

9. На рисунке 6* изображена плоскость, разделенная прямой PK на две полуплоскости M и N .

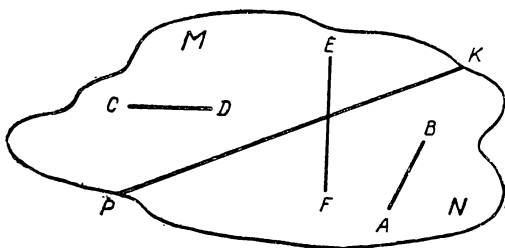


Рис. 6*

Впишите пропущенные слова:

Отрезок CD лежит в полуплоскости

Отрезок AB лежит в полуплоскости

Луч DC лежит в полуплоскости

В о п р о с: лежит ли отрезок E в одной из полуплоскостей?

Дополните ответ: «Отрезок A ».

Начертите на рисунке 6:

- а) луч, лежащий в полуплоскости M ;
- б) отрезок, лежащий в той и другой полуплоскостях;
- в) точку, принадлежащую полуплоскости N ;
- г) из точки на ребре проведите луч в полуплоскости M .

10. Возьмем полуплоскость и на ее ребре (AB) отметим точку O .

Проведем в полуплоскости луч OB . Луч разделил полуплоскость на две части. Каждая из частей называется углом (рис. 7*).

11. Возьмем лист бумаги произвольной (округлой) формы. Перегнем его по прямой линии. Разрежем (разорвем) лист по этой прямой на две части (на две полуплоскости).

Возьмем одну из полуплоскостей и на ее ребре отметим какую-нибудь точку: разрежем полуплоскость (по лучу) на две части. Мы получим модели двух углов.

12. Луч OK разделил полуплоскость с ребром AB на два угла. Рассмотрим угол, выделенный на рисунке 8*. Точка O называется **вершиной** угла. Лучи OK и OB — **стороны** угла.

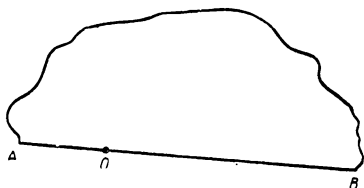


Рис. 7*

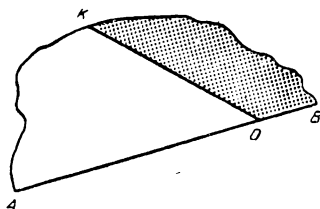


Рис. 8*

Угол обозначается тремя буквами. Рассматриваемый угол можно назвать: «угол KOB » или «угол $ВОК$ ». Важно, чтобы буква, обозначающая вершину угла, стояла в середине записи.

Слово «угол» можно заменить знаком « \angle ».

Обозначить другой угол (вставить пропущенные буквы): «угол» или « \angle ».

13. Записать углы, изображенные на рисунке 9*.

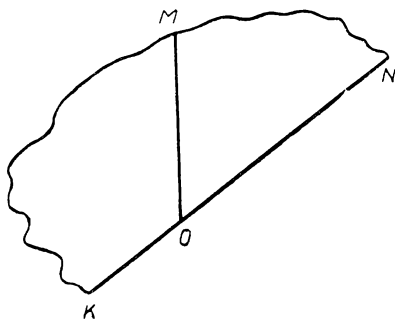


Рис. 9*

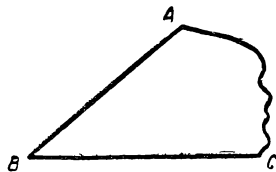


Рис. 10*

Заштриховать $\angle MON$. Внутри угла $МОК$ отметить точку.

14. Изобразить полуплоскость, из которой получен угол ABC . Сколькими способами это можно сделать (рис. 10*)?

15. Из точки O (рис. 11*) провести три луча так, чтобы получились три угла. Назвать эти углы (обозначить буквами).

16. Точка A лежит внутри $\angle MON$. Точка B лежит вне угла.

Рассмотреть рисунок 12*.

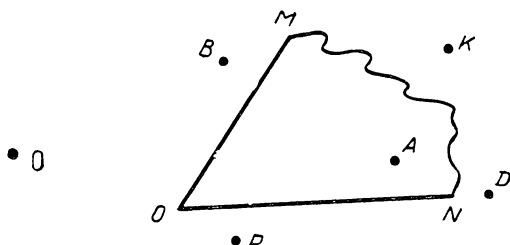


Рис. 11*

Рис. 12*

Записать расположение точек K , P и D относительно угла:

Точка K лежит

Точка P лежит

Точка D лежит

17. Рассмотреть рисунок 13*.

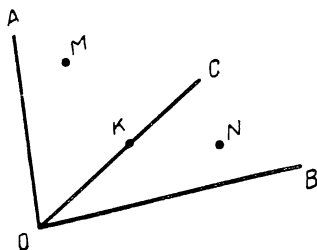


Рис. 13*

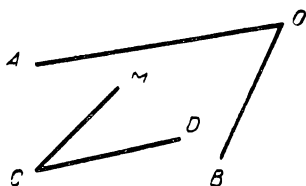


Рис. 14*

Вставить пропущенные слова:

Точка M лежит $\angle AOC$.

Точка N лежит $\angle COB$.

Точка K лежит $\angle AOC$.

Точка M лежит $\angle BOC$.

Точка M лежит $\angle AOB$.

18. Вершина $\angle MCD$ лежит внутри $\angle AOB$ (рис. 14*).

Как расположена вершина угла AOB относительно $\angle MCD$?

Записать вывод: вершина угла AOB — точка O — лежит $\angle MCD$.

19. Два угла называются **равными**, если можно один из них наложить на другой так, чтобы они совпали всеми своими точками. Вырезать $\angle AOB$ и $\angle CMN$. Эти углы нельзя считать равными (рис. 15*). (Вырежьте и проверьте наложением.)

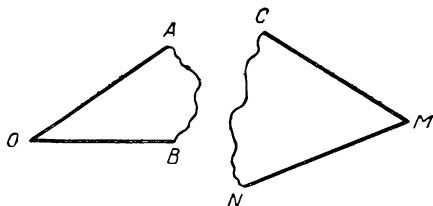


Рис. 15*

Угол AOB составляет часть угла CMN . Поэтому $\angle AOB$ меньше $\angle CMN$ ($\angle AOB < \angle CMN$), или, наоборот, $\angle CMN$ больше $\angle AOB$ ($\angle CMN > \angle AOB$).

20. Вырежьте углы CDK и MAB (рис. 16*). Сравните их.

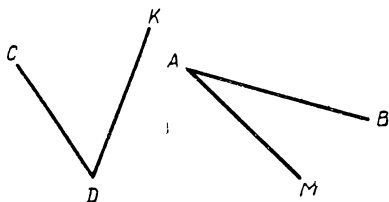


Рис. 16*

Вставьте пропущенное слово или значок: « $\angle CDK$... $\angle MAB$ ».

21. Сравнить вырезанный из бумаги угол CDK с углом, изображенным на рисунке 17*.



Рис. 17*

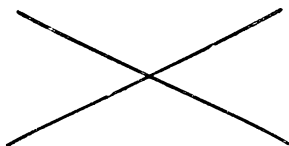


Рис. 18*

Обозначьте этот угол и запишите:

$$\angle CDK \dots \angle \dots$$

22. На рисунке 18* две прямые линии пересекаются. Сколько углов образуется при пересечении двух прямых линий? Обозначьте и выпишите эти углы.

23. Вырезать $\angle OCK$ (рис. 19*) и разделить (перегибанием) его на два неравных угла.

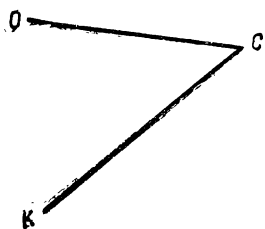


Рис. 19*

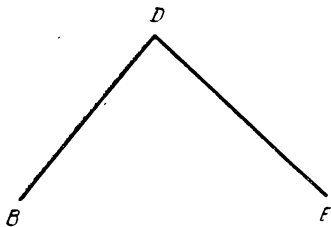


Рис. 20*

Вырезать угол BDE (рис. 20*) и разделить его (перегибанием) на два равных угла.

24. Продолжить стороны треугольника ABC так, чтобы получились $\angle ABC$ и $\angle CBA$ (рис. 21*).

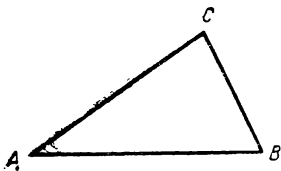


Рис. 21*

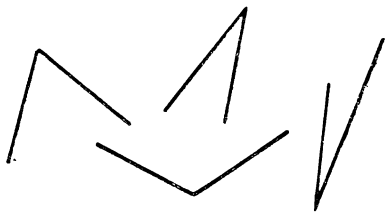


Рис. 22*

25. Определить на глаз наибольший, наименьший угол (рис. 22*).

Обозначить их. Расположить в порядке убывания: $\angle \dots; \angle \dots; \angle \dots; \angle \dots$.

Приведем еще один из видов работы, который, кроме всего прочего, подчеркивает большие возможности учащихся I—II классов в овладении геометрическими понятиями.

Организация работы с плакатами и набором моделей

В классе на некоторое время вывешивается плакат (см. цветн. табл. I). Рядом с плакатом на специальном столике (или полочке) помещаются модели многоугольников и разнообразные предметы. Учитель обращает внимание детей на плакат, советует каждому познакомиться с его содержанием во время перемены, до или после уроков. Знакомство учащихся с содержанием плаката совершается самостоятельно. Для того чтобы стимулировать внимание детей к плакату, в ходе уроков отдельным учащимся задаются вопросы, ответы на которые зависят от усвоения учащимися содержания плаката. В случае неудачного ответа ученик сразу на уроке (или после урока) отсылается к плакату и самостоятельно или с помощью более подготовленных учащихся находит ответ на вопрос. Помощь учителя состоит в том, что он дает советы, правильно ориентирует внимание учащихся при работе с плакатом. Если, например, ученик затрудняется определить (назвать) форму крышки коробки, учителю достаточно указать ему нужное место плаката: «Посмотри; прочитай вот здесь ...». При таком методе переход от вещей к геометрическим фигурам совершается учащимися самостоятельно. От вещи, имеющей форму прямоугольника (не определяя этого понятия), совершается переход к абстрактному понятию «прямоугольник».

Аналогично (в конце I класса или во II классе) организуется работа по первоначальному ознакомлению учащихся с геометрическими телами. В основу этой работы берется другой плакат (см. цветн. табл. II) и набор моделей всевозможных геометрических тел (см. стр. 78). Здесь же на столике располагаются разнообразные предметы.

Исключительным, незаменимым средством, помогающим большому числу учащихся преодолеть трудности перехода от конкретной вещи к геометрическому телу, является кино¹. Средствами кино достигается возможность в динамике заменить конкретную вещь моделью, модель — чертежом, а затем снова от чертежа перейти к модели и от модели — к данной вещи. Объектив киноаппарата помогает учащимся анализировать более сложные формы, выделять из них про-

¹ Фильм-фрагмент «Геометрические тела», производство студии «Школфильм», 1965, Автор А. М. Пышкало.

стейшие, синтезировать из отдельных простых геометрических тел более сложные¹.

Специальные фильмы являются эффективным средством не только формирования геометрических понятий, но и средством воспитания и развития пространственных представлений. Большое удобство представляет одновременное использование с кинофильмом специально подготовленного диафильма² и моделей.

Включение кадров диафильма дает возможность более детально остановиться на отдельных вопросах. Провести обстоятельные объяснения; выяснить (по ходу демонстрации) решения задач; выяснить (путем беседы-опроса) степень усвоения материала и т. д.

7. Краткая характеристика перспективы развития предлагаемой системы обучения геометрии

Как это видно из изложенного выше, в предлагаемой системе изучения геометрии мы идем не по пути частичных изменений внутри отдельных частей традиционного курса, а пытаемся коренным образом (качественно) его перестроить.

Существенным в этой перестройке является наличие целенаправленной и систематической работы по формированию геометрических понятий с I класса (эта работа в традиционном курсе отсутствует). Особое внимание в процессе обучения обращается на развитие мышления учащихся, их интуиции с опорой на здравый смысл. К концу III класса удается завершить работу по достижению всеми учащимися II уровня развития геометрического мышления, что дает возможность в IV классе приступить к изучению геометрии на уровне начала систематического курса (III уровень) примерно в объеме первого раздела действующей программы VI класса³. Достаточное внимание изучению отношений между геометрическими фигурами (принадлежность, пересечение и т. д.), последовательное проведение одновременного изучения планиметрических и стереометрических понятий,

¹ А. М. Пышкало, Использование кинофильмов в процессе формирования геометрических понятий и пространственных представлений. Сб. «Учебно-наглядные пособия по математике», «Просвещение», 1965.

² Диафильм «Изучайте форму предметов», производство студии «Диафильм», М., 1964, автор А. М. Пышкало, редактор Л. Б. Книжникова.

³ «Программа восьмилетней школы. Математика», Учпедгиз, 1962, стр. 22.

систематическая работа по воспитанию и развитию пространственных представлений учащихся, применение тщательно продуманных дидактических материалов и разнообразных форм обучения позволяют предположить, что уже в пределах восьмилетней школы возможно достижение такого уровня геометрического развития учащихся, какого в настоящее время мы добиваемся в одиннадцатилетней школе. Не нужно думать, что для этого необходимо обязательно «уложить» весь объем традиционного учебного материала, причем в более короткие сроки.

Достижению цели обучения геометрии в школе поможет правильное понимание основной задачи, стоящей перед школьным курсом геометрии, более экономное построение этого курса.

Некоторые пути достижения эффективного результата мы освещаем в настоящей книге. Значительная экономия при дальнейшем изучении геометрии может быть достигнута за счет (и на основе) более раннего изучения геометрических преобразований, например **осевой симметрии** (первая тема V класса — 20 часов¹). Последовательное применение осевой симметрии значительно улучшит изучение следующих тем курса геометрии: треугольников (V класс — 40 часов), четырехугольников (VI класс) и т. д. Большое значение, на наш взгляд, может иметь в будущем курсе математики изучение геометрии через алгебраический аппарат (координатный метод, векторы, элементы аналитической геометрии).

Выполнению поставленной задачи поможет и тщательный отбор содержания учебного материала в процессе переоценки его образовательного значения; в настоящее время осуществляется разработка новых программ по математике при участии крупнейших ученых-математиков. Перспективы в этом отношении открывает и опыт работы школ с математической специализацией и математических школ-интернатов.

8. Учебные материалы по геометрии для I—IV классов

В последующих главах приведены упражнения (задания, вопросы и задачи), выполняемые учащимися как на уроках, так и самостоятельно, дома. Предлагаемая **система упражнений** разработана применительно к программе эксперимен-

¹ В 1964/65 уч. году эксперимент, начатый в четвертых классах шести школ, будет продолжен в пятых классах.

та. В учебных материалах собран минимум основных упражнений (образцов), который, по мере необходимости, может быть расширен самим учителем. Как показало опытное обучение, необходимость в увеличении числа упражнений возникает обычно в связи с трудностями овладения новыми навыками (например, навыками пользования инструментами), трудностями формирования математической речи, овладения специальной математической фразеологией. Эти трудности преодолимы в процессе выполнения достаточного числа упражнений. Число упражнений данного вида определяется в зависимости от индивидуальных особенностей учащихся класса (их подготовки, уровня общего развития и т. д.) самим учителем. Изложенная во II, III, IV главах система упражнений может быть почти полностью использована в практике обучения школьников (соответственно) в I, II и III классах по ныне действующим программам восьмилетней школы. Этого нельзя сказать о материалах V главы применительно к работе в четвертых классах. Однако значительное большинство вопросов и задач этой главы возможно применять при изучении систематического курса геометрии по ныне действующей программе.

Задачи и упражнения в каждой главе разделены на группы. Группы занумерованы и имеют названия-заголовки.

В некоторых случаях возникает необходимость более точно определить место предлагаемых упражнений в общей системе изложения курса математики. Это выполняется в методических указаниях, в примечаниях или специальных сносках. Ряд упражнений может быть использован на уроках ручного труда, рисования, физкультуры, письма и др.

Эксперимент показал, что в I—IV классах нецелесообразно выделять изучение геометрического материала из системы всей работы по математическому образованию учащихся. В частности, в I—II классах не следует отводить специальных уроков для изучения геометрии. В III—IV классах возникла необходимость в организации отдельных уроков, полностью посвященных изучению геометрического материала. К каждому разделу учебных материалов (по каждому классу) даются указания о терминологии, умениях и навыках, усвоение которых должно быть обеспечено в процессе выполнения учащимися предлагаемой системы упражнений. В учебные материалы весьма ограниченно

включены задачи, где геометрические сведения используются только для иллюстрации сведений о числах или о выполнении арифметических действий. Это сделано потому, что такого рода задачи в более чем достаточном числе имеются в традиционной учебной литературе¹, а образовательная ценность этих задач вызывает сомнения.

Учебные материалы даны здесь в таком виде, в каком они использовались в ходе экспериментального обучения (1960—1963 гг.), в процессе поисков системы, удовлетворяющей научно-математическим и педагогическим требованиям. В частности, в них сохранена вариативность подходов при изучении отдельных фактов. Это сделано сознательно, потому что включение различных вариантов упражнений, имеющих одно и то же назначение и частично (или даже полностью) дублирующих друг друга, включение в начале каждого года обучения предварительных упражнений представляет особый (практический) интерес, ибо дает учителю возможность выбора и, следовательно, уже сейчас позволяет применять их в повседневном обучении в любом из классов².

Вместе с тем высокий уровень понимания и усвоения учащимися этого материала, особый интерес, который он неизменно вызывает у младших школьников, послужили нам стимулом для проведения дальнейших исследований в избранном нами направлении³.

¹ А. С. Пчелко и Г. Б. Поляк, Арифметика для I класса, Арифметика для II класса, Арифметика для III класса, Арифметика для IV класса, Учпедгиз, 1962.

² Многие учителя присоединились к нашему эксперименту не с первого года обучения (иногда не с начала учебного года) и добились успехов. См.: Р. А. Хабиб, О неиспользованных возможностях в обучении арифметике, «Начальная школа», 1964, № 5, стр. 81.

³ Сектором обучения математике ИОПО АПН РСФСР под руководством и при участии проф. А. И. Маркушевича в 1964/65 учебном году проводится экспериментальное исследование по выяснению содержания математического образования учащихся первых классов. Обучение по экспериментальной программе проводится учителями школ № 16 и 444 П. И. Богдановой и Д. И. Филипповой при участии научных сотрудников К. И. Нешкова и А. М. Пышкало.

ГЛАВА II

СИСТЕМА ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В I КЛАССЕ

1. Сравнение величин. Взаимное расположение предметов

1. Кто выше: корова или собака?

2. Что шире: ручей или река?

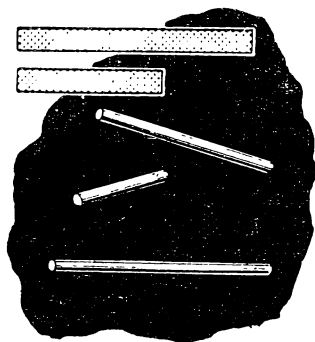


Рис. 1

3. Нарисованы две полоски (рис. 1). Укажите, которая из этих полосок длиннее, а которая короче.

4. Нарисованы три палочки (рис. 1). Укажите самую длинную и самую короткую.

5. Покажите одну длинную и одну короткую палочку.

6. Покажите две одинаковые палочки.

7. Что ниже: грузовой или легковой автомобиль?

8. Нарисованы две полоски (рис. 2). Укажите, которая по-

лоска широкая, а которая узкая.

9. Что выше: школа или дом, в котором ты живешь?

10. Что шире: улица, на которой стоит твой дом или улица, на которой стоит школа?

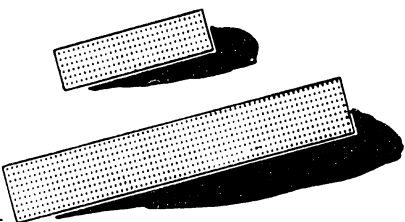
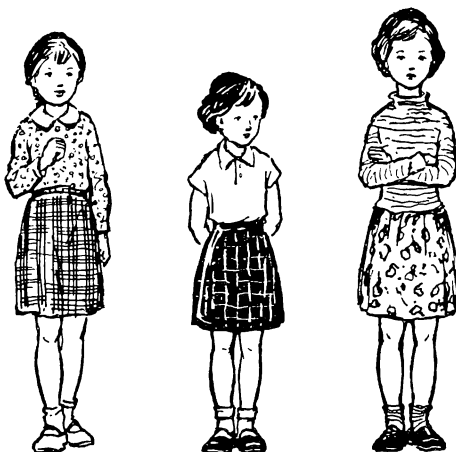


Рис. 2

11. На рисунке 3 — Таня, Нина и Вера. Можно сказать: «Таня ниже Веры». «Нина ... Тани». «Вера ... Тани». «Нина ... Тани». «Вера ... Нины». Назвать пропущенные слова.



Таня

Нина

Вера

Рис. 3

12. На рисунке 4 изображены мячи — баскетбольный, теннисный и футбольный. Какой из мячей больше?

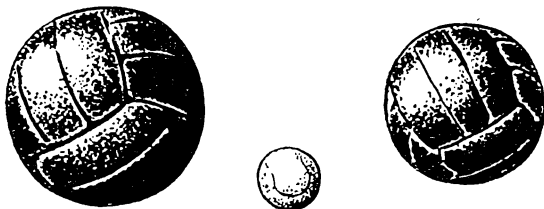


Рис. 4

Можно сказать: «Баскетбольный мяч больше футбольного». «Теннисный мяч ... футбольного». «Баскетбольный мяч ... теннисного». Назовите пропущенные слова.

13. За партой сидят Петя и Вова (рис. 5). Можно сказать: «Петя сидит справа от Вовы». «Вова сидит ... от Пети». Назовите пропущенное слово.

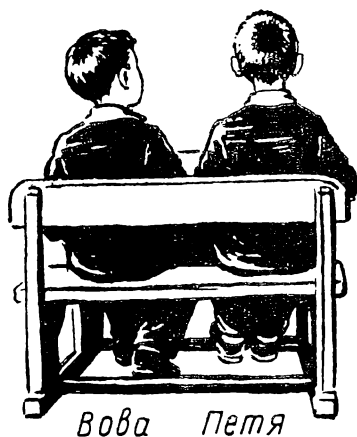


Рис. 5

вет ... Иры». «Ира живет ... Пети». Назвать пропущенные слова.

14. Звено отправилось на прогулку (рис. 6). «Впереди идет Вова». «Сзади идет ...». «Наташа идет перед Ниной». «Коля идет за ...». Назовите пропущенные слова.

15. Кто из твоих товарищей сидит в классе справа от тебя? Слева от тебя? Сзади тебя?

Скажите громко: «Справа от меня сидит...». «Передо мной сидит...». Назовите пропущенные слова.

16. Петя живет на четвертом этаже, Ваня — на втором этаже, Ира — на пятом этаже. Можно сказать: «Петя живет выше Вани». «Ваня жи-

вет выше Вани». «Ваня жи-

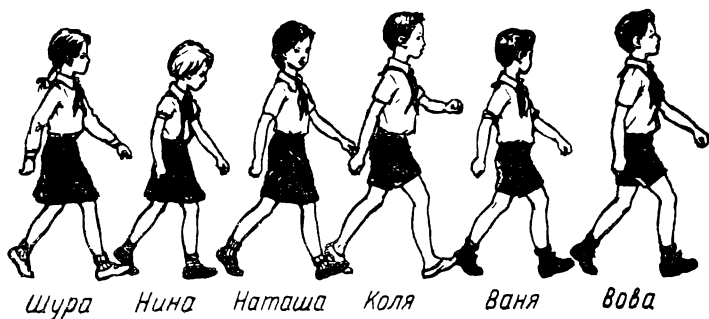


Рис. 6

17. В одном ряду сидят Ира, Саша, Лена, Наташа и Коля (рис. 7).

Можно сказать: «Лена сидит между Сашей и Наташей». Кто сидит между Ирой и Наташей?

Можно сказать: «Ира и Саша сидят по одну и ту же сторону от Лены», «Ира и Коля сидят по разные стороны от Лены».

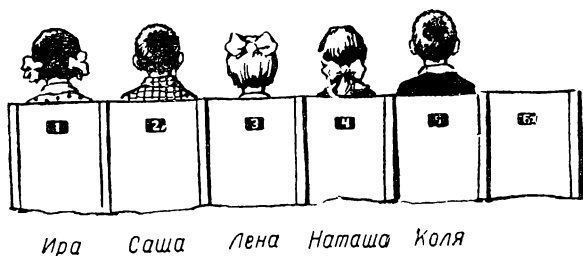


Рис. 7

Кто сидит по одну и ту же сторону от Наташи?

Кто сидит по разные стороны от Наташи?

Кто сидит по одну и ту же сторону от Саши? По одну и ту же сторону от Коли?

Прочитайте вслух. (Назовите пропущенные слова.) «Наташа сидит ... Леной и Колей». «Ира и Коля сидят по ... от ...». «Наташа и Коля сидят по ... от».

18. Нарисованы шары (рис. 8).

Один из них деревянный — для игры в крокет, другой сделан из кости — для игры на бильярде.



Рис. 8

Который из шаров меньше? Который из шаров больше?

19. Назовите предметы, игрушки или другие вещи, имеющие форму шара.

20. Укажите две палочки разной длины.

21. Укажите четыре палочки одинаковой длины.

22. Отрежьте две полосы: одну — длинную, другую — короче.

23. Отрежьте две полосы одинаковой длины.

Про одинаковые полосы или палочки говорят — **они одинаковой длины**.

24. Отрежьте две полосы одинаковой длины и одинаковой ширины.

25. Отрежьте две полосы одинаковой ширины, но разной длины.

26. Отрежьте две полоски разной ширины, но одинаковой длины.

27. Отрежьте две полоски одинаковой ширины, но разной длины и цвета.

28. Что ближе к твоему дому: школа или магазин? Что дальше от твоего дома?

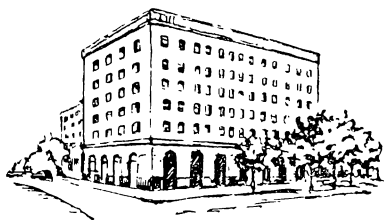


Рис. 9

29. Чей дом ближе к школе: твой или твоего товарища?

30. Рассмотрите рисунок 9. Сколько этажей расположено между вторым и пятым этажами?

Сколько этажей расположено выше третьего этажа?

Сколько этажей расположено ниже четвертого этажа?

31. Пользуясь рисунком 7, ответить на вопросы:

Сколько человек сидит между Ирой и Леной?

Между кем из детей сидят 2 человека?

Сколько человек сидит по одну и ту же сторону от Иры?

Сколько детей сидит слева от Коли?

2. Фигуры (многоугольники)

1. Сколько нужно палочек, чтобы сложить квадрат? Какие палочки надо взять?

2. Возьмите четыре одинаковые палочки и четыре кусочка пластилина. Скрепите эти палочки пластилином так, чтобы получился квадрат.

3. Каждая палочка — сторона квадрата. Сколько сторон у квадрата? Каждый кусочек пластилина — вершина квадрата. Сколько вершин у квадрата?

4. Это треугольник (рис. 10). Сколько палочек и сколько кусочков пластилина нужно взять, чтобы сложить один треугольник?

5. Каждая палочка — сторона треугольника. Сколько сторон у

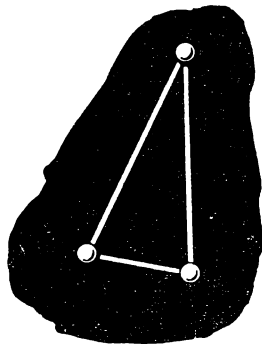


Рис. 10

треугольника? Сколько вершин у треугольника?

6. Возьмите три одинаковые палочки и три кусочка пластилина. Скрепите эти палочки пластилином так, чтобы получился треугольник. Можно ли сделать треугольник из трех различных палочек?

7. Это тоже треугольники (рис. 11).

8. Возьмем три палочки одинаковой длины и три кусочка пластилина. Сделаем треугольник.

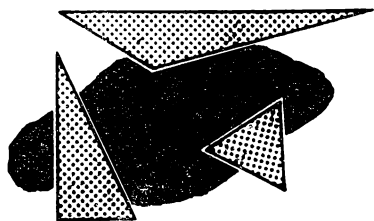


Рис. 11

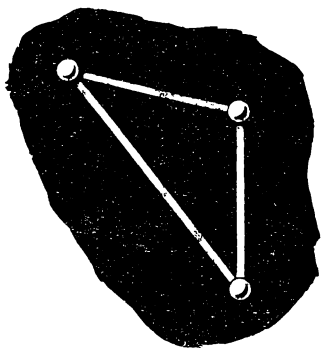


Рис. 12

У нашего треугольника все три стороны одинаковой длины. Можно сказать: «Три стороны нашего треугольника равны между собой».

9. Сколько нужно взять палочек и какой длины, чтобы сделать два одинаковых треугольника?

10. Если взять две одинаковые короткие палочки и одну длинную, то получится вот такой треугольник (рис. 12).

11. Если взять две одинаковые длинные и одну короткую палочку, то получится вот такой треугольник (рис. 13).

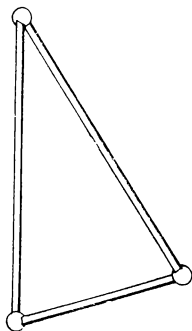


Рис. 13

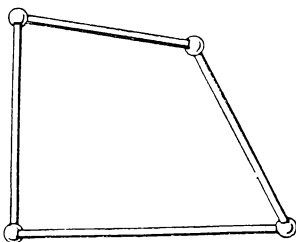


Рис. 14

12. Возьмите три палочки разной длины и три кусочка пластилина. Сделайте треугольник.

13. Сколько палочек нужно взять для того, чтобы сложить один квадрат и один треугольник? Что можно сказать о длине палочек?

14. Если взять четыре палочки и четыре кусочка пластилина, то можно сделать четырехугольник.

Это четырехугольник (рис 14.). У него четыре стороны.

15. Это четырехугольники (рис. 15). Посмотрите вокруг себя и покажите предметы треугольной формы, четырехугольной формы. Скажите громко: «У четырехугольника четыре угла».

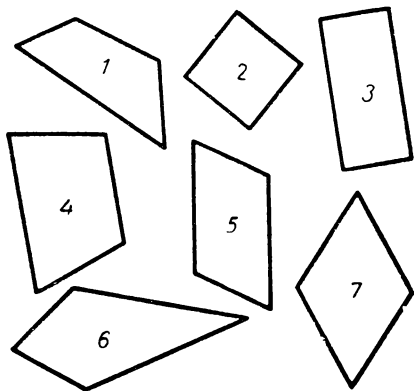


Рис. 15

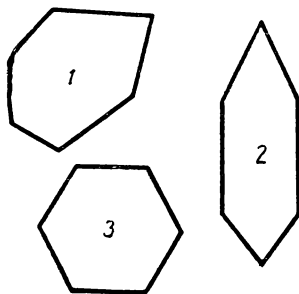


Рис. 16

16. Коля сделал из палочек один четырехугольник и один треугольник. Сколько палочек взял для этого Коля?

17. Таня сделала из палочек один треугольник, а Коля сделал один четырехугольник. Сколько всего палочек взяли Таня и Коля?

18. Маня сделала из палочек один четырехугольник, а Петя — один пятиугольник. Сколько всего палочек они взяли для этого?

19. Это шестиугольники (рис. 16).

Сколько сторон у каждого шестиугольника?

20. Сколько палочек нужно взять, чтобы сделать один шестиугольник?

Сделайте шестиугольник, чтобы его стороны были равны между собой. Сколько углов имеет шестиугольник?

21. Мальчик сделал один треугольник и один шестиугольник. Сколько всего палочек он взял для этого?

22. Это прямоугольник (рис. 17).

Сколько и каких палочек нужно взять, чтобы сделать один прямоугольник?

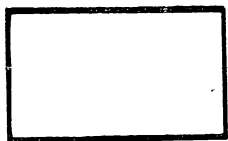


Рис. 17

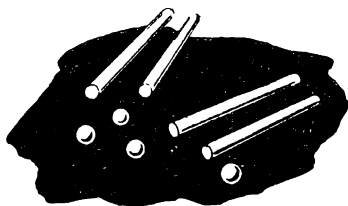


Рис. 18

23. Сделайте из палочек и кусочков пластилина (рис. 18) один прямоугольник.

24. Укажите (назовите вслух) предметы, которые имеют форму прямоугольника.

25. Сколько сторон у прямоугольника? Сколько вершин?

26. Сколько и каких палочек нужно взять, чтобы сделать прямоугольник?

3. Вырезание фигур из клетчатой бумаги

1. Фигуры можно вырезать из бумаги. Для этого мы будем использовать линии и клеточки листа тетради.

Научимся вырезать точно. Отметим на листе бумаги две точки (рис. 19).

Будем резать так, чтобы ножницы все время шли по прямой линии, проходящей через эти точки. Еще раз наметим две точки и разрежем кусочек бумаги по прямой линии, проходящей через эти точки. Упражнение повторить несколько раз.

2. Вырезать из бумаги прямоугольник. (Точки наметить так, как на рисунке 20.)

3. Вырезать из бумаги квадрат (рис. 21).

4. Вырезать из бумаги треугольники (рис. 22).

5. Вырезать из бумаги четырехугольник (рис. 23).

6. Показать вершины, стороны каждой из фигур, которые вы вырезали.

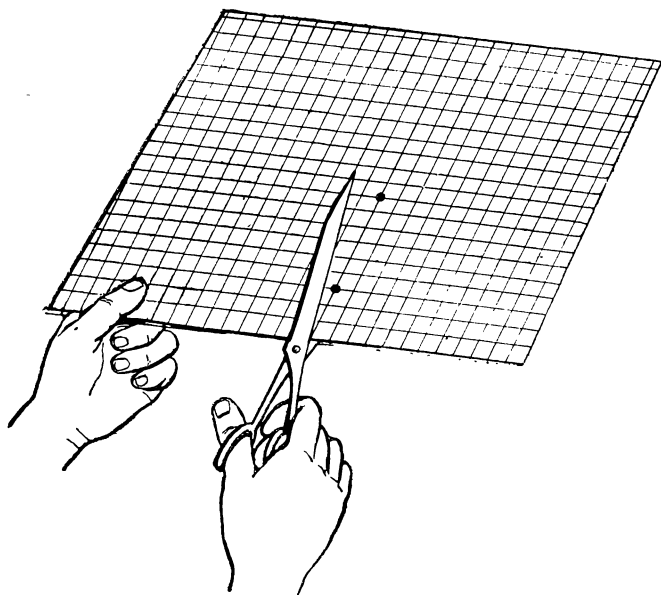


Рис. 19

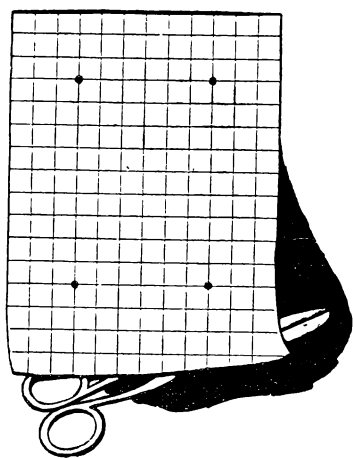


Рис. 20

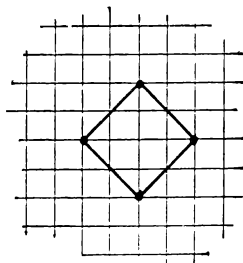


Рис. 21

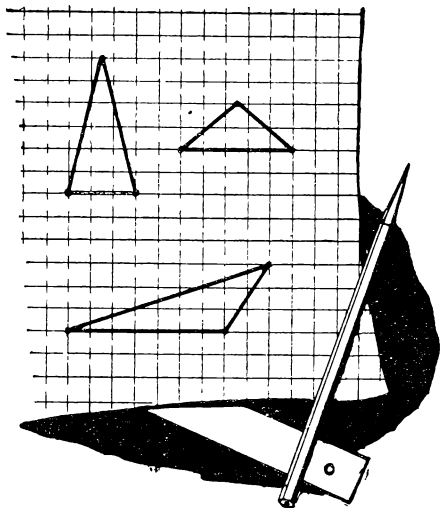


Рис. 22

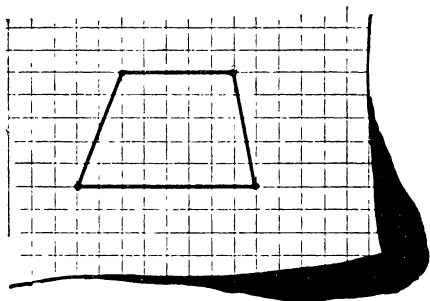


Рис. 23

7. Вырезать два одинаковых квадрата. Вырезать два одинаковых треугольника.

8. Рассказать, каким способом можно вырезать сразу две или несколько одинаковых фигур.

4. Вычерчивание прямых линий и фигур с помощью линейки (на клетчатой бумаге)

1. Прямые линии можно проводить (чертить) с помощью линейки. Посмотри, как лучше держать карандаш, чтобы правильно начертить прямую линию (рис. 24).

Провести **правильно** несколько прямых линий.

Обратить внимание, что изображение прямой линии зависит от величины листа бумаги, на котором мы чертим, или от длины линейки.

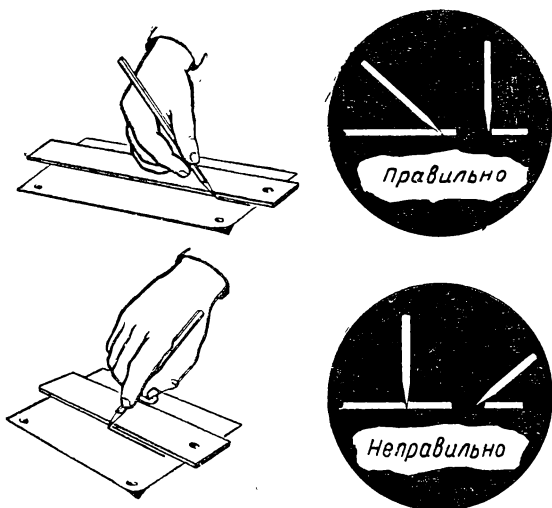


Рис. 24

2. Отметь карандашом точку. Проведи по линейке через эту точку прямую линию. Скажи: «Это прямая линия».

3. Через эту точку провели две прямые линии (рис. 25).

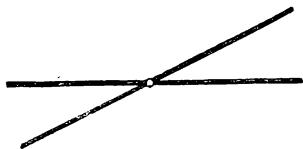


Рис. 25

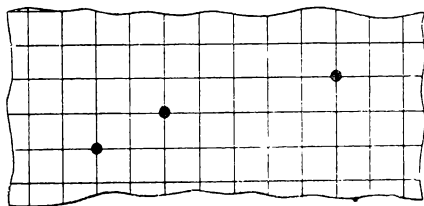


Рис. 26

4. Отметь точку. Проведи через точку четыре прямые линии. Сколько прямых линий можно провести через одну точку?

5. Отметь две точки. Проведи прямую линию так, чтобы она прошла через эти две точки.

6. На рисунке 26 отмечено три точки. Можно ли провести прямую линию так, чтобы она **прошла через эти три точки**? Проверьте с помощью линейки.

7. Отметь две точки. Проведи через эти точки прямую линию. Сколько прямых линий можно провести через две точки? Сколько прямых линий можно провести через одну точку?

На рисунке мы начертили **не всю** прямую линию.

8. Эти прямые линии не пересекаются (рис. 27). Скажи вслух: «Эти прямые линии не пересекаются».

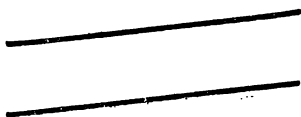


Рис. 27

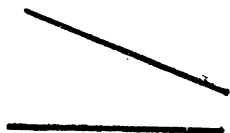


Рис. 28

9. Начерти сам две пересекающиеся прямые линии. Скажи: «Эти прямые линии пересекаются».

10. Начерти две непересекающиеся прямые линии. Скажи: «Эти прямые линии не пересекаются».

11. Рассмотрите внимательно лист своей тетради по письму. Укажите на нем две пересекающиеся прямые линии, две непересекающиеся прямые линии. Обведите по линейке карандашом эти линии.

12. Рассмотрите лист тетради по арифметике. Укажите на нем две непересекающиеся прямые линии; четыре непересекающиеся прямые линии. Обведите (по линейке) карандашом эти линии.

13. Пересекаются ли две прямые линии, изображенные на рисунке 28?

Как найти точку пересечения?

5. Вычерчивание линий и фигур с помощью линейки и циркуля (на клетчатой бумаге)

1. Начертим прямоугольник. Для этого наметим его вершины так, как показано на рисунке 29. Сделайте это у себя в тетради. Проведем с помощью линейки **стороны** прямоугольника.

2. На рисунке 30 изображены три вершины прямоугольника. Сделайте такой же чертеж у себя в тетради. Отметьте четвертую вершину. Начертите прямоугольник.

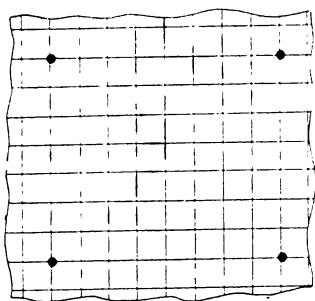


Рис. 29

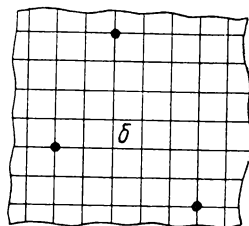
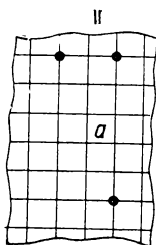


Рис. 30

3. На рисунке 31 изображены три вершины прямоугольника. Можно ли, не отмечая четвертой вершины, начертить прямоугольник? Сделайте это в тетради.

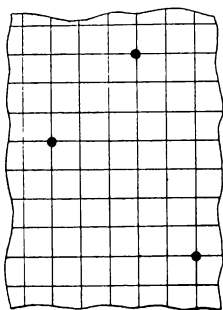


Рис. 31

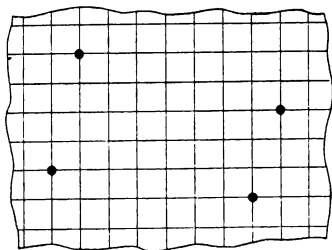


Рис. 32

4. На рисунке 32 отмечены четыре точки. Это вершины четырехугольника. Отметьте так же четыре точки в тетради и начертите стороны.

5. На рисунке 33 отмечены две точки. Это две вершины квадрата. Отметьте остальные две вершины квадрата.

6. На рисунке 34 отмечены две вершины квадрата (сделайте это в тетради).

Начертите квадрат.

7. Отметь четыре точки так, как это сделано на рисунке 35. Эти точки — вершины четырехугольника. Отметь в тетради такие же четыре точки и начерти четырехугольник.

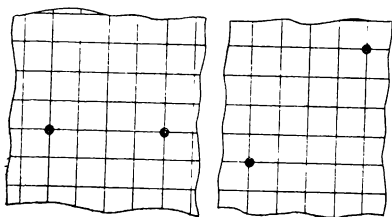


Рис. 33

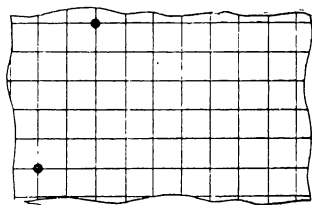


Рис. 34

8. Начерти три разных четырехугольника.

9. Начерти квадрат. Скажи: «Это квадрат».

10. Начерти прямоугольник. Скажи громко: «Это прямоугольник».

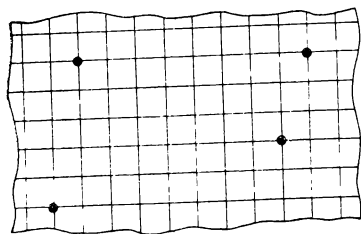


Рис. 35

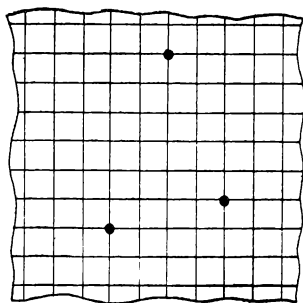


Рис. 36

11. У треугольника — три вершины. Они изображены на рисунке 36. Сделай так же у себя в тетради и начерти треугольник. Покажи каждую сторону треугольника.

12. Отметь в тетради три точки так, чтобы они могли служить вершинами треугольника.

13. Отметь в тетради три точки так, чтобы они не могли быть вершинами треугольника. Что можно сказать о таких трех точках?

14. Отметь в тетради четыре точки так, чтобы они не являлись вершинами четырехугольника.

15. Нарисуй такую же лодочку (рис. 37). Вначале наметь точки. Соедини точки по линейке.

16. Нарисуй такой же пароход (рис. 38).

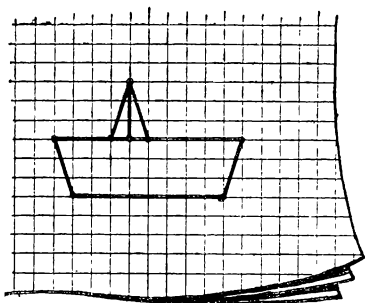


Рис. 37

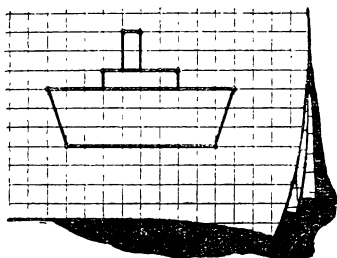


Рис. 38

17. Нарисуй домик (рис. 39).

18. Нарисуй палатку (рис. 40).

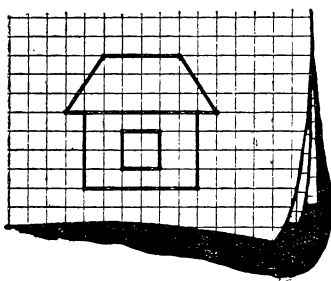


Рис. 39

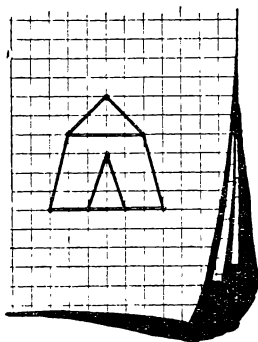


Рис. 40

19. Нарисуй конверт с маркой.

20. Это циркуль (рис. 41). С его помощью можно нарисовать круг. Если ножки циркуля развести широко, то получится большой круг.

21. Что нужно сделать с ножками циркуля, чтобы нарисовать круг поменьше?

22. Начерти два круга: большой — красный, маленький — зеленый.

23. Начерти два одинаковых круга. Один раскрась зеленым цветом, другой — красным.

24. Начерти три равных по размерам, но разных по цвету круга.

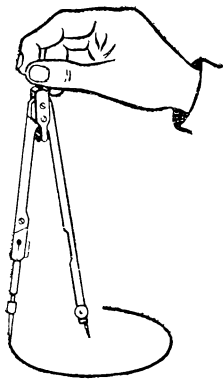


Рис. 41

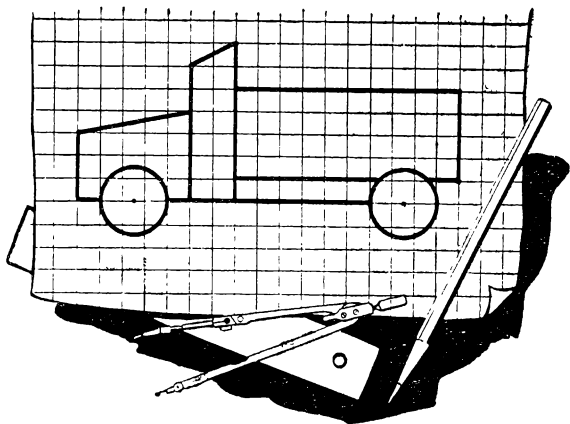


Рис. 42

25. Начерти три круга, равных по размеру.

26. Нарисуй автомобиль (рис. 42).

27. Нарисуй вагон (рис. 43).

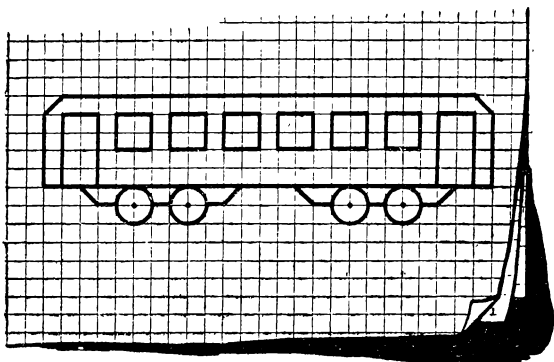


Рис. 43

6. Отрезок прямой линии

1. Отметьте на листе тетради две точки. Проведите через эти две точки прямую линию (рис. 44).

2. Часть прямой линии от одной точки до другой — отрезок прямой линии.

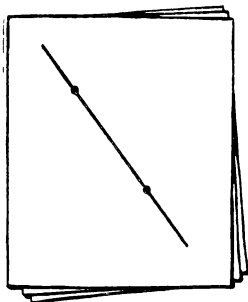


Рис. 44

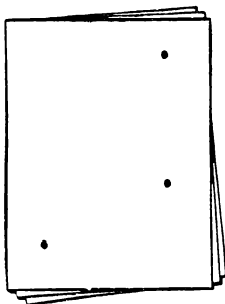


Рис. 45

3. Начертите две точки и соедините их с помощью линейки **отрезком**. Сколько таких отрезков можно провести?

4. Начертите три точки, как на рисунке 45.

1) Соедините каждые две точки отрезками.

2) Сколько отрезков вы начертили?

3) Как называется фигура, которая получилась?

5. Сделай из кусочка проволоки модель отрезка. Перегни (переломи) отрезок, как на рисунке 46. Сколько отрезков получилось?

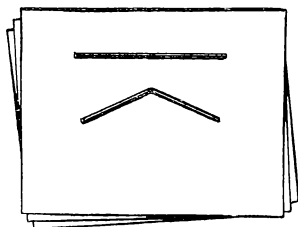


Рис. 46

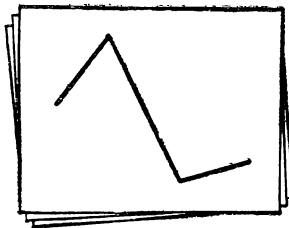


Рис. 47

6. Это ломаная линия (рис. 47). Она состоит из отрезков.

7. Начертите четыре точки 1, 2, 3 и 4 (рис. 48).

Соедините отрезками 1-ю и 2-ю точки, 2-ю и 3-ю точки, 3-ю и 4-ю точки.

а) Сколько отрезков вы начертили?

б) Как называется линия, которая получилась?

8. Сколько отрезков на рисунке 49?

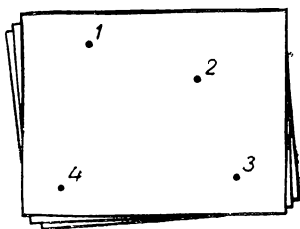


Рис. 48

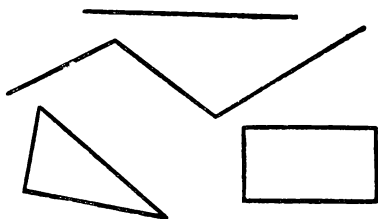


Рис. 49

9. Чтобы отличать на чертежах отрезки прямой линии от прямых линий, условимся на концах отрезков ставить точки или «штрихи» (рис. 50).

10. Указать прямые линии и отрезки, изображенные на рисунке 51.

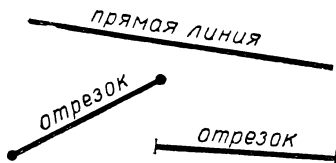


Рис. 50

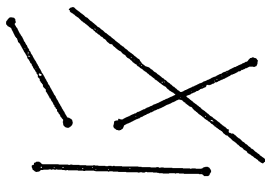


Рис. 51

11. Начертить несколько отрезков и несколько прямых линий.

12. Стороны треугольника — отрезки (рис. 52). Сколько отрезков нужно провести, чтобы нарисовать треугольник?

13. Сколько отрезков нужно провести, чтобы нарисовать (начертить) четырехугольник?

14. Сколько отрезков нужно провести, чтобы начертить лодочку (См. рис. 37.)

15. Сколько отрезков нужно провести, чтобы нарисовать палатку? (См. рис. 40.)

7. Сравнение отрезков, измерение длины отрезков

1. Первый отрезок больше второго (рис. 53). Как это узнать?

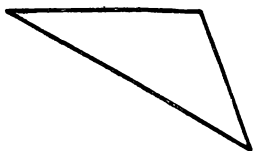


Рис. 52

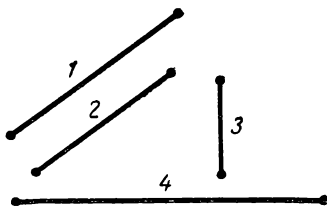


Рис. 53

2. Какой из отрезков, изображенных на рисунке 53, **на и б о л ь ш и й**, **на и м е н ь ш и й**?

3. Сравнить отрезки мы можем на глаз. Это значит внимательно посмотреть и сказать, который из отрезков больше или меньше, длиннее или короче.

Сравнить на глаз отрезки, изображенные на рисунке 54.

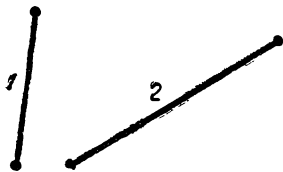


Рис. 54

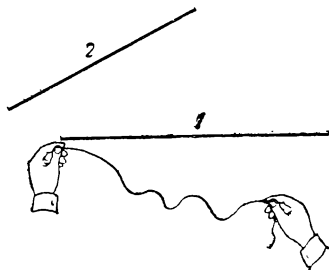


Рис. 55

4. Иногда отрезки мало отличаются друг от друга. В этом случае для сравнения мы можем **наложить один из них на другой**. При наложении мы видим, какой из отрезков длиннее (короче).

Наложение можно выполнить с помощью ниточки, полоски бумаги.

Пусть нам нужно наложить отрезок 1-й на отрезок 2-й (рис. 55). Возьмем ниточку, левой рукой приложим к на-

чалу 1-го отрезка, натянем ее и правой рукой приложим к концу отрезка так, как это показано на рисунке 56.

Не меняя положения рук, левую руку приложим к началу 2-го отрезка, а правую попробуем приложить к концу 2-го отрезка. Нужно следить, чтобы при этом нитка была натянута, а пальцы не сдвигались с места (рис. 57).

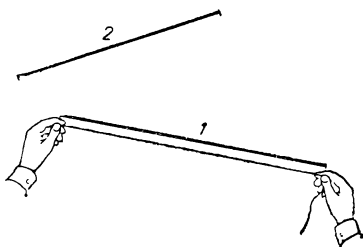


Рис. 56

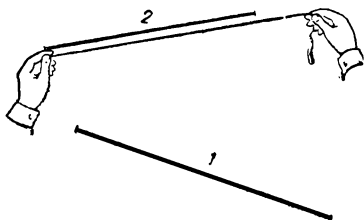


Рис. 57

Мы видим, что первый отрезок длиннее второго.

5. С помощью нитки сравните высоту стола и высоту парты. Что выше? Сравните несколько отрезков.

6. Какой из отрезков больше (рис. 58), вертикальный или горизонтальный?

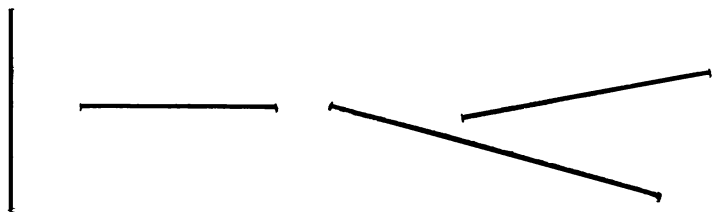


Рис. 58

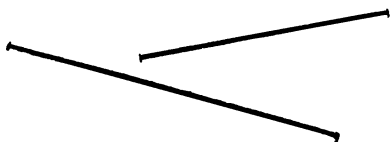


Рис. 59

7. Сравнить на глаз отрезки, изображенные на рисунке 59. Проверить результат с помощью нити.

8. Какой из отрезков (рис. 60) больше, наклонный или горизонтальный?

9. Какой из отрезков (рис. 61) меньше, вертикальный или наклонный?

10. Сравнить отрезки можно и с помощью полоски бумаги. Сравним, например, отрезки 1-й и 2-й. Приложим полоску к одному из отрезков так, как показано на рисунке

ке 62. На полоске сделаем карандашом отметки: против начала и против конца отрезка.

Приложим полоску ко 2-му отрезку, как показано на рисунке 63. Следим, чтобы отметка на полоске **совпала** с началом этого отрезка. Смотрим на вторую отметку полоски. Мы видим, что 1-й отрезок короче 2-го.

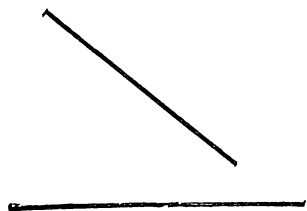


Рис. 60

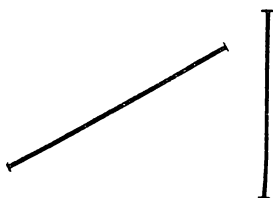


Рис. 61

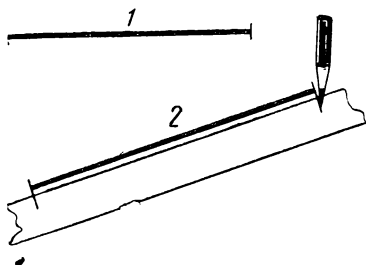


Рис. 62

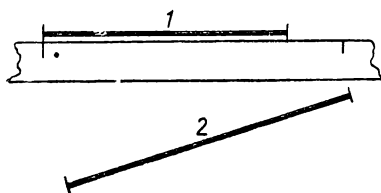


Рис. 63

11. Мы сравниваем два отрезка с помощью полоски бумаги. Отметим на полоске начало и конец 1-го отрезка и приложим полосу ко 2-му отрезку. Что у нас получилось (см. рис. 64)? Который из отрезков короче?

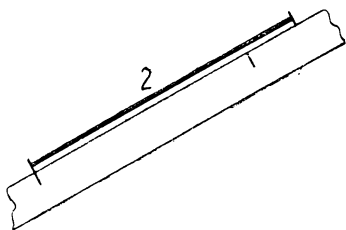


Рис. 64

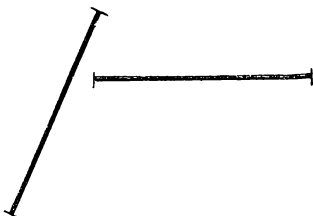


Рис. 65

12. Сравнить на глаз отрезки, изображенные на рисунке 65. Проверить результат с помощью полоски бумаги.

13. Может случиться, что при сравнении отрезков (наложением) концы одного отрезка совпадут с концами другого отрезка.

Такие отрезки **равны между собой**.

14. С помощью полоски бумаги и линейки начертить несколько равных отрезков.

15. Измерить отрезок — значит сравнить его с другим отрезком, который мы приняли за единицу измерения.

На школьной линейке имеются деления. Эти деления указывают длину отрезка.

Отрезок от 0 до 1 — 1 сантиметр (рис. 66).

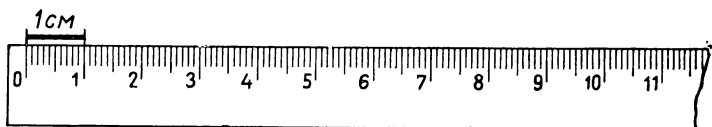


Рис. 66

Отрезок от 0 до 2 — 2 сантиметра (рис. 67).

1 сантиметр — единица измерения длины.

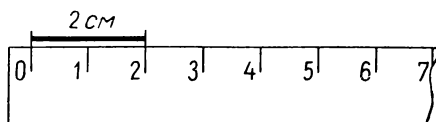


Рис. 67

16. Сколько сантиметров составляет длина отрезка, изображенного на рисунке 68?

17. Начало отрезка совпадает с отметкой «0», конец — с отметкой «5». Чему равна длина отрезка?

18. Измерить каждый отрезок, изображенный на рисунке 69.

19. Измерьте отрезки на рисунке 70.

20. Назовите длину самого большого отрезка, самого короткого отрезка (рис. 71).

21. Начертить отрезок длиной в 3 см, 5 см, 9 см.

22. Отметьте точку (рис. 72), на расстоянии шести клеток от нее отметьте еще одну точку.

Найти расстояние между точками.

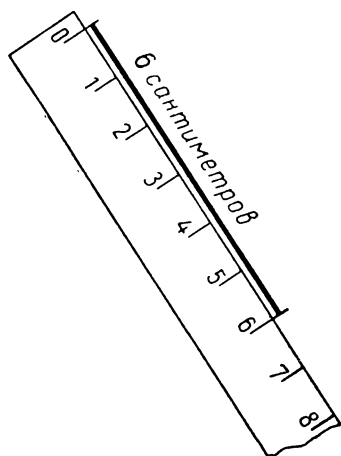


Рис. 68

23. Отметить точку. На расстоянии 8 клеток от нее влево по горизонтали отметить вторую точку. Измерить расстояние между точками.

24. Отметить точку. На расстоянии 3 см от нее

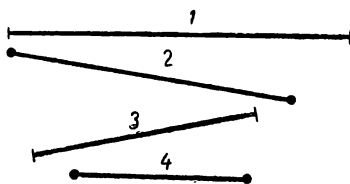


Рис. 69

вниз по вертикали отметить вторую точку.

25. Отметить точку и на расстоянии 5 см от нее (вверх) отметить еще одну точку.

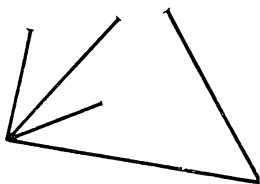


Рис. 70

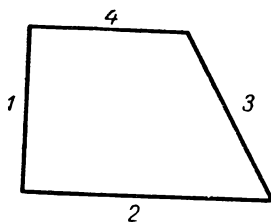


Рис. 71

26. Отметить точку. Отметить вторую точку на расстоянии 4 см от первой (в любом направлении).

27. Измерить каждую сторону четырехугольника (рис. 73).

28. Измерить каждую сторону треугольника (рис. 74).

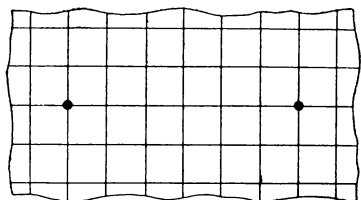


Рис. 72

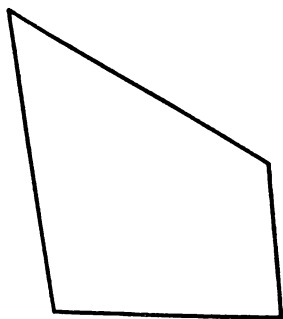


Рис. 73



Рис. 74

29. Отметить в тетради три точки, как на рисунке 75. Соединить эти точки (попарно) отрезками.

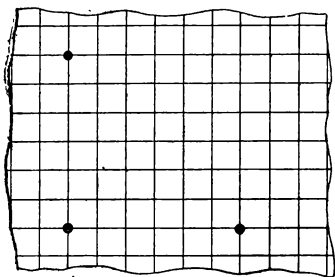


Рис. 75

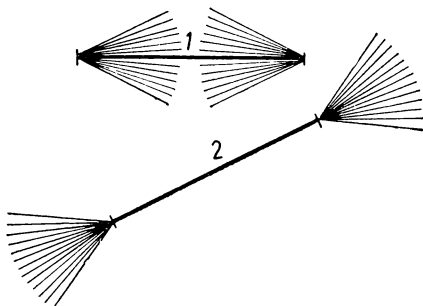


Рис. 76

Измерить каждую сторону треугольника.

30. Лист тетради имеет форму ... (назвать пропущенное слово). Измерить длину сторон листа тетради.

31. Определить на глаз длину каждого из отрезков (рис. 76). Проверить с помощью линейки.

32. Определить на глаз, какой из двух отрезков больше и на сколько сантиметров (рис. 77). Проверить с помощью линейки.

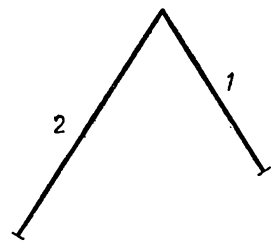


Рис. 77

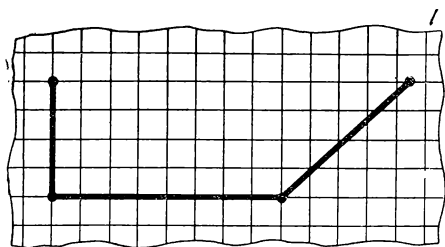


Рис. 78

33. Определить на глаз длину твоей ручки (карандаша, пенала). Проверить с помощью линейки.

34. Определить на глаз длину сторон ломаной линии (рис. 78).

35. Начертить отрезок длиной 5 см. На расстоянии 2 см от конца отрезка на нем отметить еще одну точку. Эта точка разделила отрезок на две части — на два отрезка. Длина первого отрезка 2 см. Можно ли, не измеряя, найти длину второго отрезка (рис. 79)?

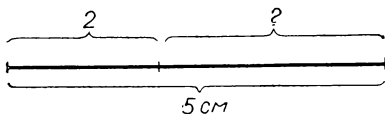


Рис. 79

36. Точка, взятая на отрезке, делит этот отрезок на две части. Точка будет серединой отрезка, если обе части **одинаковы**.

Проверьте измерением, будет ли эта точка серединой отрезка (рис. 80).

37. Говорят, что середина отрезка делит этот отрезок пополам. Разделить пополам — значит разде-

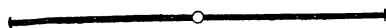


Рис. 80

лить на две равные части.

а) Найти середину отрезка (рис. 81, а).

б) Разделить этот отрезок пополам (рис. 81, б).

38. Вырежьте из бумаги полоску длиной 8 см. Перегните полоску пополам, как показано на рисунке 82.

Полоска разделилась на две равные части. Проверьте измерением.

39. Как разделить полоску (перегибанием) на четыре равные части? Прodelайте это. Проверьте измерением.

40. Начерти отрезок 10 см. На глаз отметь его середину. Проверь измерением.

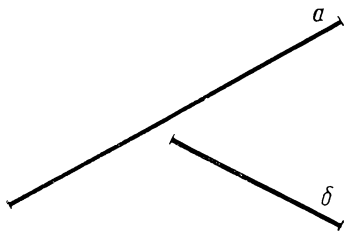


Рис. 81

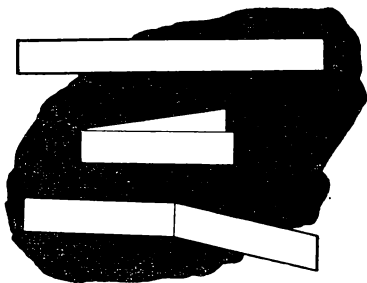


Рис. 82

41. Сердину отрезка можно найти с помощью кусочка нитки или бечевки. Как это сделать?

8. Изучение формы предметов, взаимное расположение предметов

1. Для игры в «круговую лапту» дети становятся так, чтобы образовался круг (рис. 83). Водящие становятся внутри круга.

Начертите круг и отметьте внутри круга три точки.

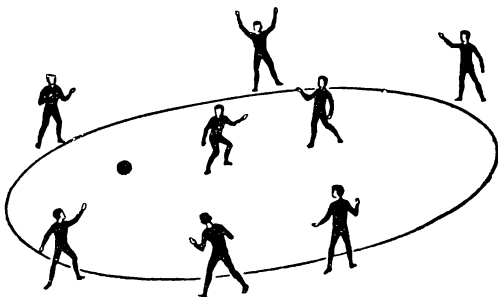


Рис. 83

2. Для игры в «пионерскую лапту» выбирается площадка прямоугольной формы. Дети разбиваются на две команды (поровну). Одна команда становится **внутри прямоугольника**, а другая — по двум противоположным сторонам прямоугольника (рис. 84).

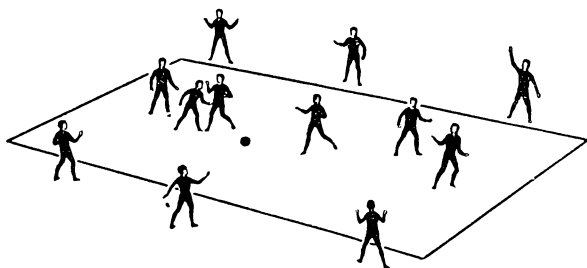


Рис. 84

Начертите у себя прямоугольник. Отметьте **внутри** прямоугольника две точки. Укажите **противоположные стороны** прямоугольника.

3. Что расположено на **противоположной** стороне улицы против твоего дома?

4. Мы стоим на одном берегу реки (рис. 85), Расскажи, что расположено на **противоположном** берегу.



Рис. 85

5. Подойди к одной из стен класса. Стань спиной к этой стене. Расскажи, что расположено на **противоположной** стене класса.

6. Волейбольная площадка (рис. 86) имеет форму
 Она разделена сеткой
 Игроки (перед игрой) стоят на ... сторонах площадки.
 Прочитайте вслух. Назовите пропущенные слова.

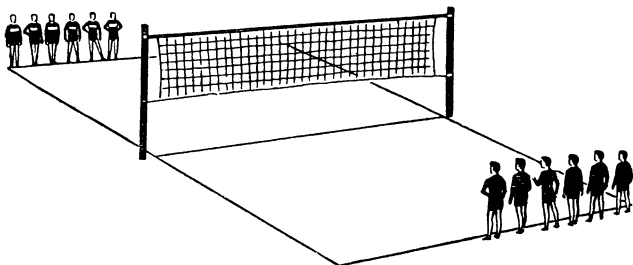


Рис. 86

7. На уроках рисования вы рисовали такой узор (рис. 87). Назови фигуры, из которых составлен этот узор.

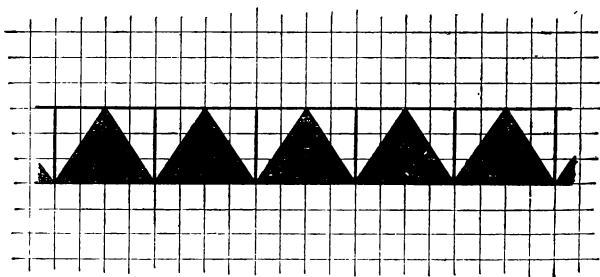


Рис. 87

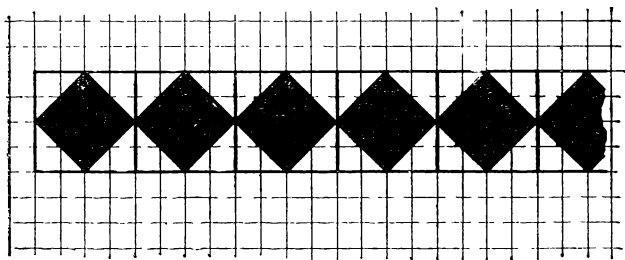


Рис. 88

8. Из каких фигур составлен этот узор (рис. 88)? Измерь ширину полосы, на которой изображен узор.

9. Из каких фигур составлен этот узор (рис. 89)?

10. Начертите узор из кружков квадратов.

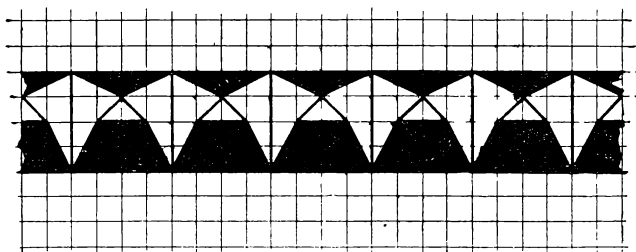


Рис. 89

11. Из каких фигур составлен рисунок палатки (см. рис. 40), парохода (см. рис. 38)?

12. Здесь изображены геометрические тела. Они имеют разную форму.

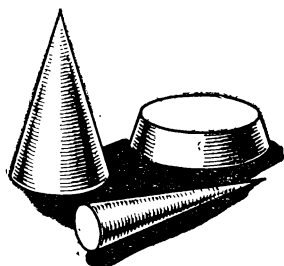


Рис. 90

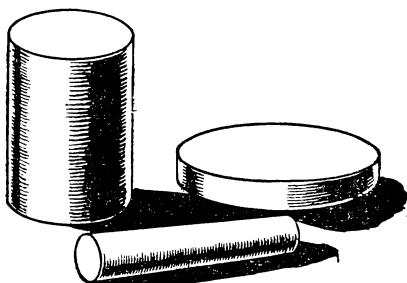


Рис. 91

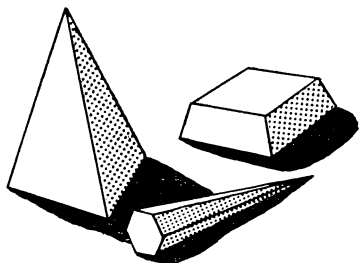


Рис. 92



Рис. 93

Это конусы (рис. 90). Это цилиндры (рис. 91). Это пирамиды (рис. 92). Это шары (рис. 93). Это призмы (рис. 94).

13. Рассмотрим рисунок 95 и назовем форму каждого предмета.

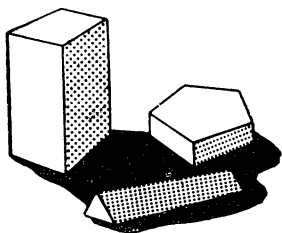


Рис. 94



Рис. 95

14. Рассмотрим рисунок 96. Ответь на вопросы. Есть ли на рисунке призмы? конусы? цилиндры?

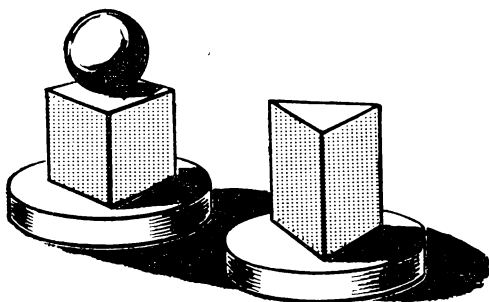


Рис. 96

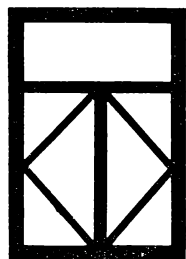


Рис. 97

15. Укажите (сосчитайте), сколько и каких многоугольников на рисунке рамы (рис. 97).

16. Из каких фигур состоит рисунок домика (рис. 98)? Назовите эти фигуры.

17. Мяч имеет форму шара. Назовите еще предметы, имеющие форму шара.

18. Чемодан (рис. 99) имеет форму призмы.

Назовите еще предметы, имеющие форму призмы.

19. Пионерский барабан (рис. 100) имеет форму цилиндра. Назови еще предметы, имеющие форму цилиндра.



Рис. 98

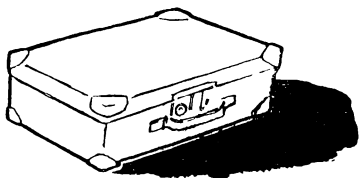


Рис. 99

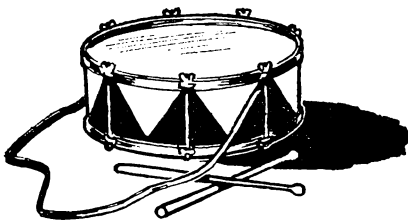


Рис. 100

9. Примерный словарь (запас слов и выражений), которым должны овладеть учащиеся I класса при изучении геометрии

1. Большой — маленький; длинный — короткий; разные — одинаковые; равные — неравные и т. п.

Шире — уже; выше — ниже; правее — левее; ближе — дальше; спереди — сзади; внутри — вне (снаружи), над — под.

Больше — меньше; длиннее — короче.

Между; по разные стороны от...; по одну и ту же сторону от... .

Длина; одинаковой длины; разной длины; равны между собой.

2. Треугольник, четырехугольник, пятиугольник, шестиугольник. Круг. Квадрат; прямоугольник. Сторона. Вершина. Число сторон. Число вершин. Стороны одинаковой длины. Стороны разной длины.

3. Точка. Прямая линия. Провести прямую линию. Провести через точку прямую линию. Провести прямую линию через две точки. Начерти прямую линию.

Через одну точку провести сколько угодно прямых линий. Эти прямые линии пересекаются. Две прямые линии пересекаются в одной точке. Прямые линии не пересекаются.

Через две точки можно провести только одну прямую линию.

4. Начертить прямоугольник, квадрат, треугольник. Начертить стороны треугольника (квадрата и т. д.). Начертить вершины треугольника (квадрата и т. д.).

5. Линейка. Начерти по линейке, проводи по линейке. Циркуль. Ножки циркуля. Разведи ножки циркуля. Сдвинь ножки циркуля.

6. Круг. Начертить круг. Заштриховать (закрасить) круг. Круг большой; круг маленький. Одинаковые круги; круги разной величины. Равные круги; различные круги.

7. Часть прямой линии. Отрезок прямой линии. Отрезок. Начало отрезка. Конец отрезка. Концы отрезка. Начерти отрезок. Соедини две точки отрезком.

8. Ломаная линия. Стороны ломаной линии. Вершины ломаной линии. Ломаная линия состоит из отрезков.

Стороны фигуры (треугольника) — отрезки.

9. Сравни отрезки. Сравни отрезки на глаз. Наложить отрезки друг на друга. Отрезок... больше; отрезок ... меньше; отрезок ... длиннее (короче). Концы отрезков совпадают. Отрезки равны между собой. Отрезки не равны.

Измерить отрезок. Найти расстояние между двумя точками. Длина отрезка ... сантиметров. Начертить отрезок длиной... сантиметров. Построить отрезок длиной ... сантиметров.

Измерить стороны (фигуры). Определить на глаз длину отрезка (стороны). Проверить измерением. Взять точку на отрезке. Отрезок разделить на части. Отрезок разделить пополам. Отрезок разделить на две равные части. Середина отрезка.

10. Предмет (назвать) имеет форму треугольника (четырехугольника ... и т. д.).

Шар. Предмет (назвать) имеет форму шара.

Конус. Предмет (назвать) имеет форму конуса.

Цилиндр. Предмет (назвать) имеет форму цилиндра.

Призма. Предмет (назвать) имеет форму призмы.

Пирамида. Предмет (назвать) имеет форму пирамиды.

11. Точка внутри (круга, квадрата, прямоугольника). Противоположные стороны (квадрата, прямоугольника).

Примечание. Расширение и закрепление геометрического словаря учащихся следует проводить не только (в I классе не столько) на уроках арифметики. Эта работа должна выполняться при всяком удобном случае на любых уроках. Особенно большие возможности в этом отношении открываются на уроках рисования, ручного труда.

10. Примерный перечень практических навыков и умений, которые приобретают учащиеся I класса

1. Моделирование из палочек и пластилина (палочки — стороны фигуры; кусочки пластилина — вершины треугольника, четырехугольника, пятиугольника, шестиугольника, квадрата, прямоугольника).

2. Моделирование из бумаги. Умение вырезать из бумаги или картона полоски разной длины и ширины. Умение выполнять ножницами прямолинейные разрезы листа бумаги по разному направлению (линии клетчатой бумаги).

Умение вырезать из бумаги (клетчатой) квадраты и прямоугольники. Умение вырезать треугольники.

3. Навыки вычерчивания и рисования. Проведение прямых линий по линейке и от руки в любом направлении: горизонтально, вертикально, наклонно (произвольно) по отношению к линиям обреза листа бумаги или к краям классной доски.

Проведение прямой линии через заданную точку (в любом направлении).

Проведение двух пересекающихся прямых.

Проведение двух прямых через одну точку. Проведение через одну точку нескольких прямых линий.

Умение соединить по линейке (и от руки) две точки отрезком прямой линии.

Умение соединить отрезком прямой линии три данные точки (попарно).

Умение соединить отрезками (в заданном порядке) четыре точки.

Вычерчивание (на клетчатой бумаге) прямоугольников, квадратов, треугольников, ломаных линий.

Вычерчивание с помощью циркуля кругов (с обязательным закрашиванием или штриховкой) разной величины, одинаковой величины. Измерение отрезков.

4. Умение сравнивать отрезки: на глаз, с помощью нитки; с помощью бумажной полоски.

Умение измерять отрезки (длина выражается целым числом сантиметров).

Умение измерять стороны фигур (расстояния между двумя точками).

Умение построить (показать) середину отрезка (по линейке; с помощью нитки или полоски бумаги). Умение разделить (перегибанием) полоску бумаги на две, четыре равные части.

Умение вычерчивать отрезки заданной длины (произвольного направления), длина выражена целым числом сантиметров.

5. Умение определить форму предметов или их частей: назвать (на окружающих предметах) треугольники, четырехугольники, отрезки и т. д.

Умение назвать предметы, имеющие форму шара, конуса, цилиндра, призмы, пирамиды.

Примечание. Работа по формированию перечисленных умений и навыков проводится не только на уроках арифметики, но и на уроках рисования и особенно ручного труда.

11. Список учебно-наглядных пособий, используемых в связи с изучением геометрического материала в I классе

А. Индивидуальные

1. Линейка (25 см).

2. Чертежный треугольник.

3. Циркуль.

4. 3—4 листочка цветной бумаги. Полоски бумаги. Нитки.

5. Палочки диаметром 4—5 мм (длиной 8 см — 4 палочки, 6 см — 4 палочки, 10 см — 4 палочки). Палочки можно заменить кусочками проволоки (диаметром 2—3 мм).

Концы проволоки должны быть закруглены.

6. Пластин.

Б. Классные пособия общего пользования

1. Классная линейка, чертежный треугольник, циркуль.

2. Цветные мелки.

3. Набор цветных моделей многоугольников разного вида (треугольники, четырехугольники, пятиугольники, в том числе и правильные).

4. Набор моделей геометрических тел. Среди них шары различного диаметра (от 2 до 15 см); цилиндры различного диаметра и высоты; конусы разной высоты (среди них и усеченные); пирамиды; призмы правильные (треугольная, четырехугольная, пятиугольная). Куб. Прямоугольный параллелепипед.

5. Набор палочек (или проволочек — спиц) для моделирования (длина палочек в два раза больше, чем индивидуальных палочек).

6. Пластилин.

7. Плакат «Геометрические фигуры». (См. цветн. табл. I).

8. Плакат «Геометрические тела». (См. цветн. табл. II).

9. Арифметическая доска. Размер 1×1 м. Разлинованная так, чтобы на ней имелись квадратные клетки 5×5 см.

ГЛАВА III

СИСТЕМА ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ВО II КЛАССЕ

1. Обозначение точек, отрезков, прямых

1. Каждой точке на чертеже можно дать «имя». Для этого около точки ставят заглавную букву A , B , V и т. д. Обозначить точку — значит назвать ее какой-нибудь **буквой**.

2. Отметь точку. Обозначь эту точку буквой A . Отметь еще одну точку и обозначь ее другой буквой, например буквой B . Соедини эти точки (по линейке). Ты получишь отрезок AB . Точки A и B — концы отрезка. Отметь на этом отрезке еще 3 точки. Можно ли на этом отрезке отметить еще 7 точек? Еще 100 точек?

3. Прочитай название (обозначение) точек, изображенных на рисунке 101.

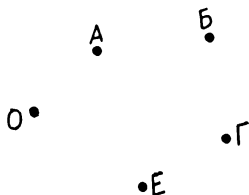


Рис. 101

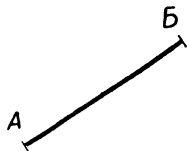


Рис. 102

4. Буквами называют концы отрезка. На рисунке 102 изображен отрезок AB .

5. Прочитай названия отрезков, изображенных на рисунке 103.

6. Начерти отрезок $ВД$ длиной в 6 см. Расположи отрезок вертикально. Отметь на нем точку $О$ так, чтобы отрезок $ВО$ был больше отрезка $ОД$.

7. Начерти отрезок $АД$. Расположи отрезок горизонтально. Отметь на нем еще две точки $М$ и $К$.

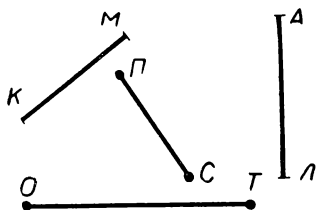


Рис. 103

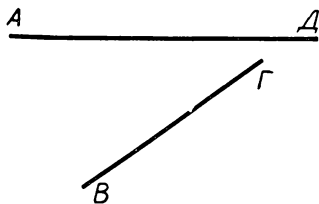


Рис. 104

8. Проведи (наклонно) прямую линию. Отметь на прямой линии точку $А$. На расстоянии 5 см от точки $А$ отметь на этой прямой точку $В$. Сколькими способами это можно сделать? Чему равна длина отрезка $АВ$?

9. Проведи прямую линию. Отметь на ней точку $О$. На расстоянии 2 см от точки $О$ (в одну сторону) поставь точку $А$, а на расстоянии 3 см (в другую сторону) поставь точку $В$. Измерь отрезок $АВ$. Можно ли узнать длину отрезка $АВ$, не выполняя измерений?

10. Прямую линию обозначают (как и отрезок) двумя заглавными буквами.

На рисунке 104 изображена прямая линия $АД$ (горизонтально) и $ВГ$ (наклонно).

11. Прямые линии $АВ$ и $ВГ$ не пересекаются (рис. 105).

12. Прочитай название вертикальных прямых линий, изображенных на рисунке 106.

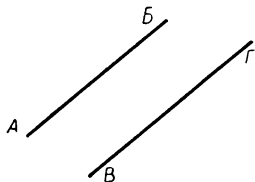


Рис. 105

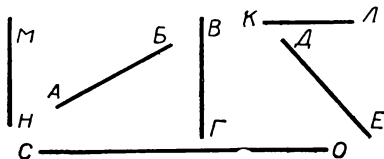


Рис. 106

13. Начерти две пересекающиеся прямые линии и поставь буквы так, чтобы можно было прочитать: «Прямые линии MN и KP пересекаются в точке O ».

14. Прочитай названия прямых линий и отрезков, изображенных на рисунке 107. Каждый раз говори: «отрезок ...», «прямая ...» (называй пропущенные буквы).

15. Отметь точку, назови ее буквой O . Проведи через эту точку три прямые линии. Обозначь эти прямые линии буквами.

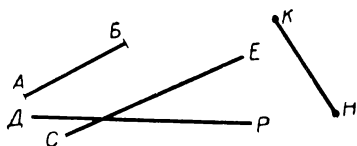


Рис. 107

Даны две точки A и M . Проведи через эти точки прямую линию.

Примечание. «Даны точки A и M » — это значит отмечены (начерчены) две точки и обозначены буквами A и M . Точки можно отметить в любом удобном месте листа тетради.

В этом случае новых букв для обозначения прямой можно не ставить. Наша прямая так и будет называться прямая AM .

16. Начертить две непересекающиеся прямые линии CD и KP .

2. Многоугольники

(Обозначение. Вычерчивание. Определение формы.)

1. Как называются фигуры, изображенные на рисунке 108? Как называется каждая фигура?

2. Рассмотрй внимательно таблицу I (см. цветн. табл. I).

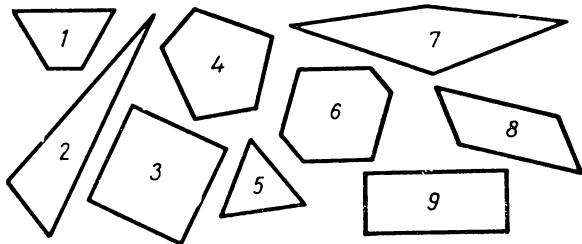


Рис. 108

3. Начертите в тетрадах четыре точки, как на рисунке 109. Обозначьте их по порядку буквами *А*, *Б*, *В*, *Г*.

Соедините (последовательно) точки *А*, *Б*, *В*, *Г* отрезками. Получили четырехугольник *АБВГ*.

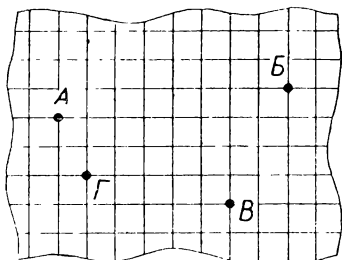


Рис. 109

Говорят: «Точки *А*, *Б*, *В*, *Г* — вершины четырехугольника».

«Отрезки *АБ*, *БВ*, *ВГ*, *ГА* — стороны четырехугольника».

В о п р о с ы. 1. Сколько вершин у четырехугольника?

2. Сколько сторон у четырехугольника?

3. Сколько углов у четырехугольника?

4. Начертите в тетрадах треугольник. Обозначьте его вершины буквами. Прочитайте стороны треугольника.

5. В середине листа тетради сложите из спичек пятиугольник. Отметьте карандашом места (точки) вершин пятиугольника. Уберите спички. Обозначьте вершины (по порядку) буквами *А*, *Б*, *В*, *Г*, *Д*. Соедините последовательно (по порядку) эти точки отрезками. Запишите названия сторон.

6. Сделайте треугольник из трех палочек разной длины. Скрепите палочки кусочками пластилина.

7. Возьмите четыре палочки разной длины и четыре кусочка пластилина. Сделайте четырехугольник.

8. На рисунке 110 изображен прямоугольник. Одна его

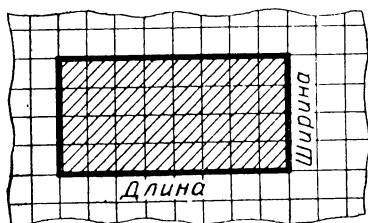


Рис. 110

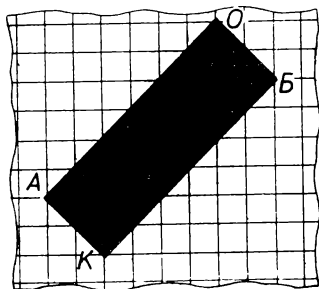


Рис. 111

сторона занимает 8 клеток, а другая (боковая) сторона — 4 клетки.

Первую сторону называют **длиной**, а вторую — **шириной** прямоугольника.

9. На рисунке 111 изображен прямоугольник *АОБК*. Назовите его длину и ширину. Запишите (назовите) пропущенные буквы. «Сторона ... — длина прямоугольника». «Сторона ... — ширина прямоугольника».

10. Начертите прямоугольник длиной в 10 клеточек, шириной в 8 клеточек. Измерьте длину и ширину прямоугольника в сантиметрах.

11. Пользуясь линиями клетчатой бумаги, начертить прямоугольник длиной 5 см, шириной 3 см.

3. Моделирование прямых линий перегибанием листа бумаги

1. Возьми листочек бумаги. Отметь на нем точку и в этом месте проколи листок булавкой. Перегни листок так, чтобы линия сгиба проходила через точку. Расправь листок. Мы получили прямую линию, которая проходит через эту точку.

2. Этот же листок бумаги перегни еще раз так, чтобы другая линия сгиба проходила через отмеченную точку. Расправь листок. Мы получили две прямые линии. Эти прямые линии пересекаются в одной точке.

3. Путем перегибания вашего листочка бумаги получите четыре прямые линии, пересекающиеся в одной точке.

Сколько прямых линий можно провести через одну точку?

4. Мы знаем, что прямую линию можно начертить с помощью линейки или получить путем перегибания листочка бумаги.

Возьмите листок бумаги. Отметьте булавкой (наколите) на нем две точки. Перегните листок. Линия сгиба должна проходить через эти две точки. Разверните листок.

Мы получили прямую линию, проходящую через две точки.

5. Через одну точку можно провести много (сколько хочешь) прямых линий.

Отметьте точку. Проведите по линейке через эту точку пять прямых линий.

Через две точки можно провести только одну прямую линию. Проверьте это с помощью линейки; с помощью перегибания листа бумаги.

6. Отметьте на прямоугольном листе бумаги три точки, как это показано на рисунке 112.

Перегибайте лист бумаги так, чтобы каждый раз линия сгиба проходила через две какие-нибудь точки.

а) Сколько прямых линий вы получили?

б) На сколько частей эти прямые линии разделяют лист бумаги? Пронумеровать эти части.

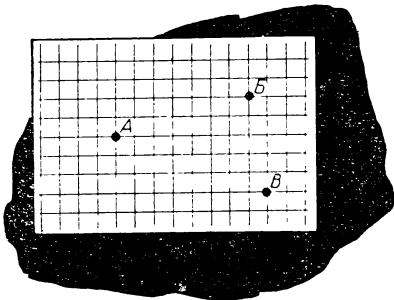


Рис. 112

в) Назовите форму каждой из частей листа бумаги.

7. Начертите круг. Вырежьте его.

Наметьте внутри круга три точки (кроме центра). Перегните круг так, чтобы линия перегиба каждый раз проходила через две точки.

а) Сколько прямых линий мы получим?

б) На сколько частей эти линии разделили круг?

8. Вырежьте из бумаги треугольник. Отметьте внутри треугольника три точки.

Выполните перегибание так, как в предыдущих двух задачах.

а) Сколько прямых линий вы получили?

б) На сколько частей эти линии разделили треугольник?

Пронумеруйте эти части.

в) Назовите форму каждой из частей треугольника.

4. Сравнение отрезков с помощью циркуля. Измерение отрезков

Для сравнения отрезков и их измерения можно использовать циркуль.

1. С помощью циркуля узнаем, какой из отрезков больше — AB или $МК$?

Поставим одну ножку циркуля в точку A , раздвинем циркуль так, чтобы вторая ножка попала в точку B (рис. 113).

Не изменяя положения ножек, приложим одну из них к началу второго отрезка — к точке M и посмотрим, куда поместилась вторая ножка.

На рисунке 114 видно, что отрезок AB меньше отрезка $МК$.

2. Сравнить с помощью циркуля отрезки — стороны ломаной линии $ABД$ (рис. 115).

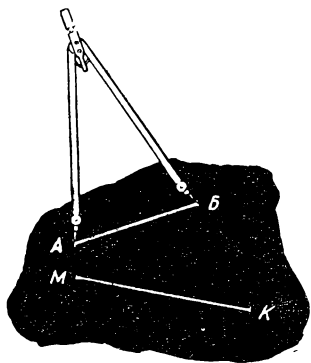


Рис. 113

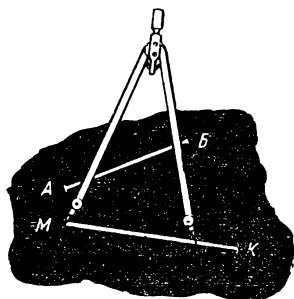


Рис. 114

Назовите меньшую и большую из сторон.

3. Для измерения отрезков можно использовать циркуль. Пусть нам нужно измерить длину прямоугольника. Прикладываем циркуль так, как это изображено на рисунке 116.

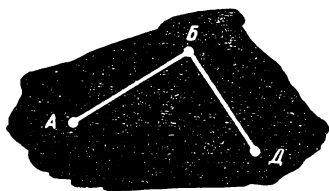


Рис. 115

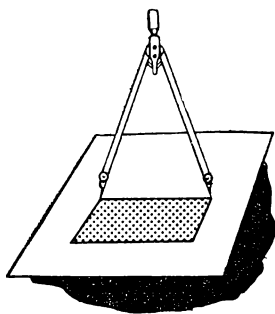


Рис. 116

Не меняя расстояния между ножками циркуля, прикладываем их к линейке, как это изображено на рисунке 117. Мы видим, что длина прямоугольника равна 6 см.

4. При измерении с помощью циркуля ширины прямоугольника у нас получилось так (рис. 118):

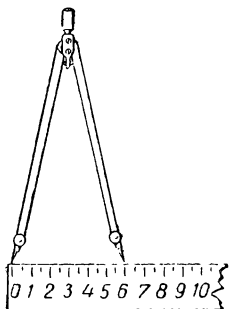


Рис. 117

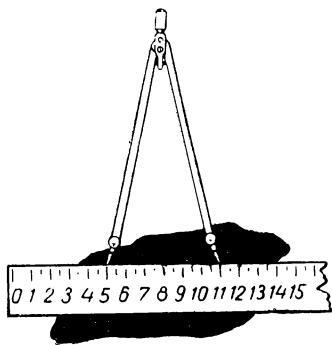


Рис. 118

Чему равна ширина прямоугольника?

5. С помощью циркуля и линейки выполните измерения длины сторон этих фигур (рис. 119).

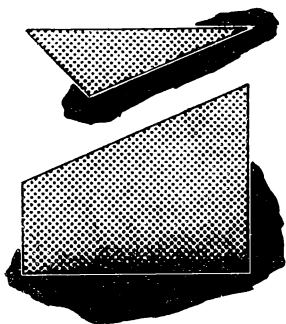


Рис. 119

6. Отрезки (см. рис. 115) измерьте с помощью циркуля и линейки.

7. С помощью циркуля и линейки можно измерить расстояние между точками. Для этого одну ножку циркуля следует поставить в первую точку и раздвигать (или сдвигать) ножки до тех пор, пока другая ножка не станет во вторую точку. Не меняя положения ножек, поднести их к линейке. Одну ножку поставить на нулевое деление. Вторая ножка циркуля покажет расстояние между точками.

8. В левой части листа бумаги поставить точку *А*. Отсчитать от нее вправо 6 клеток и отметить точку *Б*. От точки *Б* вниз отсчитать еще 8 клеток и поставить точку *В*. С помощью циркуля и линейки измерить расстояние от точки *А* до точки *Б*, расстояние от точки *Б* до точки *В* и расстояние от точки *А* до точки *В*.

9. Возьмите циркуль. Одну ножку поставьте на нулевое (начальное) деление линейки, а другую — на деление с отметкой 12 см.

Отметьте на листе тетради точку (А). Поставьте одну ножку циркуля в эту точку. Другая ножка циркуля покажет вторую точку (В). Соедините точки А и В отрезком. Какова длина отрезка АВ?

10. С помощью циркуля и линейки постройте (начертите) отрезок длиной 8 см, длиной 5 см.

11. Дан отрезок $AB=5$ см. (Начертите такой отрезок.) С помощью циркуля начертите 3 отрезка длиной по 5 см.

12. Поставьте точку. Отсчитайте от этой точки вправо (или влево) 12 клеточек и поставьте еще одну точку. Соедините эти точки отрезком. Измерьте длину отрезка.

13. Отметьте точку. Отсчитайте от нее вниз (или вверх) 8 клеток и отметьте вторую точку. Измерьте расстояние между этими точками. Соедините эти точки отрезками.

14. Поставьте точку. Отсчитайте от нее вправо 4 клетки и поставьте вторую точку. От второй точки отсчитайте вниз 6 клеточек и поставьте третью точку. Найдите расстояния между 1-й и 2-й точками, между 2-й и 3-й точками и между 1-й и 3-й точками. Соедините точки отрезками. Какой из отрезков самый большой?

5. Деление отрезка на равные части. Середина отрезка

1. Начертите отрезок АВ длиной 6 см. Поставьте на отрезке точку О так, чтобы отрезки АО и ОВ были равны между собой.

Точка, которая делит отрезок на два равных отрезка, называется серединой отрезка.

2. Является ли точка О серединой отрезка АВ, изображенного на рисунке 120? Проверить с помощью циркуля.

3. Построить отрезок длиной 8 см. Найти середину отрезка (отметить точку).

4. Нам нужно разделить отрезок на три части. Сколько точек нужно для этого отметить на отрезке?

5. При делении отрезка на части мы отметили на нем 4 точки. На сколько частей разделили мы отрезок?

6. С помощью циркуля и линейки постройте отрезок длиной 12 см. Разделите этот отрезок на части, по 3 см в каждой. На сколько равных частей разделится отрезок?

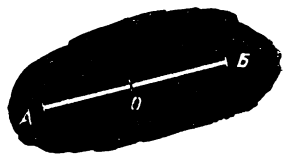


Рис. 120

7. Дан отрезок длиной 16 см. Разделите его с помощью циркуля и линейки на части, по 4 см в каждой. Сколько таких частей получится?

8. Начертите отрезок длиной 9 см. Разделите его с помощью циркуля и линейки на 3 равные части. Сколько сантиметров получится в каждой части?

9. Начертите прямую линию. На ней отметьте точку A . С помощью циркуля на прямой отметьте точку B на расстоянии 2 см от A , дальше — точку B на расстоянии 2 см от точки B , затем — точку Γ на расстоянии 2 см от точки B и т. д.

Откладывайте отрезки до тех пор, пока для обозначения не будет использована буква E .

В о п р о с ы. 1) Чему будет равна длина отрезка $A\Gamma$? длина отрезка BE ? длина отрезка AE ?

2) На сколько равных частей разделен отрезок AE ?

10. С помощью циркуля проверить, правильно ли отрезок MK разделен на 3 равные части (рис. 121).

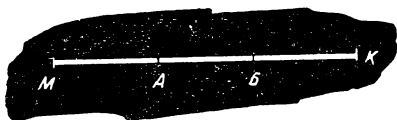


Рис. 121

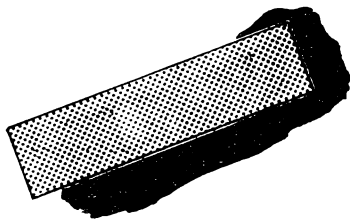


Рис. 122

11. С помощью циркуля увеличить в два раза отрезок AB (см. рис. 120).

П р и м е ч а н и е. «Увеличить отрезок в два раза» — это значит начертить отрезок в два раза больший. Что значит «уменьшить отрезок в два раза»?

12. С помощью циркуля узнать, во сколько раз длина прямоугольника больше его ширины (рис. 122).

6. Луч

1. Мы часто говорим: «луч солнца», «луч света». На рисунке 123 изображен «луч» света от карманного фонарика и «луч» прожектора. Луч имеет начало.

2. Если на прямой линии AB взять точку O , то эта точка разделит прямую на два луча — луч OA и луч OB .



Рис. 123

Точка O — начало луча (рис. 124).

3. Из одной точки могут выходить (исходить) много лучей. Начертите точку O и три луча, исходящие из точки O .

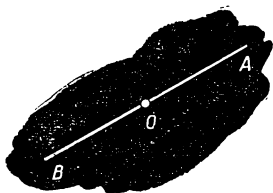


Рис. 124

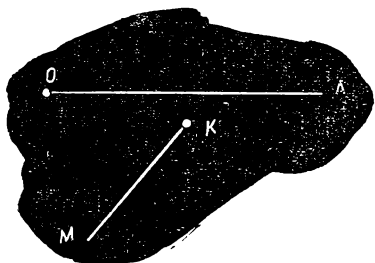


Рис. 125

4. Для того чтобы луч отличить на чертеже от прямой линии и от отрезка, условимся изображать его так, как на рисунке 125. Начало луча отмечается точкой (рис. 125) и обозначается буквой.

На рисунке изображены лучи OA , KM .

Примечание. При записи луча буквами на первом месте ставится обозначение начала луча.

5. Начертить лучи AO , BK , MP .

6. Даны точка O — начало луча и точки M и K (рис. 126).

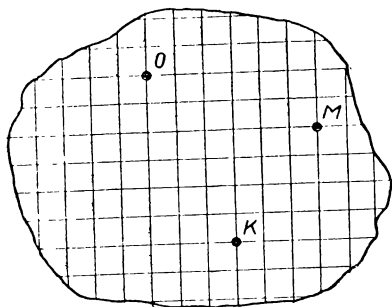


Рис. 126

Сколько лучей можно провести через точку O , чтобы они прошли через точку M ? Начертите у себя в тетради точки O , M , K и проведите лучи OM и OK .

7. Прямые пересекаются в точке O . Сколько лучей получится при этом? Назовите начало каждого луча.

8. Три прямые пересекались в одной точке (A).

Сколько лучей получилось

при этом? Точка A будет началом каждого из лучей.

7. Взаимное положение точки и прямой линии

1. Рассмотрите рисунок 127. Мальчик стоит на дороге. Девочка стоит не на дороге.



Рис. 127

2. Проведите прямую линию. Поставьте на прямой точку O . Говорят: «Точка O лежит на прямой».

3. Рассмотрите рисунок 128. Говорят: «Точка A не лежит на прямой BD ».

4. Проведите прямую линию. Отметьте одну точку (A) на прямой линии и одну точку (K) вне прямой.

5. Дана прямая линия $МК$. Начертите прямую линию и обозначьте ее буквами M и K .

Возьмите на прямой (отметьте) две точки A и B . Сколько еще точек можно отметить на прямой?

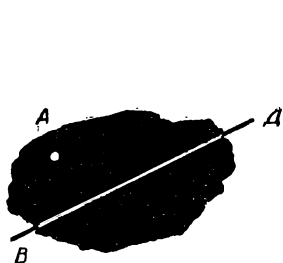


Рис. 128

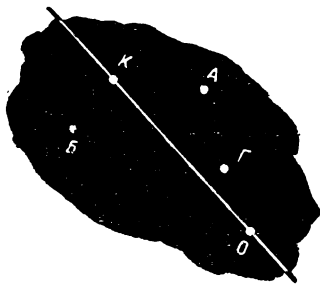


Рис. 129

6. На прямой линии поставьте точки O и P на расстоянии 3 см друг от друга.

7. На прямой линии отметьте точки A и C так, чтобы отрезок AC был равен 4 см .

8. Рассмотрите рисунок 129.

Скажите: «Точка A ... на прямой». «Точка ... не лежит на прямой». «Точка O ...». «Точка ... вне прямой». «Точка K ...». (Назовите пропущенные слова.)

9. Начертите прямую линию. Точки A , B , B , $Г$, $Д$ расположите (отметьте) так, чтобы: а) точки A и $Г$ лежали на прямой, б) точки B , B и $Д$ не лежали на прямой.

10. На рисунке 130 девочка и мальчик стоят по разные стороны от дороги.

11. На рисунке 131 девочка и мальчик стоят по одну и ту же сторону от дороги. Как расположены береза и ель? Береза и сосна? Автомобиль?

12. Рассмотрите рисунок 132.

Прочитайте: «Точки A и B лежат ... прямой». «Точки B и B лежат ... прямой». «Точки M и K лежат... прямой».

13. Начертите прямую линию $МК$ и точки A , C , B , $Д$ так, чтобы:

а) точка A принадлежала прямой $МК$;

б) точки B и C лежали по одну и ту же сторону от прямой MK ;

в) точки C и D лежали по разные стороны от прямой MK .



Рис. 130



Рис. 131

14. Начертите луч OB и две точки, лежащие по разные стороны от луча.

15. Начертите отрезок AM длиной 4 см; отметьте точку O , лежащую на отрезке на расстоянии 1 см от точки A ; точку K — вне отрезка на расстоянии 3 см от точки M .

16. Рассмотрите рисунок 133. Как расположены точки M, K, P, H относительно прямой AB ?

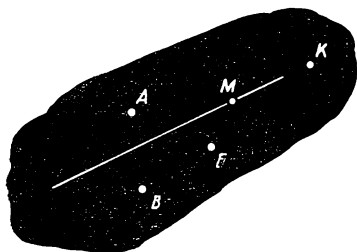


Рис. 132

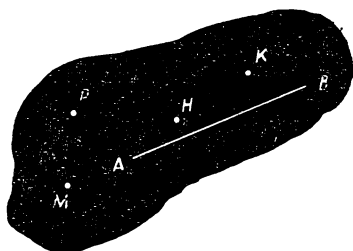


Рис. 133

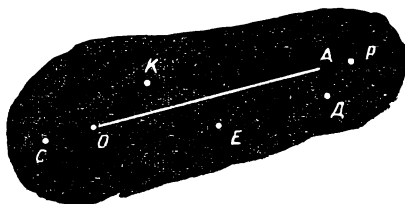


Рис. 134

17. Рассмотрите рисунок 134. Как расположены точки P, C, E, K, D относительно луча OA ?

8. Взаимное положение точек на прямой линии

1. На телефонном проводе (рис. 135) сидят воробей, сорока и ласточка.

Можно сказать: «Сорока сидит между воробьем и ласточкой». Или: «Воробей и ласточка сидят по разные стороны от сороки». «Сорока и воробей сидят по одну и ту же сторону от ласточки». «Сорока и ласточка сидят... от воробья». Назовите пропущенные в последней фразе слова.

2. На прямой линии дана точка A . «Дана точка» — это значит отмечена точка.

Поставьте точки B и Γ на прямой по разные стороны от точки A на расстоянии 2 см от нее.

3. Проведите прямую линию. Отметьте на ней точку O .

Поставьте на прямой по разные стороны от точки O две точки на равном от нее расстоянии.

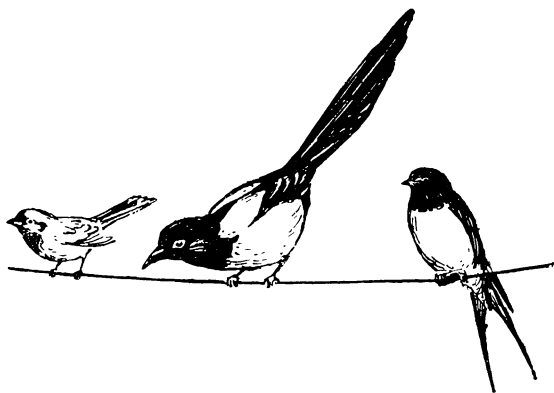


Рис. 135

4. Точки A и B лежат на прямой по одну сторону от точки O (рис. 136). Какая из точек расположена дальше от точки O ? Какая из точек расположена ближе к точке B ?

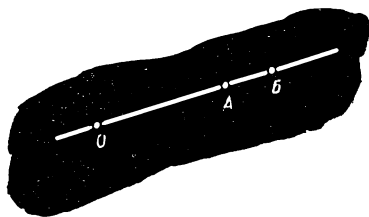


Рис. 136

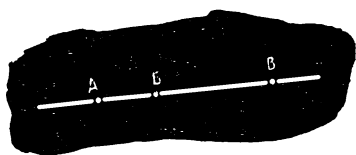


Рис. 137

5. Точки A , B , V лежат на одной и той же прямой (рис. 137). Можно сказать: «Точка B лежит на прямой между точками A и V ». «Точки A и V лежат на прямой по разные стороны от точки B ». «Точки A и B лежат на прямой по одну и ту же сторону от точки V ».

Когда вы определяете положение точек на прямой, каждый раз читайте вслух и показывайте точки, о которых вы говорите.

В о п р о с. Как лежат на прямой (относительно точки A) точки B и B ?

6. На прямой дана точка O . (Начертите прямую линию и отметьте точку O на ней.) Отметьте на прямой две точки по одну сторону от точки O .

7. Дана прямая линия. (Начертите какую-нибудь прямую линию.) Отметьте на этой прямой точку A и на расстоянии 8 см от нее точку B . Сколькими способами это можно сделать?

а) Поставьте точку B между точками A и B на расстоянии 2 см от точки A . Сколькими способами это можно сделать?

б) Поставьте на прямой точку Γ между точками B и B на расстоянии 3 см от точки B . Сколькими способами это можно сделать?

8. Дана прямая линия и точка O на ней. Поставьте на прямой две точки A и B по разные стороны от точки O . Расстояние от точки O до точки A равно 3 см . Расстояние от точки O до точки B равно 4 см . Чему равна длина отрезка AB ?

9. Рассмотрите чертеж предыдущей задачи. Какой из двух отрезков больше, AO или OB ? На сколько?

9. Круг. Центр круга. Радиус. Диаметр

1. Когда мы чертим круг с помощью циркуля, одна ножка циркуля стоит на месте, а другая движется. Точка, в которой стоит неподвижная ножка циркуля, — центр круга (рис. 138).

Отметьте в тетради точку O . Поставьте в эту точку ножку циркуля (без карандаша). Начертите круг. Точка O — **центр** круга.

2. Начертите круг с центром в точке A . Точку A отметьте сами в любом месте листа.

3. Отрезок OB — **радиус** круга (рис. 139).

4. Длина радиуса равна расстоянию между ножками циркуля (рис. 140). Поставьте ножки своего циркуля на такое же расстояние. Начертите круг. Чему равен радиус этого круга?

5. Вот так (рис. 141) измеряется радиус круга с помощью линейки.

6. Вот так (рис. 142) измеряется радиус круга с помощью циркуля и линейки.

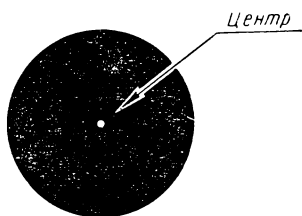


Рис. 138

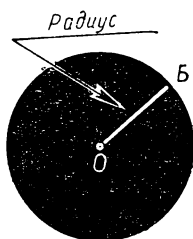


Рис. 139

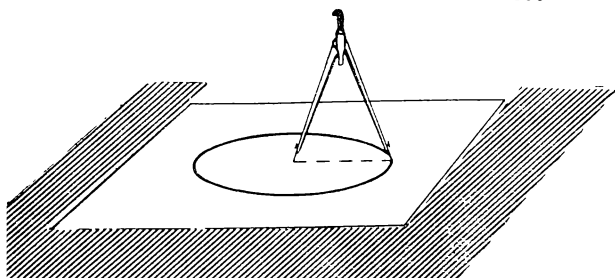


Рис. 140

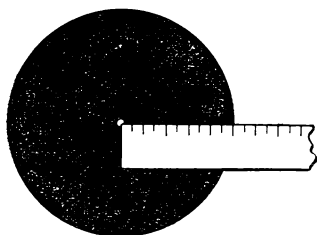


Рис. 141

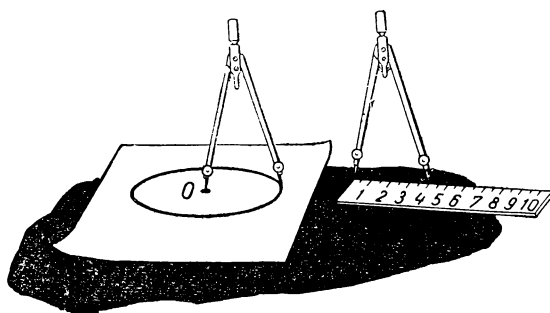


Рис. 142

7. Начертить несколько кругов. Измерить радиусы кругов с помощью линейки.

8. Начертить круги: один — радиусом 4 см, другой — радиусом 2 см. Который из кругов больше?

9. Измерить радиус круга с помощью циркуля и линейки.

10. Начертите круг с центром в точке O (рис. 143). Через центр проведите отрезок AB (через точку O).



Рис. 143

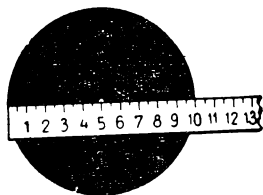


Рис. 144

Этот отрезок — **диаметр** круга.

11. Начертите круг с центром в точке C . Проведите диаметр. Измерьте диаметр.

12. Начертите круг с центром в точке O . Проведите диаметр круга AB (отрезок AB проходит через центр). Заметим, что точка O — середина диаметра. Проверьте измерением.

13. Диаметр можно измерить так, как показано на рисунке 144. Чему равна длина диаметра?

14. Расстояние между ножками циркуля равно 3 см. Начертите круг. Проведите в этом круге диаметр. Найдите длину диаметра двумя способами: 1) измеряя диаметр; 2) не измеряя диаметр.

15. Начертите круг с центром в точке A и радиусом в 5 см.

16. Нужно начертить круг диаметром 8 см. На какое расстояние мы должны раздвинуть ножки циркуля?

17. Чтобы начертить круг, ножки циркуля раздвинули на 2 см. Чему будет равен диаметр круга? Начертите такой круг.

18. Нужно начертить круг диаметром 10 см. Чему равен радиус этого круга?

19. Радиус круга равен 3 см. Чему равен диаметр этого круга?

10. Использование сведений о круге для дальнейшего знакомства с цилиндром и конусом

1. Это цилиндры (см. рис. 91). Назовите предметы или их части, имеющие форму цилиндра.

Рассмотрите модель цилиндра и вы увидите круги. Их два. Они одинаковые. Измерьте диаметр каждого круга.

2. Измерь диаметр пятикопеечной монеты.

3. Измерь диаметр дна банки из-под сгущенного молока или диаметр дна любой консервной банки.

4. Измерь диаметр дна кружки, имеющей форму цилиндра.

5. Измерьте диаметры кругов ведра, имеющего форму цилиндра.

6. Это конусы (см. рис. 90).

Назовите предметы или их части, имеющие форму конуса. Рассмотрите модели конуса. Вы увидите круг или два круга. У цилиндра оба круга одинаковые. Что можно сказать о кругах у конуса?

7. Измерьте диаметр нижнего круга (дна) цветочного горшка, диаметр верхнего круга.

8. Измерьте диаметры кругов ведра, имеющего форму конуса.

9. Укажите (дома, в школе, на улице) предметы, имеющие форму конуса. Измерьте диаметры кругов.

11. Четырехугольники

1. Этот четырехугольник мы называем прямоугольником (рис. 145).



Рис. 145

С помощью циркуля и линейки сравните его стороны.

«Стороны AB и BC равны между собой». «Длина каждой из них ... см». (Назвать пропущенное число.)

«Стороны AD и BC равны между собой».

«Длина каждой из них ... см». (Назвать пропущенное число.)

2. Начертите (по клеточкам) прямоугольник. Сравните его стороны с помощью циркуля.

3. Этот четырехугольник — квадрат (рис. 146). Если мы сравним все его стороны, то увидим, что они равны

между собой. Сравните стороны квадрата с помощью циркуля. Говорят: «Все стороны квадрата равны между собой».

4. Начертите (по клеточкам) квадрат. Сравните его стороны с помощью циркуля.

5. Начертите прямоугольник $AB\Gamma$ так, чтобы его длина AB была равна 8 см, ширина $B\Gamma$ — 6 см. С помощью циркуля и линейки найдите расстояние между вершинами A и B . Найдите расстояние между вершинами B и Γ .

6. Отметьте точку O и две пересекающиеся в точке O прямые. По разные стороны от точки O (на каждой прямой) отметьте по две точки на расстоянии 3 см от нее. Обозначьте эти точки и соедините их между собой отрезками. Как называется полученная фигура?

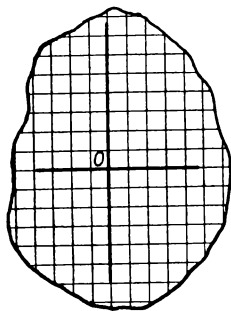


Рис. 147

7. Через точку O (рис. 147) проведите вертикальную и горизонтальную прямые.

На каждой из прямых (по разные стороны от точки O) отметьте точки на расстоянии 2 см от точки O . Обозначьте полученные точки буквами A , B , B , Γ . Соедините эти точки отрезками. Какую фигуру вы получили?

8. На рисунке 148, а изображен четырехугольник. Такой четырехугольник называют **ромбом**. Многие предметы имеют форму ромба, например значки (рис. 148, б), стрелка

компаса (рис. 148, в). Назовите еще предметы, имеющие форму ромба.

9. Для того чтобы начертить ромб, можно через точку провести вертикальную и горизонтальную прямые линии. Точка пересечения является началом четырех лучей.

На каждом горизонтальном луче отметим по точке на одинаковом расстоянии от начала луча, например на расстоянии 4 см.

На каждом вертикальном луче также отметим по точке на одинаковом расстоянии от начала луча, например на расстоянии 2 см. Соединим эти точки отрезками. Мы получим ромб.

Пользуясь линиями тетради, нарисуйте такой ромб.

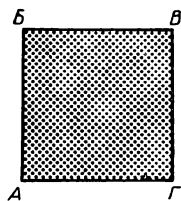


Рис. 146

10. Какая фигура получится, если (в предыдущей задаче) на всех четырех лучах отметить точки на одинаковом расстоянии от начала луча?

11. Возьмите прямоугольный лист бумаги, перегиньте его по прямой линии, проходящей через две противоположные вершины. Разверните листок и перегиньте его еще раз по прямой, проходящей через две другие противоположные вершины.

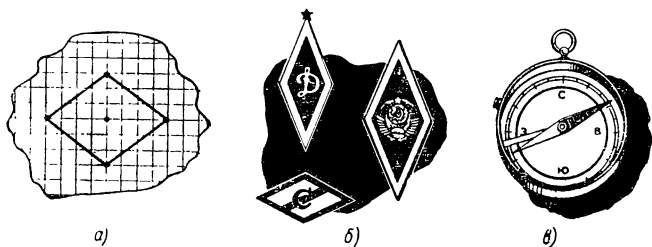


Рис. 148

Разверните лист. Отметьте точку пересечения прямых линий, полученных при перегибании листа.

Измерьте расстояния от этой точки до каждой из вершин прямоугольного листа.

12. Начертите прямоугольник длиной 8 см и шириной 5 см. Соедините отрезками противоположные вершины. Точка пересечения этих отрезков разделит их пополам. Проверьте это измерением.

13. Определите на глаз длину и ширину вашего класса. Проверьте ваш результат измерением с помощью метра.

14. Прodelайте такое же задание дома. Определите размеры комнаты, где вы живете.

12. Взаимное положение прямой линии и отрезка, луча и отрезка

1. Дана прямая линия (начерти прямую линию). Точка A лежит на прямой (отметь на прямой какую-нибудь точку и обозначь буквой A). Точка B лежит вне прямой (отметь вне прямой какую-нибудь точку и обозначь ее буквой B). Соедини точки A и B отрезком. Можно сказать: «Конец отрезка AB лежит на прямой линии».

2. Дана прямая линия и две точки по разные стороны от нее (начерти прямую линию и отметь две точки по разные стороны от нее. Обозначь точки буквами B и D). Соеди-

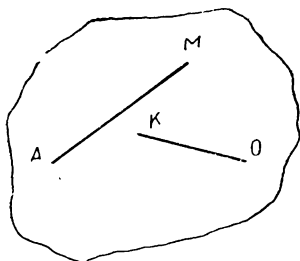


Рис. 149

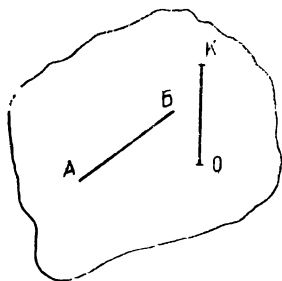


Рис. 150

ни точки B и D отрезком. Можно сказать: «Отрезок BD пересекает прямую линию».

3. а) Пересекутся ли прямые линии AM и KO ? (Рис. 149.) б) Найти точку пересечения прямых линий.

4. а) Пересечет ли прямая линия AB отрезок KO ? (Рис. 150.) б) Найти точку пересечения.

5. а) Пересекаются ли лучи OM и AB ? KP и DB ? (Рис. 151.) б) Найти точку пересечения.

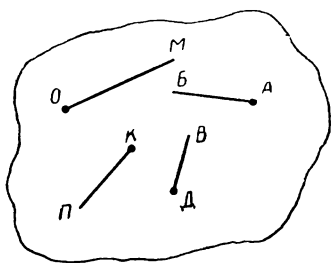


Рис. 151

13. Взаимное положение элементов многоугольника

(прямоугольника, квадрата, ромба, треугольника)

1. Говорят: «Противоположные стороны улицы». «Противоположные берега реки». Можно сказать: « AB и VG — противоположные стороны прямоугольника» (рис. 152).

2. Начертите квадрат. Обозначьте буквами его вершины. Назовите противоположные стороны квадрата.

3. Посмотрите еще раз на рисунок 152. Говорят: «Точки A и B — противоположные вершины прямоугольника».

4. Начертите квадрат. Обозначьте его вершины. Назовите противоположные вершины квадрата.

5. Начертите (по клеточкам) квадрат. Обозначьте буквами его вершины. Назовите противоположные стороны.

6. Начертите ромб. Обозначьте его вершины. Назовите противоположные стороны ромба, противоположные вершины.

7. Начертите прямоугольник. Обозначьте его вершины буквами C , D , H , M так, чтобы C и D были противоположными вершинами, MD и CH — противоположными сторонами.

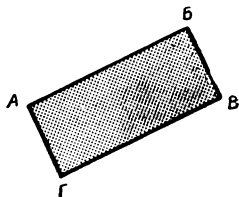


Рис. 152

8. Начертите (по клеточкам) квадрат. Обозначьте его вершины буквами. Назовите противоположные вершины. Соедините отрезком какие-нибудь две противоположные вершины квадрата.

На какие фигуры этот отрезок разделит квадрат?

9. То же самое, что и в задаче 8, сделайте с прямоугольником.

14. Взаимное положение фигур

1. Точка O находится внутри квадрата $ABBG$ (рис. 153).
2. Точка M находится вне квадрата $ABBG$ (рис. 154).
3. Точка K находится на стороне четырехугольника $ABMC$ (рис. 155).

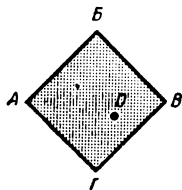


Рис. 153

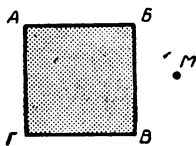


Рис. 154

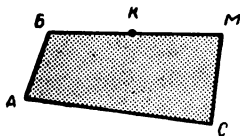


Рис. 155

4. Точка O находится вне треугольника ABB . Точка M находится внутри треугольника ABB (рис. 156).

5. Где находится точка M ? Где находится точка O ? (Рис. 157.)

Скажите громко: «Точка O находится ... пятиугольника...». «Точка M находится ... пятиугольника...». (Называйте пропущенные слова.)

6. Начертите четырехугольник. Обозначьте вершины буквами M, O, C, D . Отметьте точку K вне четырехугольника, точку A — внутри четырехугольника, точку B — на стороне четырехугольника.

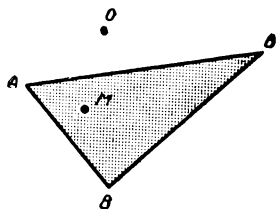


Рис. 156

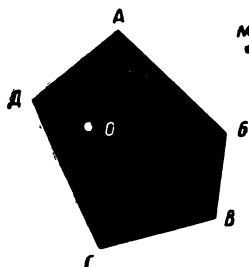


Рис. 157

7. Точка C — вне круга; точка M — внутри круга (рис. 158). Где находится точка O ?

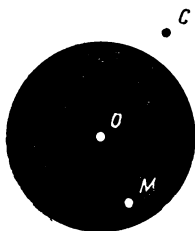


Рис. 158

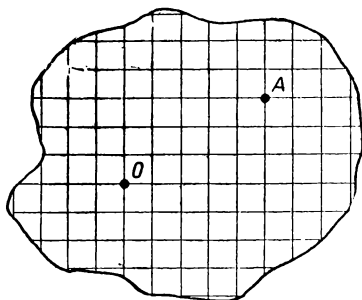


Рис. 159

8. Даны точки O и A . Отметьте их у себя в тетради так, как это сделано на рисунке 159. Точка O — центр круга. Начертите такой круг, чтобы точка A оказалась внутри круга.

9. Отметьте еще раз (на новом месте) точки O и A (рис. 159). Точка A — центр круга. Начертите такой круг, чтобы точка O оказалась вне круга.

10. Прямая линия AB (рис. 160) пересекает круг. Прямая MK не пересекает круг. Пересечет ли круг прямая CD ?

11. Начертите круг и точку M вне круга. Через точку M проведите две прямые линии, одна из которых пересекает, а другая не пересекает круг.

12. Прямая OK пересекает треугольник ABV (рис. 161).

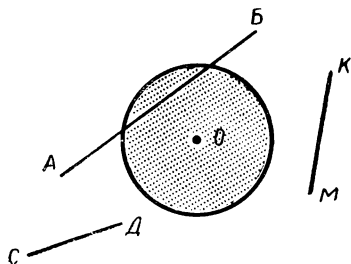


Рис. 160

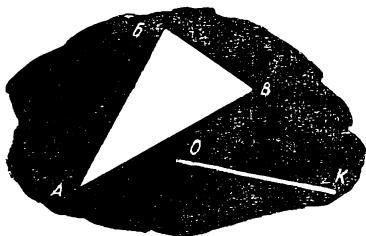


Рис. 161

Как называются фигуры, на которые эта прямая разделила треугольник?

13. Начертите треугольник. Начертите прямую линию так, чтобы она разделила его на два треугольника.

14. Как называются фигуры, на которые прямая линия разделила прямоугольник (рис. 162)?

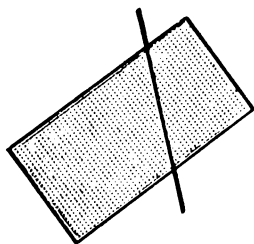


Рис. 162

15. Можно ли провести прямую линию так, чтобы она разделила прямоугольник на два треугольника?

Попробуйте это начертить.

16. Можно ли начертить прямую линию так, чтобы она делила прямоугольник на:

1) два прямоугольника?
2) на треугольник и пятиугольник?

3) на квадрат и прямоугольник?

17. Начертите квадрат со стороной 2 см. Начертите круг так, чтобы весь квадрат находился внутри круга.

18. Начертите квадрат и круг так, чтобы весь круг лежал внутри квадрата.

19. Начертите треугольник и прямоугольник так, чтобы: а) прямоугольник лежал внутри треугольника, б) треугольник лежал вне прямоугольника, в) треугольник лежал внутри прямоугольника.

15. Спрямление ломаных линий. Первоначальные сведения о периметре ломаной

1. Мальчик согнул длинный отрезок проволоки, и у него получился треугольник (рис. 163). Узнать длину куска проволоки.

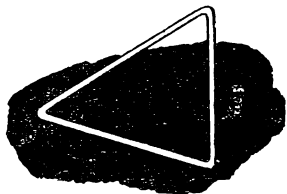


Рис. 163

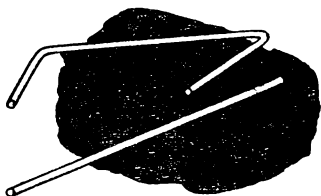


Рис. 164

2. Какой длины кусок проволоки нужно взять, чтобы сделать прямоугольник длиной 12 см и шириной 5 см?

3. Можно ли кусок проволоки длиной 10 см согнуть в прямоугольник длиной 4 см и шириной 2 см?

4. Длина прямоугольника равна 11 см. Ширина меньше длины на 3 см. Найти ширину прямоугольника.

5. Из куска проволоки в 36 см Ваня сделал треугольник. Одна сторона треугольника равна 9 см, другая — 12 см. Найти третью сторону треугольника.

6. На рисунке 164 изображены проволочные модели ломаной линии и отрезка.

Не применяя линейки, узнать, какой из кусков проволоки длиннее.

7. Какой длины кусок проволоки нужно взять, чтобы сделать квадрат со стороной 2 см?

8. Можно ли из куска проволоки длиной 15 см сделать модель квадрата со стороной 4 см?

9. Изготовьте (согните) из тонкой проволоки модели треугольника, прямоугольника, квадрата.

16. Моделирование из палочек и пластилина. Расширение сведений о геометрических телах

1. Это модель пирамиды (рис. 165). Она сделана из палочек и кусочков пластилина.

Каждая палочка — ребро пирамиды. Каждый кусочек

пластилина — вершина. Сколько вершин и сколько ребер у этой пирамиды?

2. Рассмотрите модель пирамиды (рис. 166). Какие фигуры вы заметили. Сколько таких фигур?

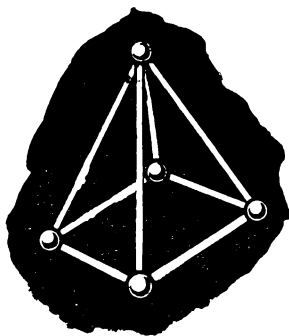


Рис. 165

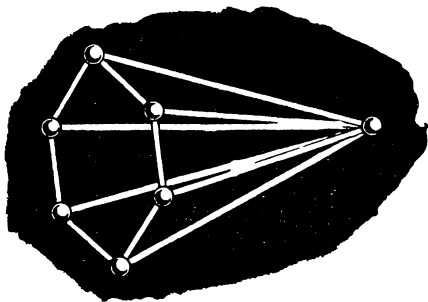


Рис. 166

3. Сделайте пирамиду, у которой четыре вершины. Сколько ребер у такой пирамиды?

4. Можно ли сделать пирамиду, у которой только три вершины?

5. На рисунке 167 изображена призма. Такая призма называется кубом.

Рассмотрите модель куба.

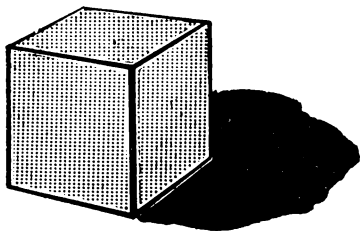


Рис. 167

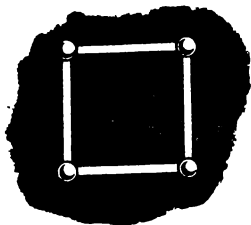


Рис. 168

6. Сделайте модель квадрата (рис. 168).

Сколько и каких палочек нужно добавить, чтобы сделать модель куба, сколько нужно добавить кусочков пластилина? Ответьте на вопрос, не глядя на модель куба.

Сколько всего палочек? Сколько всего кусочков пластилина нужно для изготовления модели куба?

7. Изготовьте модель куба из палочек и кусочков пластилина (можно из спичек). Сколько ребер у куба? Сколько вершин у куба?

17. Вычерчивание фигур с помощью циркуля и линейки

1. Какие фигуры вы видите на рисунке 169?
2. Начертите прямоугольник длиной 20 см, шириной



Рис. 169

5 см. Расположите его так, как это сделано на рисунке 170.

- а) Разделите нижнюю сторону на 4 равные части.
- б) Разделите противоположную сторону также на 4 равные части.
- в) Точки деления соедините вертикальными отрезками. Наш прямоугольник разделился на ... квадратов. (Назовите пропущенное число.)

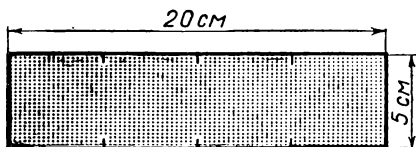


Рис. 170



Рис. 171

г) Проведите диагонали каждого квадрата. Каждый квадрат разобьется на ... треугольника. (Назовите пропущенное число.)

д) Точки пересечения диагоналей квадратов будут центрами кругов.

е) Начертите круги, как показано на рисунке.

Если вы все делали правильно, то должен получиться вот такой узор (рис. 171). Раскрасьте его.

3. С помощью циркуля и линейки начертите такой узор, как на рисунке 172.

4. Вырежь из цветной бумаги:

а) полоску (прямоугольник) длиной 28 см и шириной 4 см (белая бумага);

б) четыре желтых квадрата со стороной 4 см;

в) три зеленых ромба, таких, как на рисунке 173;

г) четыре синих ромба такого же размера, что и зеленые;



Рис. 172

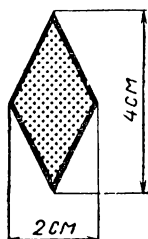


Рис. 173

д) три красных круга диаметром 4 см.

Наклей фигуры так, как показано на рисунке 174.

5. Подготовь еще несколько квадратов, ромбов, кругов, треугольников из бумаги разных цветов.



Рис. 174

Наклей их так, как тебе нравится. Придумай несколько разных узоров.

6. Если концы полоски с узором склеить, как показано на рисунке 175, то получится игрушка. Такими игрушками можно украсить елку.

Эта игрушка имеет форму (Назови пропущенное слово.)

7. Если взять полоску с узором (см. рис. 171), перегнуть ее по каждому из вертикальных отрезков и концы склеить, то получится еще игрушка (рис. 176).

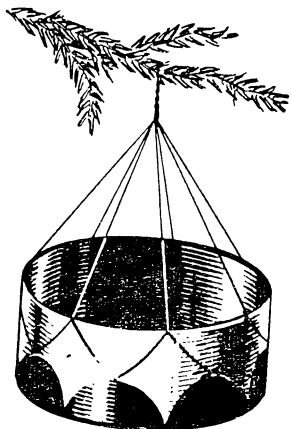


Рис. 175

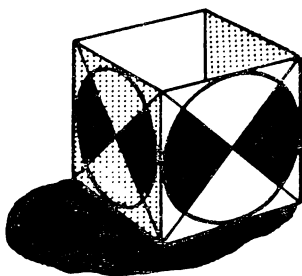


Рис. 176

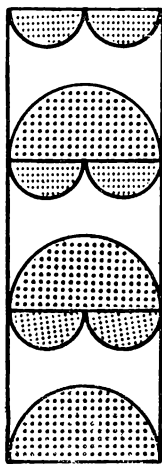


Рис. 177

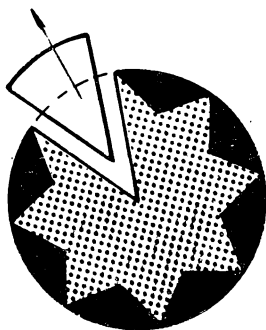


Рис. 178

Эта игрушка имеет форму Как еще можно назвать эту игрушку?

8. Какой формы елочные игрушки можно сделать из такой полоски (рис. 177)?

9. Начертите на обратной стороне цветной бумаги круг радиусом 5 см. Проведите два радиуса (примерно так, как на рисунке 178). Вырежьте меньшую часть круга; края оставшейся части круга склейте, как на рисунке 179.

Какую форму имеет получившаяся игрушка для елки?

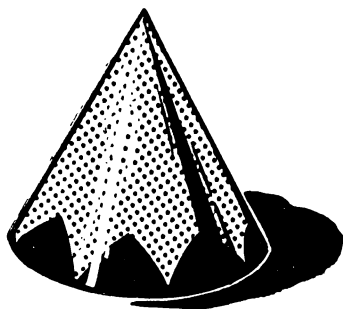


Рис. 179

18. Примерный словарь, которым должны овладеть учащиеся II класса

Во II классе совершенствуется и закрепляется словарь, приобретенный учащимися в I классе.

Расширение словаря проходит в связи с выполнением учащимися ряда новых заданий. При этом учащимися должны быть усвоены:

1. Термины, употребляемые в связи с измерением длины отрезков и расстояний между точками с помощью циркуля и линейки:

«Измерь расстояние между двумя точками с помощью циркуля» или «Я измерил расстояние циркулем и линейкой»; «Измерь отрезок; измерь стороны». (Название фигуры.) «Измерь длину (ширину) прямоугольника». «Измерь расстояние между противоположными вершинами прямоугольника, квадрата, ромба».

«Сравни отрезки с помощью циркуля». «Я сравнил эти отрезки, они равны между собой». «Они не равны; один из них больше (меньше) другого».

2. Термины, относящиеся к характеристике фигур и их элементов: «Это вершина». «Вершина...» (Назвать фигуру.) «Это стороны фигуры». «Стороны квадрата равны между собой. Стороны ромба равны между собой».

«Противоположные стороны прямоугольника (квадрата, ромба)». «Противоположные вершины квадрата, ромба, прямоугольника».

«Две противоположные стороны прямоугольника равны между собой».

«Концы отрезка». «Начало луча».

3. Терминология, связанная с буквенными обозначениями точек, отрезков, прямых, лучей, многоугольников:

«Обозначьте точку буквой». «Обозначьте буквами концы отрезка». «Обозначьте вершины... (название многоугольника) буквами». «Обозначьте последовательно вершины... (название многоугольника) буквами». «Назовите отрезок». «Назовите... (многоугольник)». «Назовите точку». «Назовите стороны (название многоугольника)». «Обозначьте прямую линию; луч. Обозначьте начало луча». «Назовите противоположные стороны четырехугольника (квадрата, прямоугольника)». «Назовите противоположные вершины квадрата (четырехугольника, прямоугольника)».

4. Терминология, употребляемая для характеристики принадлежности геометрических объектов и их взаимного расположения.

Точка лежит на прямой. Точка не лежит на прямой. Точка лежит вне прямой. Дана точка. Дана прямая. Даны точка и прямая. Даны прямая и точка на ней. Даны прямая и точка вне ее. Две точки лежат на прямой. Три точки лежат на прямой. На прямой даны две (три, четыре и т. д.) точки. Точка... и точка... лежат на прямой по разные стороны от точки... .

Точки... и ... лежат на прямой по одну и ту же сторону от точки Точки ... и... лежат на прямой по разные стороны от точки Точки ... и ... лежат на прямой по разные стороны от точки ... и на одинаковом расстоянии от нее. Точки ... и ... лежат по разные стороны от прямой. Точки ... и ... лежат по одну и ту же сторону от прямой.

Точка ... делит отрезок ... на две части. Точка ... делит отрезок ... пополам. Точка ... является серединой отрезка Разделить отрезок пополам. Разделить отрезок на две равные части. Разделить отрезок на части.

Точка ... лежит внутри ... (название фигуры). Точка ... лежит вне ... (название фигуры). Соедините последовательно точки Точка ... лежит на стороне ... (название фигуры).

Эти прямые не пересекаются (пересекаются). Точка пересечения прямых (отрезка и прямой; отрезка и луча; луча и прямой).

Этот отрезок и прямая (луч и прямая; луч и отрезок) пересекаются (не пересекаются).

Прямая пересекает прямоугольник (ромб, треугольник, круг и т. п.). Прямая делит фигуру ... (название) на части. Квадрат (прямоугольник, треугольник и т. д.) расположен внутри (вне) круга. Круг расположен вне (внутри) квадрата. Треугольник лежит вне (внутри) квадрата. Треугольник лежит вне (внутри) прямоугольника и т. д.

5. Терминология, относящаяся к умению определять форму предмета или его частей:

«Это цилиндр». «Этот ... (название предмета) имеет форму цилиндра». «Это конус». «Этот предмет (название) имеет форму конуса». «Этот предмет имеет форму призмы, пирамиды».

«Вершина пирамиды (призмы)»; «ребра пирамиды (призмы)». «Эта призма называется кубом». «Вершины куба; ребра куба».

6. Термины, относящиеся к кругу и его элементам.

Центр круга. Диаметр круга. Радиус круга. Измерить диаметр (радиус) круга.

19. Примерный перечень практических умений и навыков, которые приобретают учащиеся II класса

Учащиеся совершенствуют и закрепляют умения и навыки; приобретенные ими в предшествующем классе. Под влиянием достаточного числа упражнений, выполняемых в учебной практике I класса, темп выполнения детьми упражнений по измерению и особенно по вычерчиванию заметно возрастает. Расширение круга умений и навыков и совершенствование их во II классе происходит за

счет выполнения большого числа практических заданий, среди которых многие являются новыми.

1. Учащиеся II класса совершенствуют навыки моделирования (из палочек и пластилина), приобретают навыки моделирования плоских фигур из бумаги или картона (вырезание), навыки моделирования пирамиды, призмы (куба) из палочек и кусочков пластилина, приобретают навыки моделирования многоугольников из проволоки (перегибание тонкой проволоки). Получают первоначальные навыки изготовления (из бумаги—частных разверток) моделей призмы, цилиндра, конуса. Вычерчивание фигур выполняется на клетчатой и гладкой бумаге. Повышается точность выполнения чертежей.

2. Учащиеся приобретают умение вычерчивать круг с центром в данной точке и заданного радиуса; умение провести в круге диаметр, радиус.

П р и о б р е т а ю т с я у м е н и я :

3. Отметить точку (точки) на прямой; вне прямой. Построить две точки на прямой, лежащие по разные стороны от данной на этой прямой точки. Построить точки, лежащие на прямой по одну и ту же сторону от данной точки. Построить точку внутри данной фигуры; вне ее.

4. Указать (назвать) противоположные стороны квадрата (прямоугольника, четырехугольника), противоположные вершины четырехугольника. Отметить изображение прямой, отрезка, луча.

5. Изобразить прямую линию путем перегибания листа бумаги. Путем перегибания листа провести прямую линию (две, три прямые и т. п.) через одну точку. Провести прямую линию (путем перегибания) через две точки.

6. Построить прямоугольник, квадрат (заданных размеров), пользуясь клетками бумаги. Построить ромб.

7. Обозначить буквами точки, концы отрезков, вершины многоугольников с помощью заглавных букв русского алфавита; обозначить луч, прямую.

Читать буквенные обозначения.

8. Вычертить отрезки данной длины с помощью линейки.

9. Вычертить отрезки данной длины с помощью циркуля и линейки.

10. Разделить отрезок на две части; на две равные

части (разделить отрезок пополам). Найти середину отрезка. Разделить отрезок на три части равной длины.

11. Показать вершины и ребра призмы, пирамиды.

12. Измерить стороны многоугольника, длину и ширину прямоугольника на чертеже, а также и на окружающих предметах. Сравнить с помощью циркуля отрезки (установить их равенство или неравенство).

20. Список учебно-наглядных пособий, используемых при изучении геометрического материала во II классе

К списку наглядных пособий для I класса можно добавить:

1. Циркули-измерители индивидуальные.
2. Циркуль-измеритель классный.
3. Модели геометрических тел.

ГЛАВА IV

СИСТЕМА ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В III КЛАССЕ

1. Линии прямые и кривые. Ломаная. Окружность

1. Рассмотрите рисунок 180. Какие из линий на рисунке прямые? Кривые?

2. Установить, что линия является прямой (или кривой), можно, например, путем перегибания листа бумаги, на котором она начерчена.

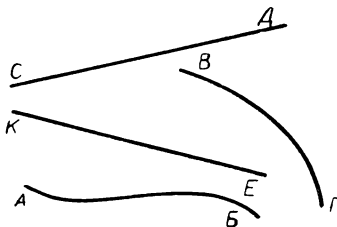


Рис. 180

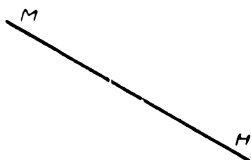


Рис. 181

Начертите (на отдельном листе бумаги) на глаз 2—3 прямые линии. Проверьте правильность выполнения чертежа путем перегибания листа бумаги.

Если прямая начерчена правильно, то она совпадает с линией перегиба.

3. Линия начерчена на доске, которую нельзя перегнуть. В этом случае правильность чертежа можно проверить с помощью натянутой нити (шпагата). На рисунке 181 начерчена ... (вставьте пропущенное слово).

4. С помощью нити проверьте линии на рисунке 180.

5. На рисунке 182 изображены ломаные линии.

Ломаная $ABVG$ — незамкнутая.

Ломаная $MKCP$ — незамкнутая.

Ломаная $ORMCO$ — замкнутая.

Начертите замкнутую ломаную линию.

З а м е ч а н и е. Граница (контур) любого многоугольника является замкнутой ломаной линией.

6. На рисунке 183 изображены кривые линии.

Назовите незамкнутые линии, замкнутые линии.

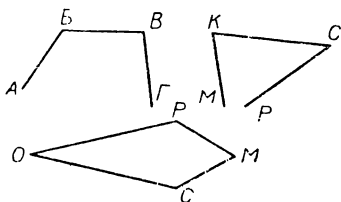


Рис. 182

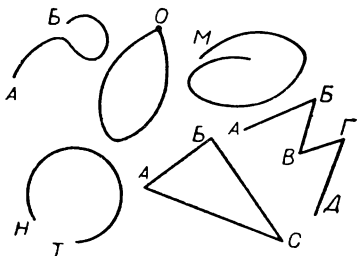


Рис. 183

7. Линия, ограничивающая круг, называется **окружностью** (рис. 184).

Точка O — центр окружности.

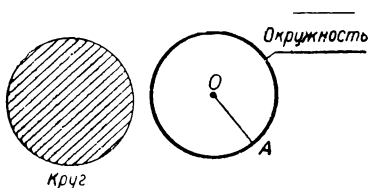


Рис. 184

Отрезок OA — радиус окружности.

Окружность вычерчивается циркулем.

Начертите несколько окружностей.

8. Начертите окружность радиусом 4 см. Чему равен диаметр этой окружности?

9. Начертите отрезок AB длиной 3 см. Начертите окружность так, чтобы она пересекала отрезок в одной точке.

10. Начертите еще раз отрезок $AB = 3$ см. Начертите окружность так, чтобы она пересекала отрезок в двух точках.

11. Начертите отрезок $OK = 4$ см.

Точка O — центр окружности. Начертите окружность так, чтобы она не пересекала отрезок OK . Что можно сказать о длине радиуса этой окружности?

12. Начертите отрезок $MH = 5$ см. Точка M — центр окружности. Начертите окружность, чтобы она пересекала отрезок MH . Что можно сказать о длине радиуса этой окружности?

13. Начертите отрезок $AB = 6$ см. Найдите середину отрезка — точку O . Пусть точка O будет центром окружности. Какой длины должен быть радиус окружности, чтобы она проходила через концы отрезка — точки A и B ?

14. Окружности, изображенные на рисунке 185, не пересекаются. Измерьте расстояние между центрами окружностей. Измерьте радиусы каждой окружности.

Сравните расстояние между их центрами с суммой радиусов. Что больше?

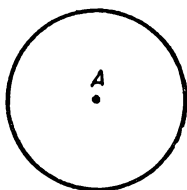


Рис. 185

15. Окружности, изображенные на рисунке 186, пересекаются.

а) Сколько точек пересечения?

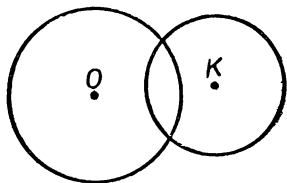


Рис. 186

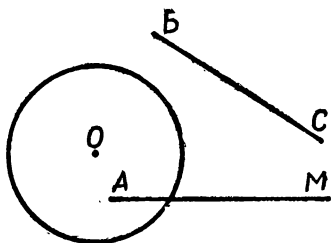


Рис. 187

б) Измерьте расстояние между центрами.

в) Измерьте радиусы и найдите их сумму.

Сравните расстояние между центрами с суммой радиусов. Что больше?

16. На рисунке 187 прямая AM пересекает окружность; прямая BC не пересекает окружность. Сколько точек пересечения окружности с прямой? Отметьте их.

17. Часть окружности называют дугой. На рисунке 188

изображены дуги окружности. Концы дуг обозначаются буквами. Начертите несколько дуг окружности.

18. На сколько дуг делят окружность две точки (рис. 189, а)? три точки (рис. 189, б)? Назовите эти дуги.

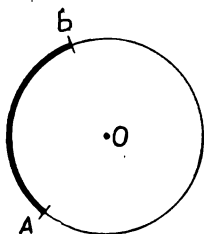
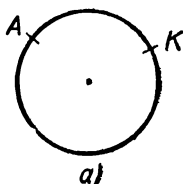
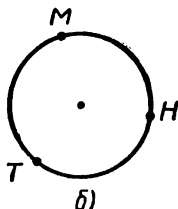


Рис. 188



а)



б)

Рис. 189

2. Измерение длины отрезков. Расстояние между двумя точками

1. Ира и Саша одинаково хорошо бегают. Им нужно добежать до противоположного угла спортивной площадки (рис. 190).

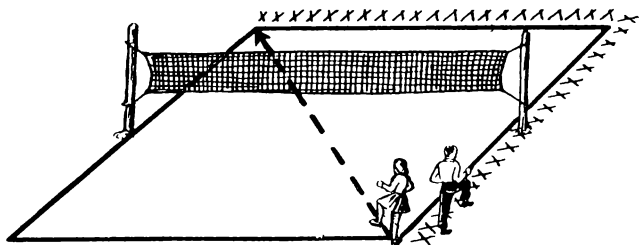


Рис. 190

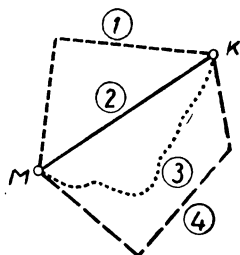


Рис. 191

Путь Иры обозначим так: — — —

Путь Саши: × × ×

Какой путь короче?

2. Нужно попасть из пункта М в пункт К. Для этого можно выбрать один из путей (рис. 191).

Какой путь наименьший? Наибольший?

3. Мы выяснили, что самым коротким расстоянием между двумя

точками является отрезок прямой, соединяющий эти точки. Поэтому принято расстояние между двумя точками измерять по прямой.

Установите, который из двух путей короче: путь по дуге AK или путь по ломаной ABK ? (Рис. 192.)

4. На плане показаны пути движения в походе I звена и II звена (рис. 193). Установить, какое звено прошло меньший путь.

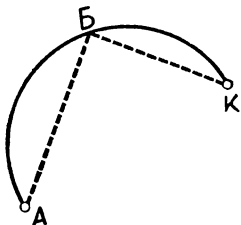


Рис. 192

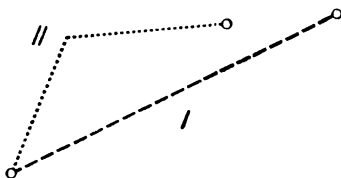


Рис. 193

5. От водокачки (точка B) до свинофермы (точка C) и птицефермы (точка Π) (рис. 194) нужно проложить водопровод.

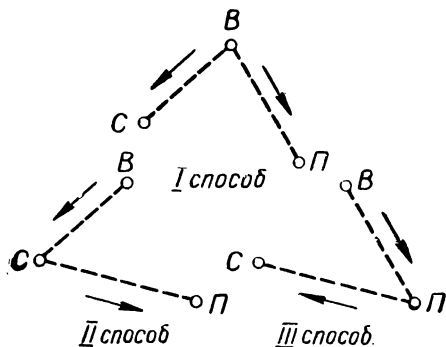


Рис. 194

Это можно сделать несколькими способами (см. рисунок). Указать самую выгодную трассу (путь) для прокладки водопровода. Объяснить свой выбор.

6. Начертите какой-нибудь треугольник. Найдите середину одной стороны. Соедините отрезком середину стороны с противоположной вершиной.

7. Начертите треугольник. Найдите середины двух его сторон. Соедините отрезком середины двух сторон треугольника. Измерьте этот отрезок. Сравните длину этого отрезка с длиной третьей стороны.

8. Начертите квадрат со стороной 5 см. Внутри этого квадрата возьмите точку. Найдите расстояния от этой точки до каждой вершины квадрата.

9. Начертите квадрат со стороной 5 см. Обозначьте его вершины буквами *АБВГ*. Поставьте точку *О* вне квадрата. Измерьте расстояния *ОА*, *ОБ*, *ОВ*, *ОГ*.

10. Начертите прямую линию и отметьте точки *А* и *Б* по разные стороны от прямой. Найдите расстояние между точками.

11. Начертите отрезки длиной 17 мм, 45 мм, 88 мм, 105 мм.

3. Периметр многоугольника

1. Измерьте каждую сторону треугольника, изображенного на рисунке 195.

Сложите полученные числа. Вы получили сумму длин всех сторон треугольника.

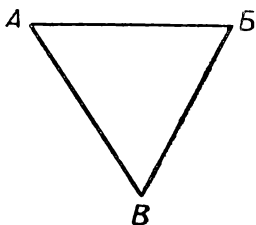


Рис. 195

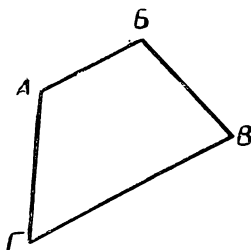


Рис. 196

2. Выполните измерение всех сторон четырехугольника (рис. 196).

Найдите сумму длин всех сторон четырехугольника.

3. Начертите (по клеткам) прямоугольник длиной в 16 клеток и шириной в 10 клеток. Измерьте стороны прямоугольника. Вычислите сумму всех его сторон.

4. Нужно из проволоки сделать модель прямоугольника длиной 7 см и шириной 3 см. Какой длины кусок проволоки для этого потребуется?

5. Определите (примерно), какой длины кусок проволоки нужен для изготовления треугольника (рис. 197).

6. Сумму длин всех сторон многоугольника называют **периметром многоугольника**.

7. Начертите треугольник *ОГД*. Найдите середины всех его сторон. Обозначьте их буквами *А*, *Б*, *В*. Соедините середины сторон отрезками.

Вычислить периметр треугольника *ОГД*.

Вычислить периметр треугольника *АБВ*.

Сравните полученные числа.

8. Сторона квадрата равна 8 см. Вычислить сумму всех сторон. Это можно сделать двумя способами:

$$1) 8 \text{ см} + 8 \text{ см} + 8 \text{ см} + 8 \text{ см} = 32 \text{ см};$$

$$2) 8 \text{ см} \times 4 = 32 \text{ см}.$$

9. Периметр какого четырехугольника больше: восьмого или девятого (см. рис. 108)?

10. Школьный участок имеет форму прямоугольника. Он огорожен забором. Длина участка равна 70 м, ширина 40 м. Сколько метров надо пройти вдоль забора для того, чтобы обойти вокруг всего участка?

11. Огородный участок имеет форму квадрата. Сторона квадрата равна 37 м. Участок огорожен забором. Найти длину всего забора.

12. Нужно изготовить из проволоки рамку прямоугольной формы. Стороны рамки равны 25 см и 15 см. Сколько проволоки пойдет на изготовление трех таких рамок?

13. Периметр квадрата равен 8 см. Узнать длину одной стороны квадрата.

14. Начерти квадрат, периметр которого равен 16 см.

15. Для изготовления одной квадратной рамки взяли кусок проволоки длиной 40 см. Найти длину одной стороны квадрата.

16. Начерти прямоугольник, периметр которого равен 12 см. Длина каждой стороны выражается целым числом сантиметров. Рассмотрите все случаи.

17. Начерти прямоугольник, периметр которого равен 16 см. Рассмотрите все случаи.

18. Периметр фигуры можно найти двумя способами:
1-й способ. Найти длину каждой стороны. Найти сумму полученных чисел.

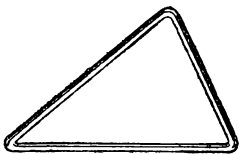


Рис. 197

2-й способ. Начертить прямую линию. С помощью циркуля отложить на этой прямой одну сторону за другой (рис. 198). Найти сумму всех сторон треугольника ABB .

1-й способ. $4\text{ см} + 3\text{ см} + 2\text{ см} = 9\text{ см}$.

2-й способ. На прямой поставим точку A . От нее (вправо) отложим циркулем AB , потом BB , потом BA . Последнюю точку обозначим буквой Γ . Измерим отрезок $A\Gamma$. Его длина равна 9 см .

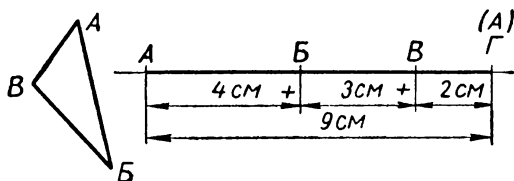


Рис. 198

19. С помощью циркуля (не измеряя) начертить отрезок, равный периметру треугольника.

20. Определить с помощью циркуля (не измеряя) периметр какой фигуры больше: I или II (рис. 199)?

21. Из проволоки изготовили модель ломаной линии (рис. 200).

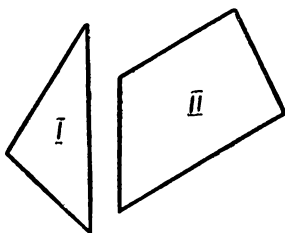


Рис. 199

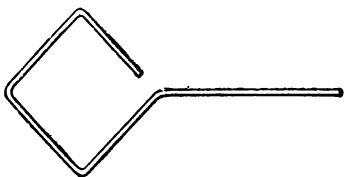


Рис. 200

С помощью циркуля и линейки начертите отрезок проволоки, из которого сделали модель. Какой длины должен быть этот отрезок?

4. Углы. Прямой угол. Острый, тупой углы

1. Вырежьте из бумаги какой-нибудь треугольник. Например, как на рисунке 201.

Разорвите его на три части так, чтобы каждая часть

содержала одну из вершин треугольника. Мы получим модель углов.

2. Модель угла можно изготовить из двух палочек и кусочка пластилина, как это показано на рисунке 202. Палочки — стороны угла. Кусочек пластилина — вершина угла.

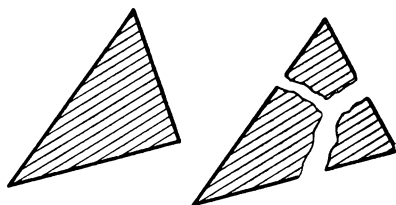


Рис. 201

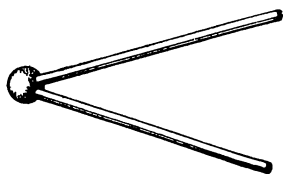


Рис. 202

3. Возьмите две тонкие палочки длиной 10—15 см каждая. Скрепите их гвоздиком, как показано на рисунке 203.

Мы получим еще одну модель угла.

Раздвигая и сдвигая планки, будем получать углы различной величины.

4. Угол можно начертить. Для этого нужно отметить точку и провести из нее два луча. Точка — вершина угла. Лучи — стороны угла. У угла одна вершина и две стороны.

5. Возьмите модель угла, которую вы сделали (рис. 203). Чем ближе мы сдвинем

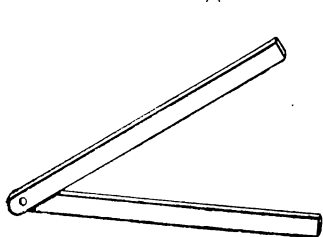


Рис. 203

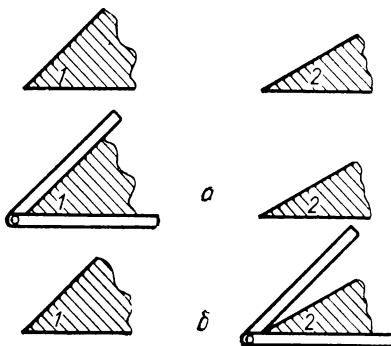


Рис. 204

планки (стороны угла,) тем меньше угол. С помощью этой модели будем сравнивать величину углов. Сравним, например, 1-й и 2-й углы, изображенные на рисунке 204.

Вначале мы приложим нашу модель к 1-му углу (рис. 204, а). Не меняя положения планок, приложим модель ко 2-му углу (рис. 204, б). Видно, что 2-й угол меньше 1-го.

6. С помощью модели сравнить углы треугольника, изображенного на рисунке 199. Указать наибольший угол, наименьший угол (самый большой, самый маленький).

7. Пользуясь моделью, сравнить все углы какого-нибудь прямоугольника (например, листа тетради).

Окажется, что все четыре угла прямоугольника одинаковы; говорят: «Эти углы равны между собой».

Углы прямоугольника — прямые.

8. На рисунке 205 изображены прямые углы.

9. Сколько углов у квадрата? Какие это углы?

10. На практике для сравнения (проверки) углов используется прибор, изображенный на рисунке 206. Это

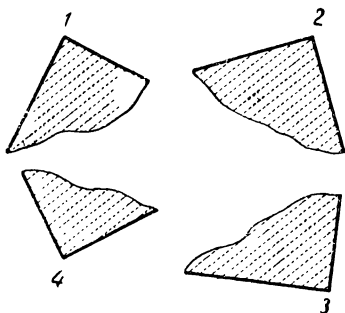


Рис. 205

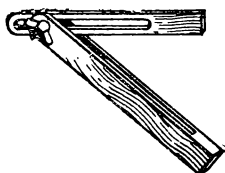


Рис. 206

малка. Она похожа на нашу модель.

Угол 1-й и угол 2-й проверяют с помощью малки (рис. 207). Какой из этих углов меньше?

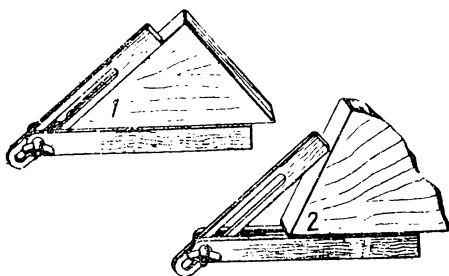


Рис. 207

11. Рассмотрите чертежный треугольник. Один из углов чертежного треугольника прямой. Укажите его. Покажите вершину, стороны прямого угла. Два других угла — острые.

12. На практике прямые углы чертят и проверяют с помощью угольника или чертежного треугольника, как это показано на рисунке 208.

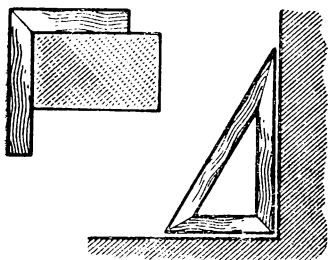


Рис. 208

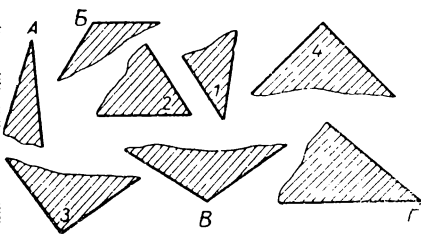


Рис. 209

13. Углы можно обозначать цифрами или буквами. Обозначение ставят около вершины угла, как показано на рисунке 209.

Угол B — тупой. Каковы остальные углы?

14. Укажите на окружающих вас предметах прямые, тупые и острые углы.

15. С помощью чертежного треугольника определить вид углов фигуры, изображенной на рисунке 210.

16. Как называется фигура 1 на рисунке 211? Какие у нее углы? Как называется фигура 2? Какие у нее углы?

17. Рассмотрите фигуру 3 на рисунке 211. Сколько уг-

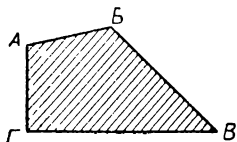


Рис. 210

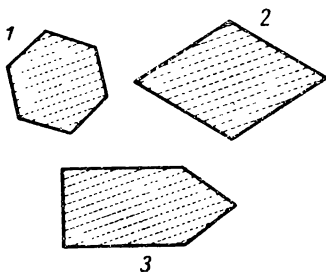


Рис. 211

лов у этой фигуры? Как называется эта фигура? Какие углы у фигуры 3?

18. Укажите прямые, тупые и острые углы у треугольников на рисунке 212.

19. Вырезать из бумаги треугольник. Определить на глаз наибольший, наименьший из углов. Разорвать треугольник на три части (см. рис. 201). Проверить свой вывод, сравнив углы наложением.

20. На рисунке 213 показано, как можно получить модель прямого угла перегибанием листа бумаги. Выполните это.

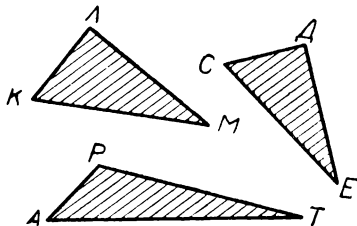


Рис. 212

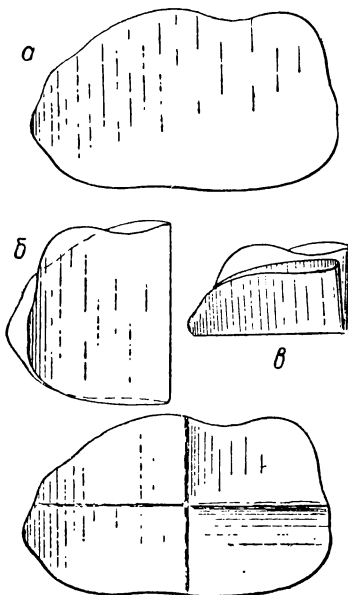


Рис. 213

5. Параллельность прямых, отрезков

1. Рассмотрите рисунок 214. Укажите, какие из прямых линий пересекаются, какие не пересекаются.

Непересекающиеся прямые линии принято называть **параллельными прямыми**. Скажите: «Прямые $ВВ$ и $ГД$ параллельны».

2. Если продолжить (в обе стороны) противоположные стороны прямоугольника, например стороны $АБ$ и $ВГ$ (см. рис. 152), то мы получим две непересекающиеся прямые линии, т. е. параллельные прямые линии.

3. Параллельными могут быть и отрезки, если они лежат на параллельных прямых (рис. 215). Отрезки $МН$ и $АБ$ параллельны.

Отрезки MH и KO не параллельны, потому что прямые, проведенные через них, пересекаются.

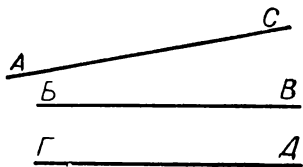


Рис. 214

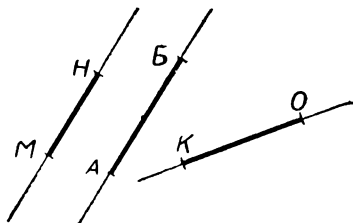


Рис. 215

4. Назовите фигуры, противоположные стороны которых параллельны (рис. 216).

Скажите: «Сторона AB параллельна стороне VD ».

«сторона MH ... стороне KC ».

«сторона $ЖО$ не параллельна стороне ...».

«сторона $ПГ$... стороне $EЗ$ ».

5. Можно сказать:

«Противоположные стороны прямоугольника попарно параллельны», т. е. каждая пара противоположных сторон прямоугольника представляет собой параллельные отрезки.

Назовите еще четырехугольники, стороны которых обладают этим свойством.

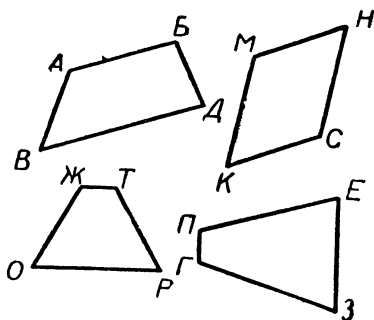


Рис. 216

6. Параллельные прямые линии (а также лучи, отрезки) можно вычерчивать с помощью линейки и чертежного треугольника. Как это сделать, показано на рисунке 217.

7. Начертите четыре параллельные прямые.

8. Начертите четырехугольник, у которого две противоположные стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.

9. Начертите четырехугольник, у которого нет параллельных сторон.

10. Начертите четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, а углы прямые. Как называется такой четырехугольник?

11. Начертите четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, а углы не прямые.

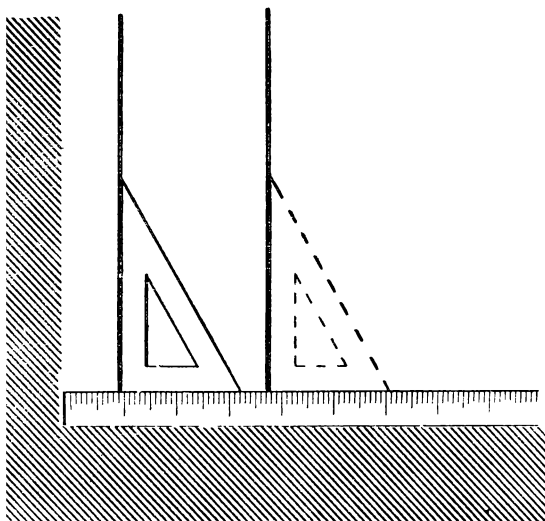


Рис. 217

12. Начертите любой четырехугольник. Найдите середину каждой стороны. Соедините отрезками (последовательно) середины сторон. Какую фигуру вы получили? Это же упражнение повторите и для другого четырехугольника.

13. Покажите параллельные прямые на окружающих вас предметах.

6. Построение прямоугольников и квадратов

1. Из точки, лежащей на прямой, нужно провести луч так, чтобы получился прямой угол. Это можно сделать с помощью чертежного треугольника, как на рисунке 218.

Мы видим, что оба угла будут прямыми. Проверьте второй угол чертежным треугольником.

2. Начертите прямую. Отметьте на ней две точки A и Γ на расстоянии 12 см одна от другой. С помощью чертежного треугольника из точек A и Γ проведите два луча, которые образуют прямые углы с этой прямой. На луче, который выходит из точки A , возьмите точку B так, чтобы $AB=6$ см. На втором луче возьмите точку B так, чтобы $\Gamma B=6$ см (рис. 219).

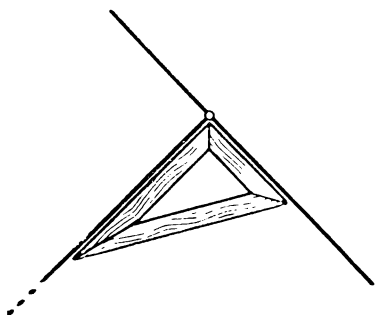


Рис. 218

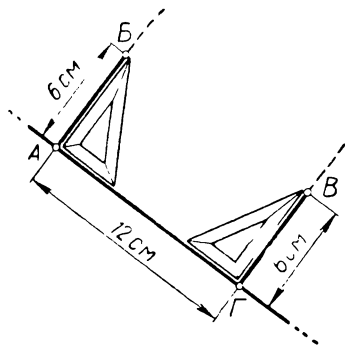


Рис. 219

Соедините точки B и B . Как называется фигура $ABB\Gamma$? Найдите сумму всех сторон этой фигуры.

3. Таким же способом, как указано в предыдущей задаче, начертите квадрат $ABB\Gamma$ со стороной 5 см.

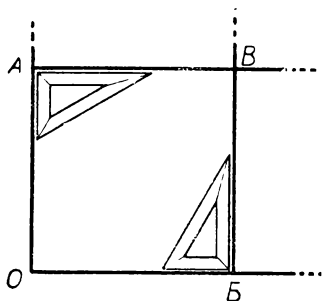


Рис. 220

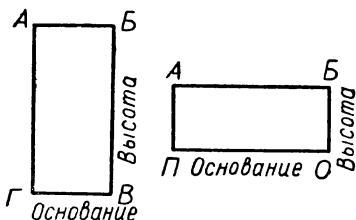


Рис. 221

4. Начертите прямой угол с вершиной в точке O . На одной стороне угла отложите отрезок OA , на другой стороне — отрезок OB , равный отрезку OA . С помощью чертежного треугольника из точки A под прямым углом к

стороне угла проведите луч. Из точки B также под прямым углом проведите луч. Эти два луча пересекутся в точке B (рис. 220).

Как называется фигура $ABBO$?

5. Таким же способом начертите прямоугольник длиной 8 см , шириной 5 см .

6. До сих пор стороны прямоугольника мы называли длиной и шириной. Этим сторонам иногда дают другие названия: «основание» и «высота» (рис. 221). Назовите и покажите основание и высоту прямоугольника.

7. Начертите треугольник, у которого один угол прямой.

7. Диагонали четырехугольника

1. Начертите квадрат со стороной 8 см . Обозначьте его вершины буквами A , B , B и Γ . Соедините вершину A с противоположной вершиной B отрезком AB .

Такой отрезок называется **диагональю** квадрата. Сколько диагоналей у квадрата?

2. Отрезок, соединяющий две противоположные вершины прямоугольника, тоже называется диагональю.

С помощью циркуля сравните длину диагоналей прямоугольника.

Что вы можете сказать о длине диагоналей прямоугольника?

3. При решении задачи мы заметили, что две диагонали прямоугольника имеют одинаковую длину. **Они равны между собой.**

С помощью измерений проверьте диагонали квадрата. Что можно сказать о диагоналях квадрата?

4. Начертите четырехугольник.

Укажите две противоположные вершины. Соедините эти вершины отрезком. Этот отрезок — диагональ четырехугольника.

На какие фигуры диагональ делит четырехугольник?

Сколько диагоналей у четырехугольника?

5. На рисунке 222 изображен треугольник. Проведите два отрезка так, чтобы получился прямоугольник, у которого отрезок AB явится диагональю.

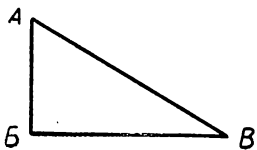


Рис. 222

6. Начертите треугольник, у которого есть прямой угол. Проведите два отрезка так, чтобы получился прямоугольник.

8. Измерение площади прямоугольника

1. Рассмотрите шахматную доску.

Сосчитайте число клеток шахматной доски. Это можно сделать двумя способами: 1) сосчитать подряд все клетки, их окажется 64; 2) сосчитать число клеток в горизонтальном ряду (их 8), в вертикальном ряду (их также 8). Умножить 8 на 8: $8 \times 8 = 64$.

2. Сосчитайте по рисунку 223 число мест в зрительном зале.

3. В зрительном зале Дома пионеров 24 ряда. В каждом ряду 15 стульев.

Сколько мест в зале?

4. Начертите по клеточкам прямоугольник длиной 7 клеточек, шириной 5 клеточек.

5. Сосчитайте, сколько клеточек тетради содержит наш прямоугольник. У вас получилось всего 35 клеточек. Заметим, что $7 \cdot 5 = 35$ и $5 \cdot 7 = 35$ (клеточек).

6. Сколько клеточек содержит прямоугольник, по одной стороне которого размещаются 8 клеточек, а по другой — 5 клеточек?

Вычислите число клеточек.

Начертите такой прямоугольник.

Проверьте полученное число непосредственным подсчетом.

7. Сколько клеточек содержат прямоугольники, изображенные на рисунке 224, а, б, в?

8. Начертите (по клеточкам) квадрат со стороной 9 клеточек. Сколько клеточек содержит этот квадрат? С помощью какого действия вы подсчитали число клеточек?

9. Длина прямоугольника — 17 клеточек, а ширина —

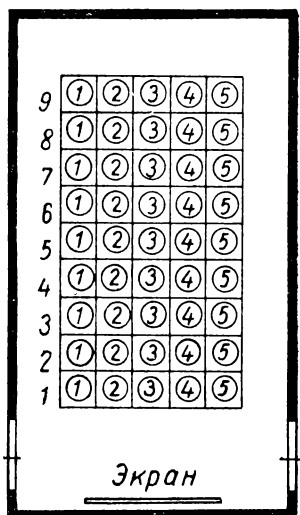


Рис. 223

5 клеточек. Сколько клеточек тетради содержит этот прямоугольник?

10. При решении задач 5 и 6 мы убедились, что число клеточек (квадратов), которые содержит прямоугольник, можно вычислить. Для этого нужно знать:

а) число клеточек, размещающихся вдоль длины (основание прямоугольника);

б) число клеточек, размещающихся вдоль ширины (высота прямоугольника).

Полученные числа перемножить.

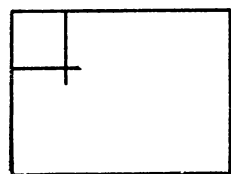
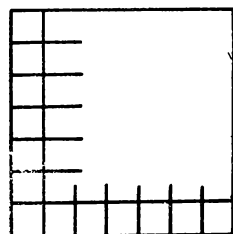
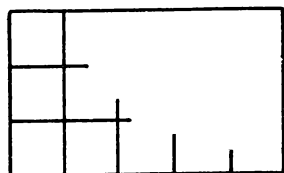


Рис. 224

11. Квадрат со стороной в 1 см будем называть **квадратным сантиметром**. На рисунке 225 изображен 1 сантиметр и 1 квадратный сантиметр.

Слова «квадратный сантиметр» после числа сокращенно записывают: *кв. см.*

Например, запись «4 кв. см.» означает «4 квадратных сантиметра».

12. Начертим прямоугольник длиной 5 см и шириной 1 см. Разделим полоску на квадратные сантиметры. Их у нас получится 5 (рис. 226). Говорят, что площадь этого прямоугольника — 5 квадратных сантиметров.

13. Найти площадь прямоугольника, основание которого равно 5 см, а высота — 2 см.

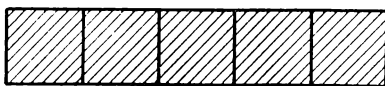
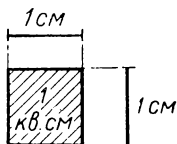


Рис. 225

Рис. 226

Найти площадь прямоугольника — значит сосчитать число квадратных сантиметров, содержащихся в прямоугольнике. Их будет 10. Следовательно, площадь прямоугольника равна 10 кв. см.

14. Мы узнали раньше, что число квадратов, содержащихся в прямоугольнике, можно вычислить.

Для этого, например, нужно измерить основание прямоугольника и его высоту. Длина основания (в сантиметрах) покажет, сколько квадратных сантиметров укладывается в один ряд. Длина высоты (в сантиметрах) покажет, сколько нужно таких рядов, чтобы заполнить весь прямоугольник квадратными сантиметрами.

Перемножим эти числа и получим площадь прямоугольника, выраженную в квадратных сантиметрах.

Для вычисления площади прямоугольника в квадратных сантиметрах мы:

- а) измеряем длину основания в сантиметрах,
- б) измеряем длину высоты в сантиметрах,
- в) перемножаем полученные числа.

Найти площадь прямоугольника, основание которого равно 8 см, а высота — 3 см.

Найти площадь прямоугольника, основание которого равно 7 см, а высота — 5 см.

15. Квадрат, сторона которого равна 1 дм, называется **квадратным дециметром**. Начертите дециметр. Начертите квадратный дециметр.

Вместо «1 квадратный дециметр» пишут: 1 кв. дм.

16. Начертите квадратный дециметр.

Разделите его (расчертите) на квадратные сантиметры. Сосчитайте или вычислите число квадратных сантиметров, содержащихся в 1 квадратном дециметре.

Окажется, что

$$1 \text{ кв. дм} = 100 \text{ кв. см.}$$

17. Основание прямоугольника равно 5 дм, высота — 4 дм. Вычислите площадь прямоугольника в квадратных дециметрах.

18. Сколько квадратных сантиметров содержится в 3 кв. дм? в 10 кв. дм? в 12 кв. дм?

19. Основание прямоугольника равно 20 см, высота — 3 дм. Вычислите площадь прямоугольника:

- а) в квадратных дециметрах,
- б) в квадратных сантиметрах.

20. Произвести измерения и вычислить площадь листа бумаги (тетради). Площадь крышки стола.

В каких единицах удобнее измерять площадь листа бумаги? площадь оконного стекла? площадь классной доски?

21. Квадрат, стороны которого равны 1 метру, называется **квадратным метром**.

Начертите 1 м и 1 кв. м на классной доске.

Посчитайте или вычислите, сколько квадратных дециметров содержит 1 кв. м.

Вычислите, сколько квадратных сантиметров содержит 1 кв. м. Составьте таблицу.

$$\begin{aligned} 1 \text{ кв. м} &= \dots \text{ кв. дм} \\ 1 \text{ кв. дм} &= 100 \text{ кв. см} \\ 1 \text{ кв. м} &= \dots \text{ кв. см} \end{aligned}$$

22. Иногда при измерении у нас не получается целого числа метров.

Результат измерения можно «округлить» — выразить целым числом метров.

Например, длина класса — 6 м 65 см, а ширина — 4 м 20 см.

Длина составляет 6 целых метров и еще 65 см; 65 см больше, чем полметра, следовательно, 6 м 65 см ближе к 7 м, чем к 6 м.

Можно записать так: 6 м 65 см \approx 7 м. Значок « \approx » заменяет слова «приблизительно равно».

Запись «6 м 65 см \approx 7 м» означает: «Длина класса приблизительно равна 7 м».

Ширина класса составляет 4 целых метра и еще 20 см; 20 см меньше, чем полметра, следовательно, 4 м 20 см ближе к 4 м, чем к 5 м.

Можно записать так: 4 м 20 см \approx 4 м и прочитать: «Ширина класса приблизительно равна 4 м».

а) К какому целому числу метров ближе: 4 м 57 см; 9 м 12 см; 11 м 3 дм; 7 м 9 см; 7 м 9 дм?

б) К какому целому числу дециметров ближе: 1 дм 7 см; 3 дм 2 см; 11 дм 6 см; 5 дм 5 см; 4 дм 9 см?

23. а) Округлить до метров:

1 м 8 дм; 3 м 51 см; 5 м 49 см; 7 м 50 см; 5 м 3 дм.

П р и м е ч а н и е. Когда при измерении, кроме целого числа единиц измерения, остается отрезок, равный половине единицы (например, половине метра, половине дециметра или половине сантиметра), то округление выполняется с избытком.

Например: $2\text{ м } 50\text{ см} \approx 3\text{ м};$

$1\text{ дм } 5\text{ см} \approx 2\text{ дм};$

$4\text{ см } 5\text{ мм} \approx 5\text{ см}$ и т. д.

б) Округлить до дециметров:

$4\text{ дм } 17\text{ см}; 2\text{ дм } 5\text{ см}; 7\text{ дм } 3\text{ см}.$

24. Измерьте длину и ширину своего класса (своей комнаты). Результаты измерений округлите (если нужно) и вычислите площадь пола.

25. Вычислить площадь квадрата со стороной $8\text{ см}; 5\text{ дм}; 3\text{ м}.$

26. Площадь квадрата равна $64\text{ кв. см}.$ Найти длину стороны этого квадрата.

27. Площадь квадрата равна $25\text{ кв. м}.$ Найти периметр этого квадрата.

28. Запись « $4 \times 8\text{ см}$ » часто используется на практике. Она читается так: «Прямоугольник четыре на восемь сантиметров» или «Прямоугольник, основание которого $4\text{ см},$ высота $8\text{ см}.$ »

Прочитайте записи: $20 \times 40\text{ мм}; 5 \times 9\text{ дм}; 17 \times 42\text{ м}; 3 \times 4\text{ км}; 4 \times 4\text{ м}.$

Вычислить площадь прямоугольника размером $4 \times 8\text{ см}.$

29. Площадь прямоугольника равна $12\text{ кв. см}.$

Начертить несколько прямоугольников, имеющих такую же площадь (основание и высота должны выражаться целым числом сантиметров).

Сколько таких прямоугольников?

30. Площадь прямоугольника равна 24 кв. см (стороны выражаются целым числом сантиметров). Найдите периметр этого прямоугольника.

31. Прямоугольник разделен на две части, размеры указаны на рисунке 227. Вычислить площадь прямоугольника (двумя способами).

32. Деталь сделана из двух пластинок прямоугольной формы. Пользуясь размерами, указанными на рисунке 228, вычислить площадь.

33. При измерении площадей больших фигур, например площади поля, огорода, сада, пользуются такими единицами площади: **аром** (или «соткой») и **гектаром**. Например, если площадь огорода, имеющего прямоугольную форму,

длиной 125 м и шириной 80 м измерять в квадратных метрах, то получится довольно большое число (найдите это число).

Еще большее число получится при измерении в квадратных метрах площади поля длиной 1250 м и шириной 800 м.

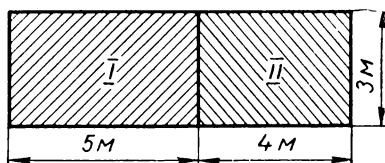


Рис. 227

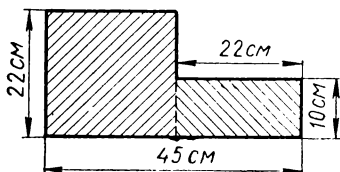


Рис. 228

1 ар содержит 100 кв. м. Это можно записать так:

$$1 \text{ а} = 100 \text{ кв. м.}$$

Например, площадь квадрата со стороной 10 м равна

$$10 \text{ м} \times 10 \text{ м} = 100 \text{ кв. м} = 1 \text{ а.}$$

Представление об аре можно получить, если на школьном участке построить (начертить на земле и отметить вершинами и веревкой или лентой стороны) квадрат со стороной 10 м.

34. Вычислить площади прямоугольных участков. Результат выразить в квадратных метрах и арах:

- а) $20 \times 5 \text{ м}$; $25 \times 4 \text{ м}$;
- б) $40 \times 5 \text{ м}$; $50 \times 4 \text{ м}$;
- в) $30 \times 40 \text{ м}$; $20 \times 4 \text{ м}$.

Примечание. 1 ар иногда называют соткой. Например, 5 соток — это значит 5 аров.

Площадь поля удобно измерять еще большей единицей — гектаром. Слово «гекто» означает «сто».

В переводе на русский язык «гектар» (буква «о» в слове «гекто» опускается) — сто аров, т. е. гектар составляет 100 аров.

$$\text{Но } 100 \text{ а} = 100 \text{ кв. м} \times 100 = 10\,000 \text{ кв. м.}$$

Следовательно,

$$1 \text{ гектар} = 10\,000 \text{ кв. м.}$$

После числа, записанного цифрами (или обозначенного буквой), слово «гектар» пишут кратко: *га*.

Например, вместо «20 гектаров» пишут «20 *га*».

35. Выразить в гектарах:

а) 150 000 кв. м; 21 000 кв. м;

б) 200 а; 5000 а; 75 000 а.

36. Представление об одном гектаре можно получить рассматривая, например, квадратный участок со стороной 100 м.

На экскурсии или на прогулке выберите поляну, отмерьте (приблизительно) квадрат со стороной 100 м (приблизно 150—160 шагов).

Станьте по сторонам и вершинам этого квадрата. Вот вы и получите представление о гектаре.

37. Вычислить площадь прямоугольного поля длиной 800 м, шириной 200 м. Поле занято картофелем. Урожай картофеля составляет 254 ц с одного гектара.

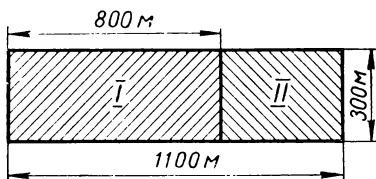


Рис. 229

Сколько картофеля собрали с этого поля?

38. Поле, изображенное на рисунке 229, разделено на два участка.

1-й участок засеян кукурузой, а 2-й—пшеницей. На 1 *га* высевали по 220 кг пшеницы, по 50 кг кукурузы. Сколько килограммов каждой культуры понадобилось для посева?

39. Составить таблицу единиц площади:

1 кв м = ... кв. дм

1 а = ... кв. м

1 кв. дм = ... кв. см

1 га = ... кв. м

1 кв. м = ... кв. см

1 га = ... а

9. Упражнения, уточняющие представления учащихся о множествах, отношениях множеств и их элементов

1. Начертите прямоугольник и круг внутри прямоугольника.

а) Отметьте точку, лежащую внутри прямоугольника и не лежащую внутри круга.

б) Можно ли отметить точку, лежащую внутри прямоугольника и внутри круга?

в) Можно ли отметить точку, лежащую внутри круга, но не лежащую внутри прямоугольника?

г) Отметьте точку, лежащую вне прямоугольника. Как она расположена относительно круга?

2. Начертите круг и квадрат, который весь находится вне круга.

а) Отметьте точку, лежащую внутри круга. Как расположена она относительно квадрата?

б) Существует ли точка, лежащая внутри круга и внутри квадрата?

в) Существует ли точка, лежащая вне круга и вне квадрата?

3. Начертите два квадрата так, чтобы были точки, лежащие внутри обоих квадратов; точки, лежащие внутри первого, но вне второго квадрата; точки лежащие внутри второго, но вне первого квадрата.

Закрасьте часть первого квадрата, лежащую вне второго, в синий цвет; часть второго, лежащую вне первого, — в красный цвет. Общую часть квадратов оставьте незакрашенной.

4. Начертите два круга радиусом 4 см так, чтобы расстояние между их центрами было равно 5 см. Обозначим первый круг буквой *A*, второй — буквой *B*.

Отметим точку, лежащую:

а) внутри круга *A* и внутри круга *B*;

б) внутри круга *A*, но не внутри круга *B*;

в) внутри круга *B*, но вне круга *A*;

г) вне круга *A* и вне круга *B*.

5. Рассмотрим чертеж предыдущей задачи.

а) Общую часть кругов (в которой лежат точки, принадлежащие и кругу *A*, и кругу *B*) закрасить красным карандашом.

б) Часть круга, в которой расположено множество точек, лежащих внутри *A* и вне *B*, закрасить зеленым карандашом.

в) Часть круга, в которой расположено множество точек, лежащих вне *A* и внутри *B*, закрасить синим карандашом.

6. Круг *A* полностью лежит внутри круга *B*, а круг *B* полностью лежит внутри круга *B*. Не вычерчивая кругов, ответить на следующие вопросы:

- а) Как лежит круг A относительно круга B ?
- б) Есть ли точки, лежащие внутри каждого из кругов?
- в) Есть ли точки, лежащие внутри A и вне B ?

7. Нарисуйте круги к предыдущей задаче. Закрасьте синим карандашом фигуру, в которой расположено множество точек, лежащих вне B , но внутри B .

8. Начертите у себя в тетради круги A , B и B , как на рисунке 230. Закрасьте:

а) в красный цвет — фигуру, внутри которой расположено множество точек, лежащих внутри A , внутри B , внутри B ;

б) в желтый цвет — фигуру, внутри которой расположено множество точек, лежащих внутри A , внутри B , но вне B ;

в) в зеленый цвет — фигуру, внутри которой расположены точки, лежащие внутри B , внутри B , но вне A ;

г) в синий цвет — фигуру, внутри которой расположены точки, лежащие внутри A , внутри B , но вне B .

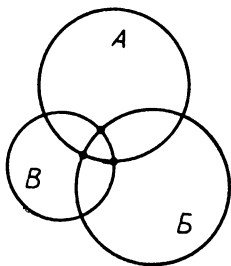


Рис. 230

10. Использование фигур для иллюстраций долей величины

1. Начертите отрезок. Найдите его середину. Покажите половину отрезка.

2. Начертите отрезок AB длиной 80 мм. Найдите его середину O . Найдите середины каждого из двух полученных отрезков AO и BO .

1) Назовите четверть отрезка AB .

2) Назовите половину отрезка AB .

3) Чему равно расстояние между серединами отрезков AO и OB ?

3. Вырежьте из бумаги два одинаковых круга.

Перегибайте первый круг так, чтобы линия сгиба проходила через центр (иногда говорят: «перегибайте круг по диаметру»).

Линия сгиба — диаметр. Диаметр разделит круг на две части.

Разрежьте круг по диаметру. Диаметр делит круг на две равные части.

Проверьте это наложением одной части на другую. Покажите половину круга.

4. Разделите (с помощью перегибания) круг на четыре равные части.

Вырежьте одну четвертую часть.

5. Начертите круг. Разделите (по линейке) его на две равные части. Заштрихуйте половину круга.

6. Нарисуйте круг. Разделите его на четыре равные части. Заштрихуйте три четверти круга.

7. Деление квадрата пополам. Вырежьте из бумаги два квадрата.

а) Первый квадрат разрежем по диагонали. Мы получим два треугольника. Сравним их наложением.

б) Возьмем другой квадрат. Найдем середины двух противоположных сторон. Соединим середины двух противоположных сторон отрезком. Разрежем квадрат по этому отрезку. Мы получим два прямоугольника. Сравним их наложением.

8. Начертите квадрат. Разделите его на четыре равные части тремя способами так, чтобы:

- 1) каждая часть была квадратом;
- 2) каждая часть была треугольником;
- 3) каждая часть была прямоугольником.

9. Начертите круг. Разделите его на восемь равных частей. Заштрихуйте семь восьмых. Какая часть круга осталась незаштрихованной?

10. На рисунке 231 квадрат разделен на 8 равных частей. Придумайте другой способ деления квадрата на 8 равных частей так, чтобы при этом не нужно было проводить диагоналей.

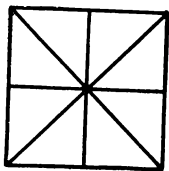


Рис. 231

11. Начертите квадрат со стороной в 9 см, разделите его на 9 равных частей двумя способами:

а) каждая часть должна иметь форму квадрата;

б) каждая часть должна иметь форму прямоугольника.

12. Разделите прямоугольник на две равные части:

а) с помощью диагонали;

б) с помощью отрезка, соединяющего середины противоположных сторон.

13. Разделите прямоугольник:

а) на шесть равных частей;

б) на восемь равных частей.

11. Геометрическая иллюстрация деления с остатком

1. Дана прямая. Отложите на ней отрезок длиной 12 см. Для этого нужно на прямой поставить две точки на расстоянии 12 см друг от друга.

2. Возьмите циркуль. Раздвиньте его ножки на 2 см. Узнайте, сколько раз отрезок в 2 см отложится на отрезке в 12 см.

3. Начертите отрезок длиной 13 см. С помощью циркуля узнайте, сколько раз отрезок в 2 см можно отложить на отрезке в 13 см. Какой длины отрезок останется?

Сравните с делением $13 : 2 = 6$ (ост. 1).

4. Сколько раз отрезок в 3 см можно отложить на отрезке в 13 см. Какой длины отрезок останется?

Узнайте при помощи деления с остатком. Проверьте на чертеже.

5. При помощи деления с остатком узнайте, сколько раз отрезок длиной 5 см можно отложить на отрезке длиной 87 см.

12. Взаимное положение угла и точки

1. Точка O находится вне угла A (рис. 232). Рассмотрите рисунок и скажи громко: «Точка O находится вне угла A ».

2. Точка M находится внутри угла B (рис. 233). Рассмотрите рисунок и скажи вслух: «Точка M находится внутри угла B ».

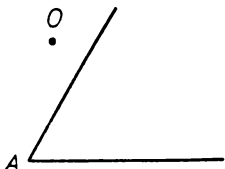


Рис. 232

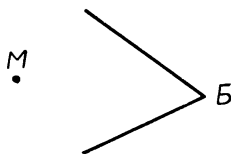


Рис. 233

3. По чертежу (см. рис. 232) измерь расстояние от точки O до вершины угла.

4. По чертежу (см. рис. 233) измерь расстояние от точки M до вершины угла B .

5. Точка K лежит на стороне угла O . Измерьте отрезок OK . Рассмотрите рисунок 234. Скажите вслух: «Точка K лежит на стороне угла O ».

6. Начертите тупой угол и точку внутри угла. Соедините отрезком эту точку с вершиной угла. Измерьте длину этого отрезка.

7. Начертите острый угол. Отметьте на одной стороне угла точку. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

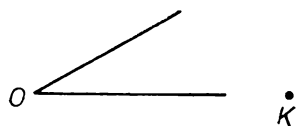


Рис. 234

8. Начертите прямой угол. Вне этого угла поставьте точку. Определите расстояние от этой точки до вершины угла.

9. Начертите прямой угол. Его вершину обозначьте буквой *A*. На одной стороне угла отметьте точку *B* на расстоянии 25 мм от вершины. На другой стороне отметьте точку *B* на расстоянии 45 мм от вершины. Измерьте расстояние между точками *B* и *B*.

13. Фигуры и их углы

1. Может ли у одного и того же треугольника быть два тупых угла? два прямых угла? один прямой и один тупой угол?

2. Начертите треугольник, у которого все три угла острые.

3. Начертите треугольник, у которого один угол прямой.

4. Начертите треугольник, у которого один угол тупой.

5. Сколько углов образуют две пересекающиеся прямые линии? Начертите две пересекающиеся прямые линии. Обозначьте цифрами получившиеся углы.

6. Начертите прямоугольник длиной 8 см и шириной 6 см. Проведите в нем диагонали. Какие углы образуют диагонали этого прямоугольника?

7. Начертите квадрат со стороной 5 см. Проведите диагонали квадрата. Можно ли сказать, что «диагонали квадрата образуют четыре прямых угла»? Проверьте это при помощи чертежного треугольника.

8. Начертите два квадрата: один квадрат — со стороной 7 см, другой — со стороной 4 см. Проведите диагонали этих квадратов. Какие углы образуются диагоналями квадратов? Можно ли сказать, что «диагонали любого квадрата образуют при пересечении прямые углы?»

9. Скажите вслух:

а) «Диагонали прямоугольника при пересечении образуют два тупых и два острых угла».

б) «Диагонали квадрата при пересечении образуют четыре прямых угла».

10. Если из какой-нибудь точки, лежащей на прямой, провести луч, то получатся два угла (рис. 235). Угол 1 — острый, угол 2 — тупой. Проведите луч так, чтобы получилось два прямых угла.

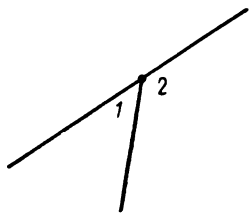


Рис. 235

14. Первоначальные представления об осевой симметрии

1. Возьмите лист бумаги. Нанесите на него (ближе к одному из краев) каплю чернил или туши. Не давая высохнуть чернилам, перегните лист бумаги. Плотнo прижмите сложенные части листа. Раскройте листок. Вы увидите, что по разные стороны от линии сгиба получились совершенно одинаковые отпечатки. Повторите этот опыт еще раз.

2. Возьмите небольшой лист бумаги (желательно черной, которая служит, например, упаковкой для фотоматериалов). Перегните его. Хорошо разгладьте линию сгиба. С помощью иголки или булавки нанесите (наколите) на нем какой-нибудь рисунок так, чтобы игла каждый раз прокалывала обе части сложенного листа. Раскройте листок и посмотрите на него «на свет». Что вы увидите? Как расположились фигуры относительно линии сгиба?

3. Возьмите лист бумаги. Перегните его пополам. Хорошо прогладьте линию сгиба. Отметьте на линии сгиба две точки. Не раскрывая листа бумаги, вырежьте какой-нибудь узор так, чтобы не перерезать линию сгиба на отрезке, ограниченном точками. Расправьте листок бумаги.

Вы увидите, что фигуры, расположенные по разные стороны от линии сгиба, совершенно одинаковы — они совпадут, если лист снова перегнуть около этой линии.

4. Рассмотрите фигуры, расположенные по разные стороны от прямой так, как показано на рисунке 236. Говорят, что фигуры с и м м е т р и ч н ы относительно этой прямой. Прямая в этом случае называется осью симметрии.

5. На рисунке 237 мы видим изображения фигур, симметричных относительно прямой.

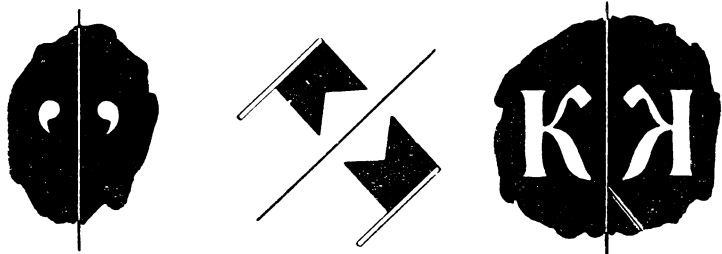


Рис. 236



Рис. 237

6. Говорят, что кленовый лист симметричен, или обладает осью симметрии (рис. 238). Назовите еще растения, листья которых имеют ось симметрии.



Рис. 238

7. Часто оконные рамы симметричны. Покажите, как проходит ось симметрии оконной рамы. Назовите еще предметы или их части, обладающие осью симметрии. В каждом случае покажите, как проходит эта ось.

8. Нарисуйте прямоугольник. Нарисуйте его ось симметрии. Сколько осей симметрии имеет прямоугольник? Нарисуйте все оси симметрии вашего прямоугольника.

9. Нарисуйте квадрат и все оси симметрии квадрата. Сколько осей симметрии имеет квадрат?

10. Нарисуйте круг. Имеет ли круг ось симметрии? Сколько осей симметрии имеет круг?

11. Нарисуйте четырехугольник, который бы не имел осей симметрии.

12. Нарисуйте треугольник, не имеющий осей симметрии; имеющий хотя бы одну ось симметрии. Нарисуйте эту ось.

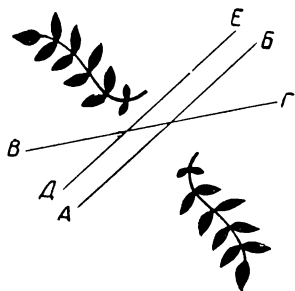


Рис. 239

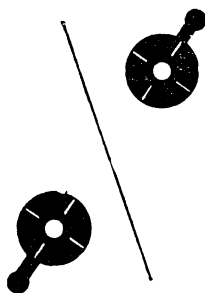


Рис. 240

13. Относительно какой из трех прямых AB , $ВГ$ или $ДЕ$, симметричны эти две фигуры (рис. 239)?

14. Симметричны ли фигуры, изображенные на рисунке 240, относительно прямой? Если нет, то проведите ось симметрии.

15. Прямоугольный параллелепипед. Куб

1. На рисунке 241 изображены призмы. Вся их поверхность состоит только из прямоугольников. Такие призмы называются **прямоугольными параллелепипедами**. Скажите вслух: «Прямоугольный параллелепипед».

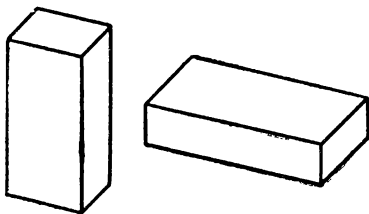


Рис. 241

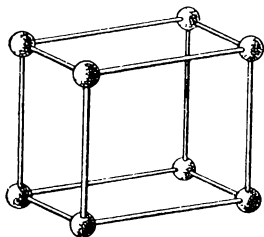


Рис. 242

2. Ящик имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Прочитайте каждое предложение вслух.

3. Посмотрите вокруг себя. Назовите еще предметы, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда. Рассмотрите модель параллелепипеда.

4. Модель прямоугольного параллелепипеда можно изготовить из палочек и кусочков (шариков) пластилина. На рисунке 242 изображена такая модель.

Сделайте модель прямоугольного параллелепипеда.

5. Сосчитайте, сколько палочек мы взяли для изготовления модели параллелепипеда. Сколько кусочков пластилина?

Палочки — ребра прямоугольного параллелепипеда.

Кусочки пластилина — вершины прямоугольного параллелепипеда.

а) Сколько ребер у параллелепипеда?

б) Сколько вершин у параллелепипеда?

6. Поставьте модель прямоугольного параллелепипеда на стол. Посмотрите на нее сверху. Какую фигуру вы видите? Какая фигура снизу? Рассмотрите параллелепипед сбоку. Вы увидите прямоугольники.

Эти прямоугольники — грани параллелепипеда. Сколько граней у параллелепипеда?

7. Возьмите модель параллелепипеда в руки. Внимательно рассмотрите ее. Скажите вслух: «Это прямоугольный параллелепипед».

«У прямоугольного параллелепипеда 8 вершин» (покажите их).

«У прямоугольного параллелепипеда 12 ребер» (покажите их).

«У прямоугольного параллелепипеда 6 граней» (покажите их).

«Все грани прямоугольного параллелепипеда — прямоугольники».

8. Можно измерить длину, ширину и высоту прямоугольного параллелепипеда (рис. 243).

9. Измерьте длину, ширину и высоту шкафа, чемодана и других предметов, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда. Составьте таблицу:

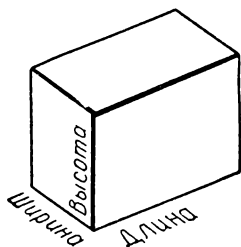


Рис. 243

№ п/п	Название предмета	Длина	Ширина	Высота
1	Шкаф для книг	110 см	50 см	210 см
2	Чемодан	50 см	30 см	15 см
3	Кирпич			
4	Коробка для спичек			

10. Слово «высота» иногда можно заменить словом «глубина» или «толщина».

Можно сказать: «Измерьте длину, ширину и ... книги». «Длина бассейна для плавания — 25 м, ширина — 12 м и ... — 2 м».

11. Комната имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Какую форму имеет ваша классная комната? Измерьте длину, ширину и высоту класса. Измерьте длину, ширину и высоту комнаты, где вы живете.

12. Учащиеся сделали проволочную модель прямоугольного параллелепипеда.

Длина 15 см, ширина — 10 см, высота — 12 см.

Сколько всего сантиметров проволоки израсходовали на изготовление модели?

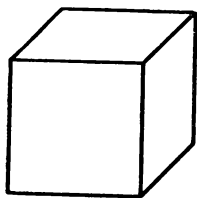


Рис. 244

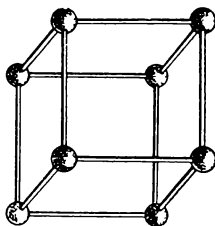


Рис. 245

13. На рисунке 244 изображен куб. Сколько граней у куба?

Все ребра куба равны между собой. Какую форму имеют грани куба? Сколько вершин у куба? Сколько ребер у куба?

14. Модель куба можно сделать из палочек и кусочков пластилина. Для этого нужно взять ... палочек ... длины и ... кусочков пластилина. Вставьте пропущенные числа и слова.

Сделайте модель куба. Сравните вашу модель с кубом, изображенным на рисунке 245.

15. Мальчики сделали из кусочков проволоки модель куба. Длина каждого ребра куба равна 12 см. Какой длины кусок проволоки нужно взять для изготовления такого куба?

16. Можно ли из куска проволоки длиной 150 см изготовить модель куба с ребром в 12 см, в 15 см?

17. У Вовы кусок проволоки длиной 78 см. Из нее он сделал модель куба с ребром в 2 см. Сколько проволоки осталось у Вовы?

18. Можно ли сказать так: «Куб — это прямоугольный параллелепипед, у которого длина, ширина и высота равны между собой»?

19. Ученики разрезали кусок проволоки на кусочки и сделали из них модель прямоугольного параллелепипеда. Длина параллелепипеда — 8 см, ширина — 5 см и высота — 3 см. Какой длины кусок проволоки был у учеников?

16. Кривая поверхность. Плоскость. Полуплоскость

1. Представление о кривой поверхности нам дает, например, поверхность шара, поверхность электрической лампочки.

Назовите еще примеры поверхностей, дающих представления о кривой поверхности.

2. Часто мы говорим: «плоская поверхность» или «плоскость».

Представление о плоскости дает, например, поверхность оконного стекла.

Чем больше лист стекла, тем точнее будет наше представление о плоскости.

Назовите еще примеры поверхностей, дающих представление о плоскости.

3. Всю плоскость изобразить на рисунке невозможно. Поэтому плоскость часто изображают, как показано на рисунке 246.

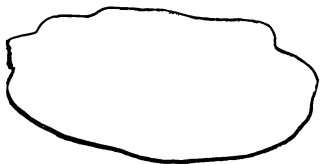


Рис. 246

Некоторые фигуры, которые мы изучали, представляют собой части плоскости.

4. Рассмотрите модель конуса. Укажите части кривой поверхности.

5. Рассмотрите модель цилиндра. Укажите на нем поверхности, дающие представление о плоскости.

6. Прямая AB , проведенная на плоскости, делит ее на две части (две половины) — полуплоскости (рис. 247).

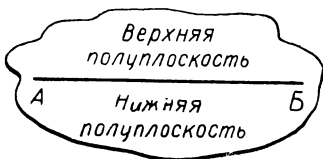
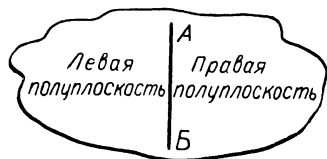


Рис. 247

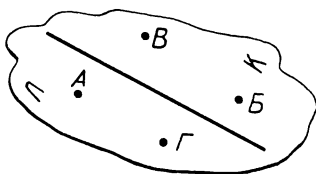


Рис. 248

Прямая AB называется ребром полуплоскости.

7. На рисунке 248 изображена плоскость, разделенная на две полуплоскости K и L .

Точки A и B лежат в разных полуплоскостях. Точки B и V лежат в полуплоскости Точки G и A лежат в полуплоскости ... (назвать пропущенное).

Отрезок BB лежит в одной полуплоскости. Назовите отрезок, лежащий в обеих полуплоскостях.

8. Изобразить плоскость. Разделить ее на две полуплоскости. Начертить отрезок так, чтобы он весь лежал в одной из полуплоскостей. Начертить отрезок, концы которого лежат в разных полуплоскостях. Отметить точку на ребре полуплоскости.

9. Изобразить плоскость. Разделить ее прямой OH на две полуплоскости. Начертить луч AB так, чтобы он весь расположился в одной из полуплоскостей. Изобразить луч, который начинается в одной из полуплоскостей и лежит в обеих полуплоскостях.

10. Вообразите, что лист бумаги представляет плоскость. Отметьте на этом листе три точки A , B и V . Перегните лист бумаги так, чтобы прямая (линия сгиба) разделяла плоскость на две полуплоскости и чтобы точки B и V

оказались в различных полуплоскостях, а точки A и B — в одной полуплоскости.

11. На листе бумаги изобразить два отрезка, путем перегибания разделить плоскость на две полуплоскости так, чтобы оба отрезка лежали в разных полуплоскостях.

12. Повторить условия предыдущей задачи, но перегнуть лист бумаги так, чтобы оба отрезка лежали в одной и той же полуплоскости.

13. Повторить условия задачи 11, но перегнуть лист бумаги так, чтобы концы каждого из отрезков оказались в разных полуплоскостях.

17. Вычерчивание фигур с помощью циркуля и линейки. Моделирование из бумаги

1. Начертите окружность. Отметьте на ней точку B . Не меняя положения ножек циркуля, из этой точки (как из центра) проведите окружность, которая пересечет первую окружность в точках A и B (рис. 249, a). Из этих точек (центров) проведите еще окружности (радиус не изменять).

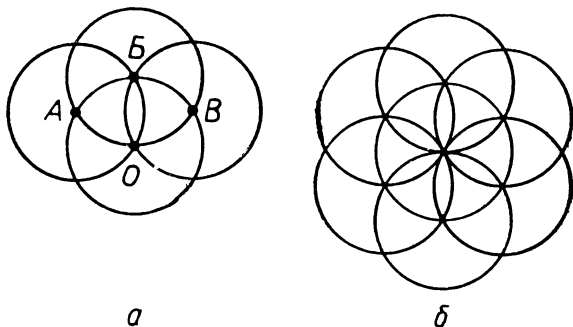


Рис. 249

Продолжайте вычерчивание окружностей, и вы получите фигуру, изображенную на рисунке 249, b .

2. С помощью циркуля можно разделить окружность на 6 равных частей, на 3 равные части.

Начертите окружность. Возьмите на ней точку (A); не меняя радиуса, из этой точки сделайте засечки, получите точки B и B (рис. 250, a). Сделайте так же еще три засечки.

Вы получите шесть точек, разделивших окружность на 6 равных частей (рис. 250, б).

Если взять точки «через одну», то окружность будет разделена на 3 равные части.

3. Начертите окружность. Как и в предыдущей задаче, разделите ее на 6 равных частей (точками $A, Б, В, Г, Д, Е$). Соедините последовательно эти точки. Вы получите шестиугольник (рис. 251). Заметим, что все вершины этого шестиугольника лежат на окружности. Такой шестиугольник называется **вписанным**.

4. Начертите окружность. Разделите ее на шесть равных частей. Обозначьте точки деления (через одну) буквами $A, Б, В$.

Соедините отрезками эти точки. Вы получите треугольник, все вершины которого лежат на окружности. Такой треугольник называется **вписанным**.

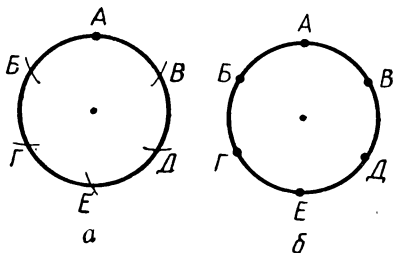


Рис. 250

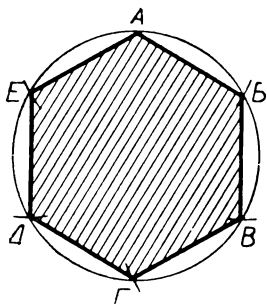


Рис. 251

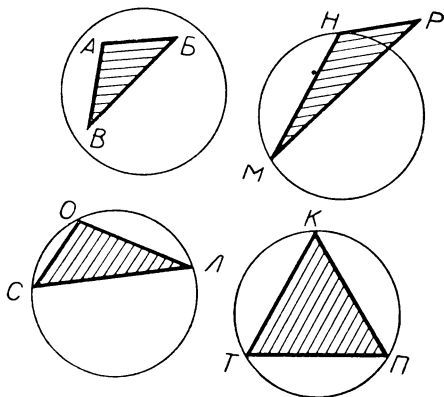


Рис. 252

5. Назовите, какие из треугольников, изображенных на рисунке 252, будут вписанными.

6. Для того чтобы получить вписанный прямоугольник, достаточно начертить окружность и два (любых) диаметра.

Соедините концы диаметров отрезками, и вы получите вписанный прямоугольник.

Проверьте это.

7. Для того чтобы получить вписанный квадрат, поступают так же, как и в предыдущей задаче, но следят чтобы диаметры пересекались под прямым углом.

Начертите вписанный квадрат.

8. С помощью пересеченных в задачах построений можно вычерчивать много разнообразных узоров. По-

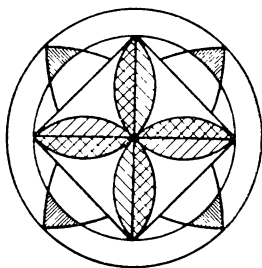


Рис. 253

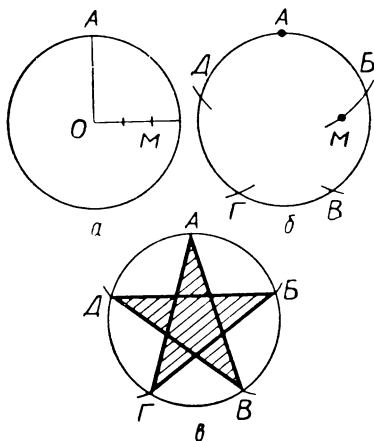


Рис. 254

пробуй (с помощью циркуля и линейки) начертить такой же узор, как на рисунке 253.

9. С помощью циркуля и чертежного угольника можно довольно точно начертить пятиугольную звезду. Для этого поступают следующим образом:

- чертят окружность;
- проводят два радиуса (под прямым углом);
- один из радиусов делят на три равные части (рис. 254, а) и отмечают точку М;
- одну ножку циркуля ставят в точку А, вторую — в точку М и таким радиусом из точки А делают засечки В и Д;
- из точки В (тем же радиусом) делают засечку (В) и из точки Д — засечку (Г). (Рис. 254, б.)

Полученные точки соединяют так, как показано на рисунке 254, в.

10. Как построить треугольник, каждая сторона которого равна данному отрезку? Например, начертим треугольник, каждая сторона которого равна 3 см.

а) Начертим отрезок $AB=3$ см.

б) Из точки A проведем дугу, как на рисунке 255, а.

в) Из точки B проведем дугу, как на рисунке 255, б.

Обозначим точку пересечения дуг буквой B . Соединим отрезком точки A , B , B .

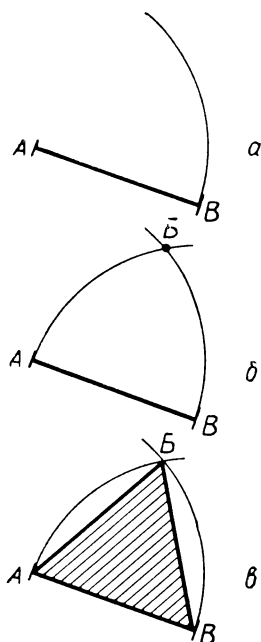


Рис. 255

У треугольника $AB'B$ (рис. 255, в) длина каждой стороны — 3 см. Проверьте это.

11. Мы знаем, что у куба 6 граней. Каждая грань — квадрат.

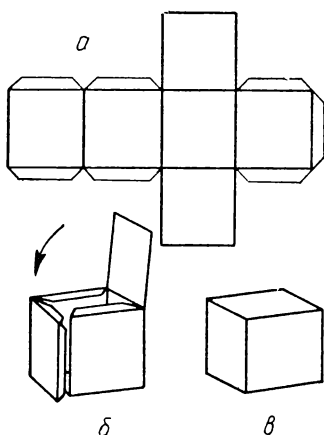


Рис. 256

Начертите на листе бумаги 6 квадратов так, как это изображено на рисунке 256, а.

Вырежьте, оставляя «края» для склеивания (обозначены тонкими линиями).

Перегните вырезку (она называется разверткой куба) как показано на рисунке 256, б.

Склейте. Получилась модель куба (рис. 256, в).

Изготовьте бумажную модель куба, ребро которого равно 5 см.

12. Модель какого геометрического тела получится из развертки, изображенной на рисунке 257, а? на рисунке 257, б? на рисунке 257, в?

Попробуйте изготовить такие модели.

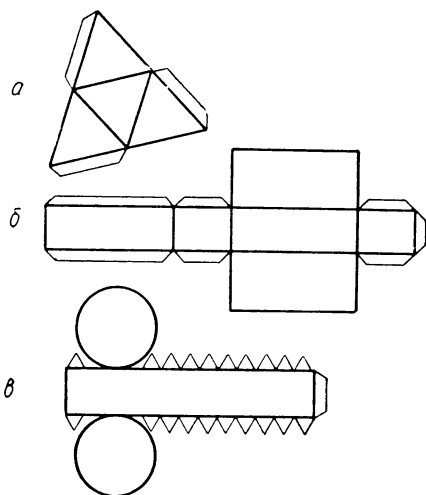


Рис. 257

18. Примерный словарь, которым должны овладеть учащиеся III класса

В связи с выполнением учащимися III класса целого ряда новых для них упражнений закрепляется и несколько расширяется словарь, приобретенный в I—II классах. Это расширение происходит в связи с усвоением терминологии, относящейся:

1. К понятиям **круг, окружность, радиус, диаметр, центр круга.**

2. К свойствам диагоналей прямоугольника (диагональ — отрезок, соединяющий противоположные вершины; диагональ делит прямоугольник на два равных треугольника).

3. К понятию **угол.**

Вершины угла, стороны угла. Угол прямой, тупой, острый. Точка лежит «внутри», «вне» угла. Точка лежит на стороне угла. Модель угла. Малка.

Угол ... больше (меньше) угла ...

Угольник, чертежный треугольник.

4. К понятию **периметр фигуры**. Сумма длин всех сторон фигуры (название). Сумма всех сторон фигуры.

5. К понятию **площадь прямоугольника**. Единица измерения площади. Квадратная единица. Квадратный сантиметр, квадратный метр, квадратный дециметр, ар, гектар.

Основание, высота прямоугольника.

Число квадратов, размещающихся в один ряд по основанию (по высоте). Сколько квадратных сантиметров содержит прямоугольник?

6. К делению отрезка, прямоугольника, квадрата, круга на несколько равных частей.

Отложи на прямой последовательно ... равных отрезков. Раздели отрезок на ... равные части. Сравни отрезки с помощью циркуля.

Раздели прямоугольник (квадрат, круг) на ... равных частей. Сравни части (наложением).

7. К построению прямоугольника (квадрата) с помощью чертежного треугольника и линейки. Проведем луч (отрезок) из точки прямой так, чтобы образовался прямой угол. От точки ... отложим отрезок длиной ...

8. К понятию **параллельные прямые** (отрезки). Прямые пересекаются. Точка пересечения прямых. Прямые не пересекаются. Отрезок лежит на прямой. Отрезки лежат на пересекающихся прямых. Отрезки лежат на параллельных прямых. Отрезки параллельны. Противоположные стороны прямоугольника параллельны. Эти (назвать) стороны четырехугольника не параллельны.

9. К первоначальным теоретико-множественным представлениям. Несколько точек. Множество точек. Фигура — множество точек. Фигура *A* полностью лежит внутри (вне) фигуры *B* (название фигур). Часть фигуры *A* лежит внутри фигуры *B*. Общая часть фигур *A* и *B*.

10. К характеристике формы геометрических тел. Вершины, грани, ребра куба (прямоугольного параллелепипеда). Измерения куба (прямоугольного параллелепипеда): длина, ширина, высота, толщина, глубина. Форма граней. Длина ребер. Число вершин (граней, ребер). Грань дает представление о плоскости. Грань куба — квадрат. Грани прямоугольного параллелепипеда — прямоугольники.

11. К характеристике поверхности тел. Кривая поверхность. Поверхность шара дает представление о кривой по-

верхности. Поверхность оконного стекла дает представление о плоской поверхности — плоскости. Плоскость. Часть плоскости. Многоугольник — часть плоскости. Грань — часть плоскости. Круг — часть плоскости. Полуплоскость. Ребро полуплоскости.

12. К характеристике представлений учащихся об осевой симметрии. Фигура, симметричная относительно прямой (оси); не симметричная. Ось симметрии. Эти фигуры симметричны относительно прямой. Эта фигура (назвать) имеет ... (назвать число) осей симметрии.

19. Примерный перечень умений и навыков, которыми должны овладеть учащиеся III класса

1. Уметь начертить окружность данного радиуса с центром в данной точке. Уметь определить радиус (диаметр) окружности (круга), если задан ее центр. Уметь определить расстояние между центрами двух окружностей (кругов); начертить два круга заданных диаметров на заданном расстоянии между центрами.

Уметь разделить (диаметрами) круг на 2, 4, 8 равных частей; разделить окружность на 6, 3 равные части.

2. Уметь сделать модель угла из двух палочек (полосок картона), сбитых гвоздиком или скрепленных кусочком пластилина. Показать при помощи этой модели прямой, острый, тупой углы.

Уметь сравнивать углы с помощью чертежного треугольника.

Уметь пользоваться малкой для сравнения углов. Уметь обозначить угол одной буквой или цифрой. Вычерчивать прямые, острые, тупые углы.

Уметь показать вершину и стороны угла, определить взаимное положение точки и угла на плоскости (точка «внутри», «вне», на стороне угла).

Уметь начертить прямой, тупой и острый углы с вершиной в заданной точке.

Уметь показать на рисунках и окружающих предметах прямой, тупой и острый углы.

Уметь проверить прямой угол.

3. Уметь измерять и вычислять периметр многоугольника; составлять формулы, упрощающие (в некоторых случаях) эти вычисления.

Уметь (с помощью циркуля и линейки) строить отрезок, равный периметру фигуры.

4. Уметь разделить отрезок на несколько равных частей.

5. Уметь построить с помощью угольника, линейки, циркуля луч, образующий прямой угол с данной прямой.

Уметь построить (на гладкой бумаге) прямоугольник, квадрат заданных размеров.

6. Уметь (по чертежу или на окружающих предметах) отмечать пересекающиеся и непересекающиеся прямые — параллельные прямые (отрезки). С помощью линейки и угольника уметь строить параллельные прямые (отрезки).

7. Уметь выполнить измерение длины и ширины (основания и высоты) прямоугольника и вычислить его площадь.

Уметь составить таблицу единиц измерения площадей.

8. Уметь построить диагонали четырехугольника. Уметь достраивать прямоугольный треугольник до прямоугольника (так, чтобы гипотенуза сделалась диагональю).

9. Уметь определить принадлежность (или непринадлежность) точки к данной фигуре, к двум данным фигурам, к трем данным фигурам. Фигуры могут пересекаться.

10. Уметь разделить прямоугольник, квадрат, круг, отрезок на 2, 3, 4, 6, 8, 9 равных частей. Уметь устанавливать (наложением) равенство этих частей (долей величины).

11. Уметь из множества призм выделить куб и прямоугольный параллелепипед; назвать число их вершин, ребер, граней; измерить длину, ширину, высоту; определить форму каждой грани.

Уметь изготовить из палочек и кусочков пластилина модели куба и прямоугольного параллелепипеда.

Уметь на модели и на предметах, имеющих форму куба или прямоугольного параллелепипеда, производить измерения длины, ширины, высоты, толщины, глубины.

12. Уметь определить характер частей поверхности предметов и моделей геометрических тел: указать часть предметов, дающих представления о кривой поверхности, о плоскости.

Уметь изображать плоскость (условно вычерчивать ее). Уметь изобразить полуплоскость, дать примеры из окружающей обстановки, указать ребро полуплоскости.

20. Список учебно-наглядных пособий для III класса.

В III классе к тем пособиям, которые использовались в I и во II классах, добавляются:

1. Демонстрационная модель малки.
2. Демонстрационная модель «подвижного угла».
3. Набор прямоугольных параллелепипедов. Размер каждого $2 \times 4 \times 8$ см. На каждого учащегося должно приходиться не менее чем по два параллелепипеда. Набор может быть изготовлен (напилен) из дерева самими учащимися в школьных мастерских.
4. Каркасный (модель) куб с ребром 15 см. Куб может быть изготовлен из проволоки. Вершины обозначены шариками.
5. Каркасный параллелепипед размером $5 \times 10 \times 15$ см.

СИСТЕМА ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В IV КЛАССЕ

1. Прямая линия. Луч. Отрезок

1. Установить на глаз, какие из линий, изображенных на рисунке 258, прямые.

2. Сколько отрезков изображено на рисунке 259, а? Сколько отрезков изображено на рисунке 259, б? Обозначить концы отрезков буквами. Назвать отрезки.

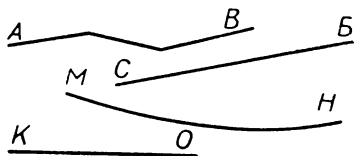


Рис. 258

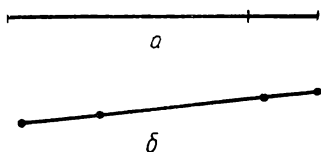


Рис. 259

3. Сколько лучей изображено на рисунке 260?

4. Сравнить на глаз отрезки AB и KH (рис. 261), $ЛО$ и $ТП$. Результат проверить измерением. Можно ли сравнить эти отрезки, не измеряя их?

5. Какие фигуры изображены на рисунке 262?

6. Отрезок AB больше отрезка BV (рис. 263). Это можно записать так: $AB > BV$.

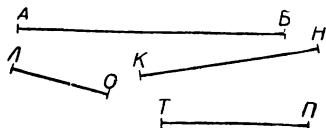


Рис. 261



Рис. 260

7. Найти наибольшую и наименьшую стороны ломаной. Результат записать с помощью знака «>» — больше.

8. Сравнить попарно с помощью циркуля-измерителя стороны треугольника $ОКМ$ (рис. 262). Вместо звездочек поставить знак «>» или «<»: $ОК * КМ$; $КМ * ОМ$; $ОК * ОМ$.

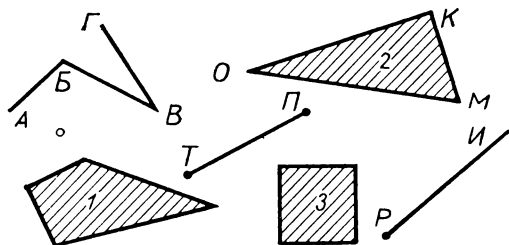


Рис. 262

9. Начертить луч. Отложить от его начала (точки O) отрезок $ОМ=3$ см и отрезок $ОК=5$ см.

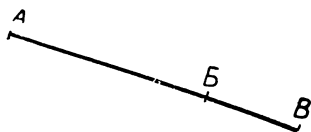


Рис. 263

10. Вся ли прямая $АВ$ изображена на рисунке 264? Весь ли отрезок $МО$ изображен на рисунке? Весь ли луч $ПТ$ изображен на рисунке?

резок от прямой?

12. Иногда луч называют словом «полупрямая». Как разделить прямую на две полупрямые?

13. Пересекает ли прямая $АВ$ отрезок $ВГ$ (рис. 265)? Пересекает ли луч $ОС$ прямую $КН$? Пересекает ли луч $ОС$ прямую

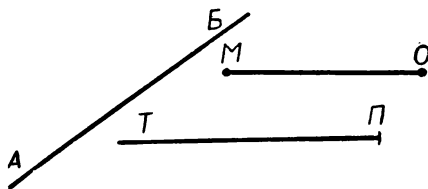


Рис. 264

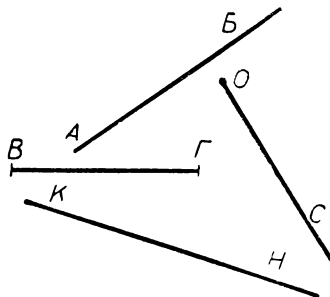


Рис. 265

АВ? Пересекает ли прямая АВ прямую КН?

14. Как расположены точки А, Б, В, Г, Д относительно прямой МН, изображенной на рисунке 266? Относительно луча КР?

15. Начертить два отрезка АВ и ДК. Продолжить отрезок АВ так, чтобы получился луч АВ, а отрезок ДК так, чтобы получился луч КД.

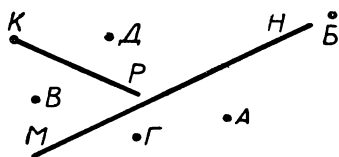


Рис. 266

2. Взаимное положение точки и плоскости

1. До сих пор мы рассматривали точки, прямые, отрезки и другие фигуры, расположенные в какой-нибудь одной плоскости, например в плоскости листа бумаги или в плоскости классной доски. Пусть конец карандаша изображает точку. В случае, если конец карандаша находится на поверхности листа бумаги, то изображаемая им точка лежит в плоскости этого листа. Но как только мы поднимем карандаш, то его конец — точка — оказывается вне плоскости листа бумаги.

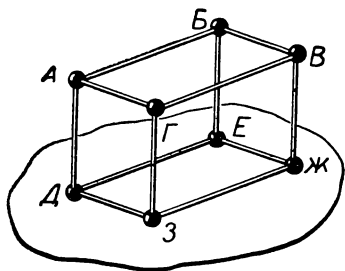


Рис. 267

2. Рассмотрим рисунок 267. Мы говорим: «Вершина Д лежит в плоскости грани ДЕЖЗ». Лежит ли в этой плоскости вершина А?

«Точка А ... в плоскости грани ДЕЖЗ» (назвать пропущенное слово или слова).

3. а) Назовите вершины, лежащие в плоскости нижней грани прямоугольного параллелепипеда, изображенного на рисунке 267.

б) Назвать вершины, не лежащие в плоскости нижней грани этого параллелепипеда.

в) Назвать вершины, не лежащие в плоскости передней (левой, правой) грани прямоугольного параллелепипеда, изображенного на рисунке 267.

4. а) Приведите примеры точек, лежащих в плоскости пола вашего класса.

б) Укажите точку, которая одновременно лежала бы в плоскости пола и в плоскости одной из стен.

в) Можно ли указать точку, которая одновременно лежит в плоскости пола и в плоскостях двух каких-нибудь стен?

г) Можно ли указать точку, которая лежит и в плоскости пола и в плоскости потолка?

д) Можно ли указать точку, которая не лежит в плоскости пола и в плоскости потолка? Сколько таких точек?

е) Укажите точку, которая не лежит ни в одной из плоскостей стен, пола и потолка вашего класса.

Примечание. Пусть моделью точки служит конец указки. Указать точку — значит найти соответствующее место для конца указки.

5. Пользуясь рисунком 267, ответить на вопросы:

а) Плоскостям каких граней прямоугольного параллелепипеда принадлежит точка B ?

б) Плоскостям каких граней прямоугольного параллелепипеда не принадлежит точка E ?

6. Возьмем точку, расположенную внутри прямоугольного параллелепипеда. Мы установили, что эта точка не принадлежит ни какой из плоскостей его граней.

а) Можно ли сказать, что «любая точка, лежащая вне прямоугольного параллелепипеда, не принадлежит ни одной из плоскостей его граней»? Привести примеры, доказывающие или опровергающие это утверждение.

б) Точка лежит вне прямоугольного параллелепипеда. Может ли эта точка одновременно принадлежать плоскостям двух его граней? Привести примеры, подтверждающие или опровергающие утверждение.

в) На прямой линии, содержащей ребро прямоугольного параллелепипеда, взята точка. Плоскостям каких граней прямоугольного параллелепипеда принадлежит эта точка?

Примечание. При выполнении этих упражнений можно использовать модель или чертеж прямоугольного параллелепипеда, (см. рис. 267).

3. Сумма отрезков. Периметр фигуры

1. Измерить отрезки MH и NK . Вычислить длину MK и результат проверить измерением (рис. 268).

2. Измерить стороны каждой из фигур на рисунке 269. Вычислить их периметры (сумма длин всех сторон фигуры). Периметр какой фигуры больше?

3. На рисунке 270 изображен отрезок $AB=3$ см. Продолжить отрезок по линейке в одну и другую стороны.

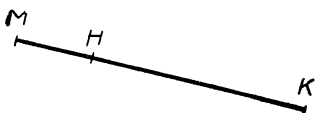


Рис. 268

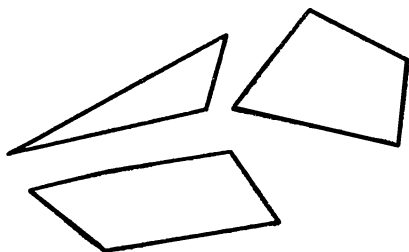


Рис. 269

Отложить от точки A на луче BA отрезок $AM=4$ см. Отложить от точки B в направлении луча AB отрезок $BH=2$ см. Вычислить длину отрезка MH . Результат проверить измерением.



Рис. 270

4. Начертить треугольник, обозначить его вершины (например, A, B, B).

С помощью циркуля от точки B (в направлении луча AB) отложить отрезок BH , равный отрезку BV . Отложить от точки A (в направлении луча BA) отрезок AM , равный отрезку AB .

Можно ли теперь с помощью одного измерения найти периметр треугольника ABV ? Найдите периметр треугольника ABV .

5. Начертить какой-нибудь четырехугольник. Продолжить одну из его сторон. На продолжении этой стороны последовательно отложить отрезки, равные трем другим сторонам четырехугольника.

Найдите периметр четырехугольника одним измерением.

6. Не выполняя измерений, установить, периметр какой из фигур, изображенных на рисунке 271, больше?

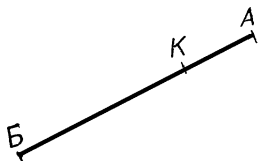
Соединить (последовательно) отрезками эти точки. Найти периметр ломаной $ABVG$.

The diagram shows a triangle with vertices labeled A, B, and B. A line segment connects point A to a point labeled F. Another line segment connects point E to a point labeled 3. The triangle is formed by points A, B, and B.

8. На плане (рис. 272) изображены маршруты движения двух пионерских отрядов в походе. Отряды вышли одновременно и одновременно прибыли к месту назначения (совхоз «Заря»). Какой из отрядов прошел меньшее расстояние? Какой из отрядов двигался с большей скоростью?

1. Измерить отрезки AB и AK . Вычислить длину отрезка KB . Результат проверить измерением (рис. 273).

2. На сколько наибольшая сторона треугольника (см. рис. 271) больше его наименьшей стороны?



3. Одним измерением установить, на сколько периметр одной фигуры больше периметра другой фигуры (см. рис. 271).

164

б) К какому из концов отрезка точка пересечения ближе? На сколько? (рис. 274).

5. Точка O (рис. 275) находится вне квадрата $AB\Gamma B$. Найти наименьшее и наибольшее расстояние точки O от вершины квадрата. На сколько наименьшее расстояние меньше наибольшего?

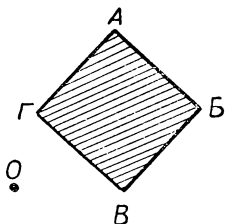


Рис. 275

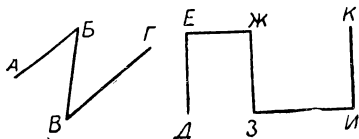


Рис. 276

6. На сколько миллиметров периметр треугольника (см. рис. 271) больше его наименьшей стороны? наибольшей стороны?

5. Задачи (составление выражений, уравнений)

1. Выполнить измерение отрезков и составить выражение для вычисления периметра ломаных линий (рис. 276).

2. Выполнить измерения и составить выражения для вычисления периметров фигур, изображенных на рисунке 277.

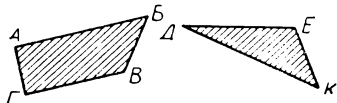


Рис. 277

3. Составить выражение для вычисления периметра ломаной, полученной в задаче 7, стр. 164.

4. Используя рисунок 278, а, составить уравнение и решить его.

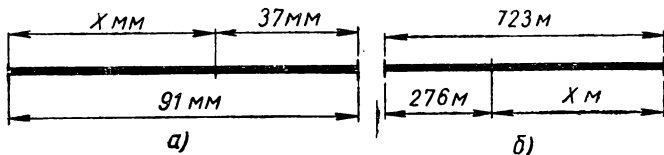


Рис. 278

5. Используя рисунок 278, б, составить уравнение и решить его.

6. Взаимное положение прямой и плоскости

1. На рисунке 279 изображена прямая AB , лежащая в плоскости O . Мы знаем, что прямая AB делит плоскость O на две полуплоскости.

Существуют прямые линии, не лежащие в плоскости O , например прямая $МК$. Эта прямая имеет с плоскостью O одну общую точку K .

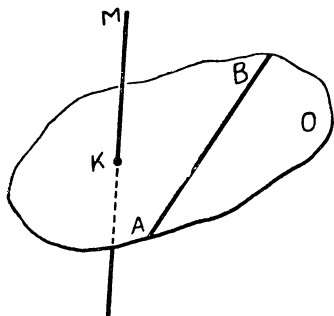


Рис. 279

Говорят так: если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то **прямая пересекает плоскость**.

2. Пусть кусочек картона (или фанеры) изображает плоскость, а кусок хорошо выпрямленной проволоки (или карандаш) изображает прямую линию.

а) Расположите прямую линию так, чтобы она пересекала плоскость.

б) Расположите прямую линию так, чтобы она лежала в плоскости.

в) Можно ли расположить прямую линию так, чтобы она не лежала в плоскости и не пересекала эту плоскость?

3. Возьмите кусок прямой проволоки или карандаш. Это будет модель прямой линии.

а) Расположите прямую линию так, чтобы она пересекала плоскость потолка. Будет ли при этом прямая линия пересекать плоскость пола?

б) Расположите прямую так, чтобы она пересекала плоскости пола, потолка и всех четырех стен.

в) Расположите прямую линию так, чтобы она пересекала только плоскости пола и потолка.

г) Расположите прямую линию так, чтобы она пересекала только плоскости всех четырех стен.

д) Расположите прямую линию так, чтобы она пересекала плоскости только двух стен.

4. Каждое ребро куба определяет положение одной прямой линии.

Будем считать ребра прямоугольного параллелепипеда моделями прямых линий. Рассмотрите рисунок 267 (или модель прямоугольного параллелепипеда) и назовите пря-

мые линии (ребра, которые принадлежат этим прямым линиям):

- а) лежащие в плоскости нижней грани параллелепипеда;
- б) не лежащие в плоскости нижней грани;
- в) не пересекающие плоскость нижней грани;
- г) пересекающие плоскость передней грани;
- д) не имеющие общих точек с плоскостью верхней грани;
- е) имеющие только одну общую точку с плоскостью задней грани.

В ы в о д. Рассматривая взаимное положение прямой и плоскости, мы установили три возможных случая:

1. **Прямая лежит в плоскости** — все точки прямой принадлежат плоскости.

2. **Прямая не лежит в плоскости и имеет с плоскостью только одну общую точку** — **прямая пересекает плоскость**.

3. **Прямая не лежит в плоскости и не имеет с плоскостью ни одной общей точки** — **прямая не пересекает плоскость**.

4. Пользуясь рисунком 280 (или моделью) четырехугольной пирамиды, назвать, считая ребра моделями прямых линий:

- а) прямые линии, лежащие в плоскости грани ABO ;
- б) прямые линии, пересекающие плоскость грани ABO ;
- в) прямые линии, не пересекающие плоскость грани ABO .

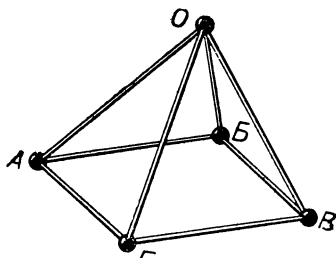


Рис. 280

7. Использование геометрических фигур для иллюстрации долей величины

1. Начертить прямоугольник и заштриховать его половину. (Решить задачу несколькими способами.)

2. На сколько частей разделена каждая фигура на рисунке 281? Какие доли фигуры получились при этом.

3. Начертите прямоугольник и заштрихуйте его четвертую долю.

4. Начертите прямоугольник и заштрихуйте его третью долю.

5. Дан отрезок AB (рис. 282). Начертить четвертую долю отрезка AB , третью долю.

6. На рисунке 283 изображен пришкольный участок. Изобразить (на отдельных рисунках) несколько различных по форме шестых долей этого участка.

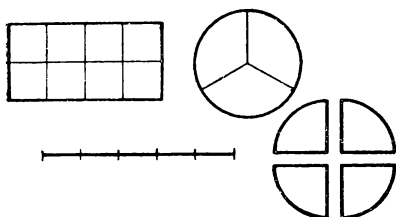


Рис. 281

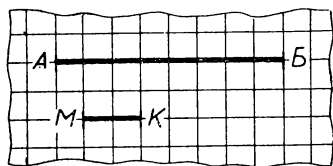


Рис. 284

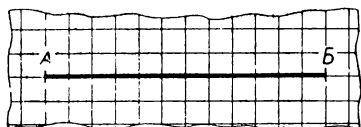


Рис. 282

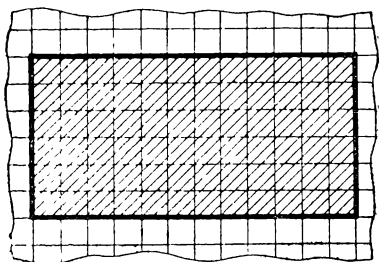


Рис. 283

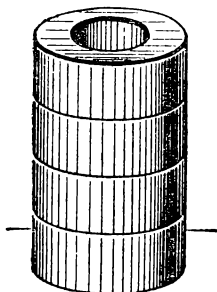


Рис. 285



Рис. 286

7. Какую долю отрезка AB составляет отрезок MK ? (Рис. 284.)

8. Закрасим одну грань куба (показать на модели). Какую долю поверхности куба закрасили?

9. Деталь состоит из отдельных одинаковых цилиндров (рис. 285). Какую долю детали составляет один цилиндр? 2 цилиндра? 3 цилиндра?

10. Из шашек сложен столбик (рис. 286). Какую форму имеет столбик?

Какую долю этого столбика составляют 4 шашки?

11. Вырезать из бумаги квадрат и разрезать его на четвертые доли, не перерезая ни одной из сторон.

12. Как разрезать круг на 8 равных частей? Какие доли круга получаются при этом?

13. На рисунке 287 заштрихованы три восьмые доли круга. Сколько и каких долей остальных фигур заштриховано на рисунке?

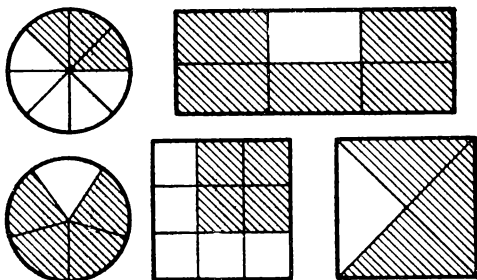


Рис. 287

14. На рисунке 288 изображен отрезок AB . Начертить отдельно три четвертых отрезка AB , пять четвертых отрезка AB .

15. Построить (по клеточкам) прямоугольник $ABFG$ длиной 12 клеточек, высотой 6 клеточек. Изобразить прямоугольник, равный:

- а) двум третям прямоугольника $ABFG$;
- б) двум шестым прямоугольника;
- в) пяти шестым прямоугольника;
- г) пяти третям прямоугольника.

8. Угол. Сравнение углов

1. Возьмем полуплоскость и на ее ребре AB отметим точку O .

Проведем в полуплоскости луч OK . Этот луч разделил полуплоскость на две части. Каждая из частей полуплоскости называется углом. Заштрихуем одну часть полуплоскости (рис. 289).

Мы заштриховали угол.

Точка O называется вершиной угла, а лучи OK и OB — сторонами угла.

2. Угол можно обозначить тремя буквами: например, заштрихованный угол можно обозначить $КОБ$ или $БОК$.

Следует запомнить, что буква, обозначающая вершину угла, записывается между двумя другими.

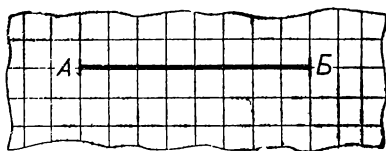


Рис. 288

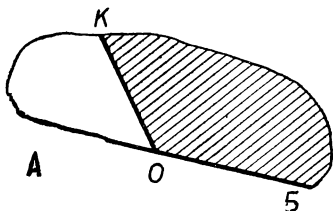


Рис. 289

Назвать вершину и стороны незаштрихованного угла. Назвать и записать этот угол.

Весь ли угол изображен на рисунке 289?

3. Прочитать и записать углы, изображенные на рисунке 290.

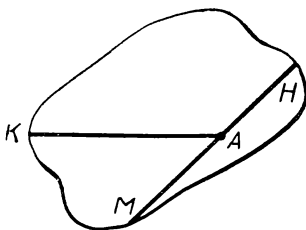


Рис. 290

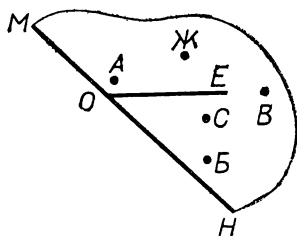


Рис. 291

4. Изобразить полуплоскость с ребром $МН$. Отметить на ребре точку $Б$. Начертите луч $БА$. Прочитать и записать получившиеся углы. Отметьте внутри угла $МБА$ точку $Е$, а внутри угла $АБН$ — точку $В$.

Пересекает ли луч $БА$ отрезок $ВЕ$?

5. Назовите точки, которые лежат внутри угла $МОЕ$, вне угла $НОЕ$. Как относительно угла $МОЕ$ расположена точка $С$? точка $Ж$? Как точки расположены относительно угла $НОЕ$? (Рис. 291.)

6. Луч $МА$ и $МБ$ — стороны угла. Точка $М$ — вершина угла. Заштрихуйте угол $АМБ$. Изобразите полуплоскость, в которой получен этот угол. Сколько таких полуплоскостей можно изобразить?

7. Назвать и записать заштрихованные и незаштрихованные углы на рисунке 292.

8. Доказать, что незаштрихованную часть плоскости (рис. 293) можно назвать углом.

Можно ли назвать углом заштрихованную часть плоскости?

9. Назвать и записать углы, изображенные на рисунке 294.

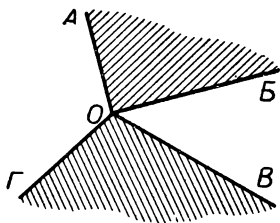


Рис. 292

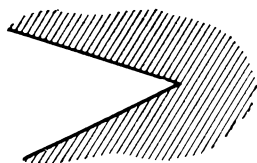


Рис. 293

10. Возьмите кусок бумаги неправильной формы. Вообразите, что он представляет собой плоскость. Разделите плоскость на две полуплоскости (разрежьте по линии сгиба).

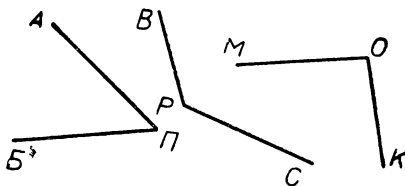


Рис. 294

Возьмите одну полуплоскость и (перегибанием) разделите ее на два угла.

Возьмите другую полуплоскость. Можно ли разделить ее на три угла? Сделайте это.

11. Изобразите (нарисуйте) полуплоскость. Отметьте на ребре полуплоскости точку. Сколько лучей нужно провести в полуплоскости из этой точки, чтобы получить три угла? Проведите эти лучи. Обозначьте буквами, прочитайте и запишите полученные углы.

12. Из одной точки провести три луча так, чтобы получилось три угла.

13. Лежит ли вершина угла ABV внутри угла COK ? Лежит ли вершина угла COK внутри угла ABV ? Пересекаются ли стороны этих углов? (Рис. 295.)

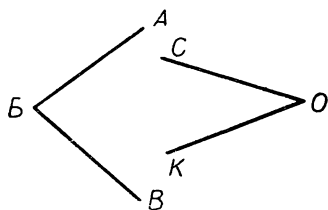


Рис. 295

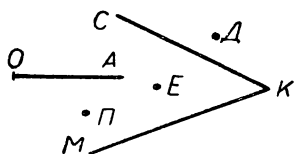


Рис. 296

14. Лежит ли начало луча OA внутри угла SKM ? Лежит ли каждая из точек D , E , Π внутри угла SKM ? (Рис. 296.) пересекает ли луч OA стороны угла?

15. Описать расположение луча OK и угла ABV на рисунках 297, а, б.

16. Сколько углов изображено на рисунке 297? Прочитать углы.

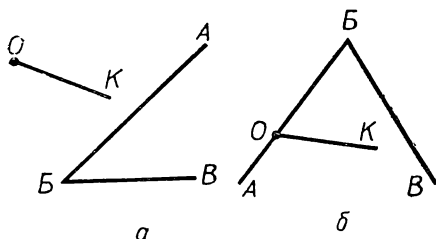


Рис. 297

17. Вырезать из бумаги несколько углов.

Взять два угла и наложить один из них на другой так, как наложен угол $BOГ$ на угол BOA (рис. 298).

18. Два угла называются равными, если можно один из них наложить на другой так, чтобы они совпали всеми своими точками.

19. Найти среди вырезанных углов два равных угла. Как вырезать два равных угла? несколько равных углов?

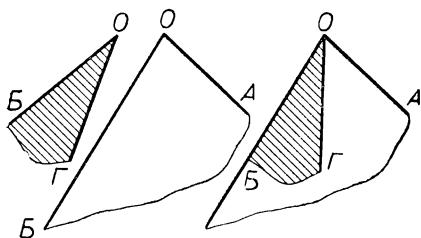


Рис. 298

20. На рисунке 298 видно, что углы $BOГ$ и BOA не могут совпасть ни при каком наложении.

Такие углы нельзя считать равными.

Угол $BOГ$ составляет часть угла BOA (он весь лежит внутри угла BOA). Поэтому угол $BOГ$ меньше угла BOA , и, наоборот, угол BOA больше угла $BOГ$.

Взять два угла, вырезанные из бумаги, и сравнить их наложением.

21. Вырезать из бумаги угол и разрезать его на два неравных угла.

22. Вырезать из бумаги угол и разрезать его на два равных угла.

23. Можно ли угол, вырезанный из бумаги, разрезать на 4 равных угла?

Как это выполнить? Как доказать, что все полученные углы равны?

24. Сколько углов получится при пересечении двух прямых линий?

Выполнить чертежи. Записать углы.

25. Начертить треугольник $ABВ$. Продолжить его стороны так, чтобы получился угол $BAВ$. Продолжить стороны треугольника так, чтобы получился угол $ABВ$. Получатся ли при этом построении другие углы?

26. Начертить прямоугольник $ABВГ$ со сторонами 3 см 5 мм и 2 см 4 мм.

Продолжить стороны прямоугольника так, чтобы получился угол $BBГ$.

9. Задачи

1. Составить выражение для вычисления периметра квадрата со стороной 8 см.

2. Составить выражение для вычисления площади прямоугольника, основание которого равно 3 м, а высота — a м. Вычислить площадь прямоугольника при $a=2$ м; 5 м.

3. Площадь прямоугольника равна 12 кв. см. Стороны прямоугольника выражаются целым числом сантиметров. Какими могут быть основание и высота такого прямоугольника?

4. Составить выражение для вычисления периметра квадрата со стороной X .

Вычислить периметр при $X=3$ см; 2 см; 25 мм;

5. Составить выражение для вычисления площади квадрата (см. предыдущую задачу).

Вычислить эту площадь при заданных значениях X .
 6. Составить выражение для вычисления периметра прямоугольника со сторонами: а) 20 м и 15 м; б) x м и 8 м; в) a м и b м.

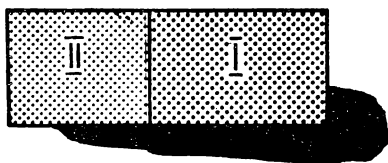


Рис. 299

9. Ширина каждого участка ... м (рис. 299). Длина I участка ... м, длина II участка ... м. Подобрать числа и составить двумя способами выражения для вычисления общей площади двух участков. Сравнить эти выражения.

10. Объем прямоугольного параллелепипеда

1. На рисунке 300 изображен прямоугольный параллелепипед. Прямоугольник $ABFG$ — одна из граней, отрезок AD — одно из ребер, точка E — одна из вершин прямоугольного параллелепипеда.

а) Сколько граней имеет прямоугольный параллелепипед? Назовите их.

б) Сколько ребер у прямоугольного параллелепипеда? Назовите их.

в) Сколько вершин? Назовите вершины прямоугольного параллелепипеда.

2. Пользуясь рисунком 300 и моделью, ответить на следующие вопросы:

а) Какие ребра выходят из вершины E ?

б) Сколько и какие ребра сходятся в вершине A ?

в) Назвать два ребра, имеющие общую точку.

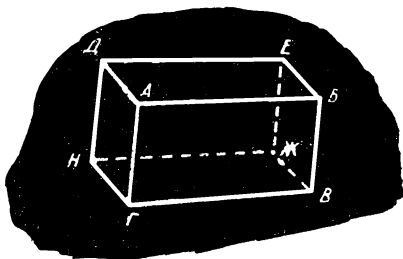


Рис. 300

г) Назвать (указать) три ребра, имеющие одну общую точку.

д) Можно ли указать четыре ребра, имеющие общую точку?

е) Назвать два ребра, не имеющих общей точки.

ж) Назвать три ребра, не имеющих общей точки.

3. Пользуясь рисунком 293 и моделью, ответить на следующие вопросы:

а) Сколько и какие грани сходятся в ребре AB ? в ребре BV ? в ребре AD ?

б) Сколько ребер лежит в грани $ABVG$? в грани $ABED$?

в) Сколько вершин лежит в грани $BVЖE$?

г) Сколько и какие грани сходятся в вершине D ?

4. На модели или на окружающих предметах, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, показать:

а) противоположные грани;

б) ребра, имеющие одинаковые направления.

5. Прямоугольный параллелепипед можно положить любой гранью на плоскую поверхность.

Эту грань называют основанием.

Грань $ABKL$ — основание параллелепипеда (рис. 301).

а) Назвать ребра, принадлежащие основанию прямоугольного параллелепипеда.

б) Назвать вершины, принадлежащие основанию прямоугольного параллелепипеда.

6. Из вершины A прямоугольного параллелепипеда, изображенного на рисунке 301, выходят три ребра. Два из них AB и AL , принадлежащие основанию, называют **длиной** и **шириной** прямоугольного параллелепипеда, а третье — AG — **высотой**.

Назвать другие ребра, также являющиеся длиной, шириной и высотой прямоугольного параллелепипеда.

7. Модель прямоугольного параллелепипеда положить на стол (различными гранями).

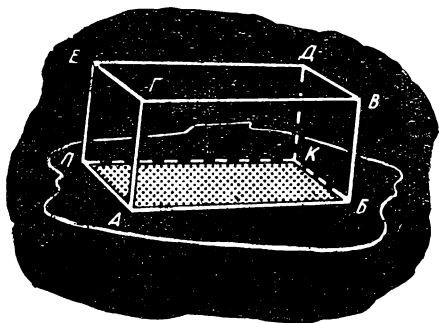


Рис. 301

Показать для каждого отдельного случая основания, боковые грани, длину, ширину и высоту.

8. Можно ли назвать куб прямоугольным параллелепипедом? Можно ли прямоугольный параллелепипед назвать кубом?

9. Сколько маленьких кубиков пошло на «постройку» куба, изображенного на рисунке 302.

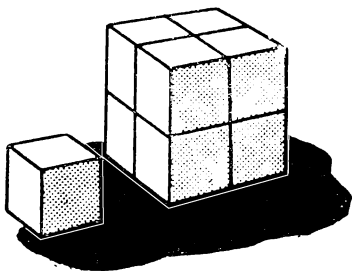


Рис. 302

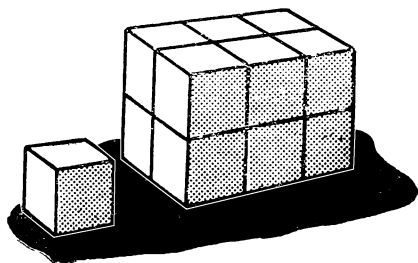


Рис. 303

10. Сколько кубиков пошло на «постройку» прямоугольного параллелепипеда, изображенного на рисунке 303?

11. Куб, ребро которого равно 1 см, называется кубическим сантиметром (рис. 304).

Сколько кубических сантиметров содержится в прямоугольном параллелепипеде, кубе (изображенных на рисунке 304)?

12. Взять из арифметического ящика два кубических сантиметра и сложить из них прямоугольный параллелепипед. Найти длину, ширину и высоту этого параллелепипеда.

13. Сложить из четырех кубических сантиметров прямоугольный параллелепипед. Найти его длину, ширину и высоту. Можно ли из них сложить иной прямоугольный параллелепипед? Найти его измерения (длину, ширину, высоту).

14. Сколько кубических сантиметров можно разместить в один слой (вплотную друг к другу) на прямоугольнике размерами: а) 3×4 см; б) 8×2 см; в) 20×12 см; г) $25 \times \alpha$ см; д) $m \times 3$ см?

15. Сколько кубических сантиметров можно разместить вплотную друг к другу на прямоугольнике (рис. 305): а) в один слой; б) в три слоя; г) в 10 слоев; д) в 2 слоя?

Найти длину, ширину и высоту каждого из получившихся параллелепипедов.

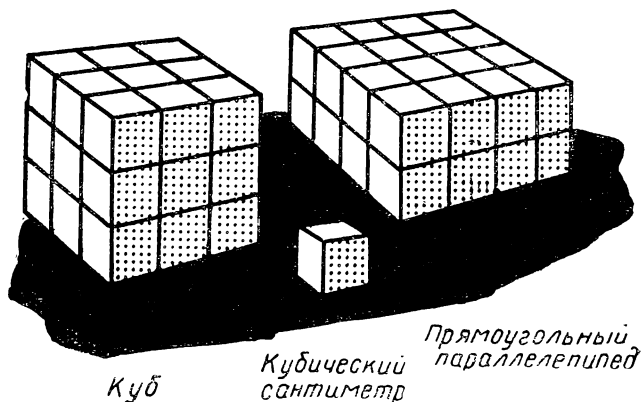


Рис. 304

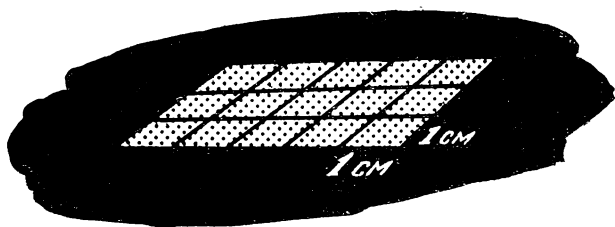


Рис. 305

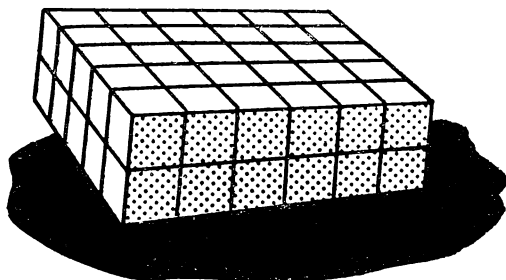


Рис. 306

16. Сколько кубических сантиметров можно разместить вплотную на прямоугольнике, длина которого равна 8 см,

а ширина — 6 см, чтобы получился прямоугольный параллелепипед высотой 5 см?

17. На сколько кубических сантиметров разрезан прямоугольный параллелепипед, изображенный на рисунке 306?

18. На сколько кубических сантиметров можно разрезать прямоугольный параллелепипед, размеры которого: а) $20 \times 10 \times 5$ см (20 см — длина, 10 см — ширина, 5 см — высота); б) $3 \times 8 \times 12$ см; в) $5 \times 11 \times a$ см; г) $x \times 3 \times b$ см?

19. Сколько кубических сантиметров содержится в каждом из прямоугольных параллелепипедов, размеры которых указаны в таблице:

№ п/п	Длина	Ширина	Высота	Число кубических сантиметров
1	4	8	10	
2	7	5	4	
3	3	a	1	
4	x	3	y	

20. Число, показывающее, сколько кубических сантиметров содержится в прямоугольном параллелепипеде, называется его объемом (в кубических сантиметрах).

21. Сформулировать правило вычисления объема прямоугольного параллелепипеда.

22. Найти объем прямоугольного параллелепипеда длиной 4 см, шириной 3 см и высотой 5 см.

23. Площадь основания прямоугольного параллелепипеда равна 15 кв. см, высота — 4 см. Найти объем (в кубических сантиметрах).

24. Можно ли сказать, что объем прямоугольного параллелепипеда (в кубических сантиметрах) равен площади основания (в квадратных сантиметрах), умноженной на высоту (в сантиметрах).

Взять модель прямоугольного параллелепипеда, выполнить необходимые измерения и вычислить объем (в кубических сантиметрах).

25. Найти объем куба, ребро которого равно: а) 2 см; б) 4 см; в) 5 см; г) 20 см.

26. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 12 куб. см (кубических сантиметров). Найти его возможные измерения.

27. Найти общий объем двух прямоугольных параллелепипедов, изображенных на рисунке 307.

28. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 400 куб. см. Найти объем прямоугольного параллелепипеда:
а) с таким же основанием и вдвое большей высотой; б) с такой же высотой, но вдвое большим основанием.

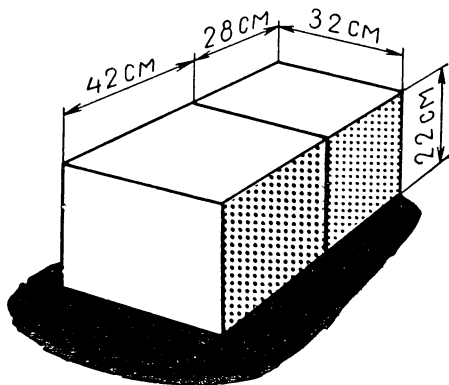


Рис. 307

29. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 420 куб. см, а высота — 4 см.

Найти площадь основания.

30. З а д а н и е. Склеить из бумаги модель прямоугольного параллелепипеда, используя выкройку (развертку),

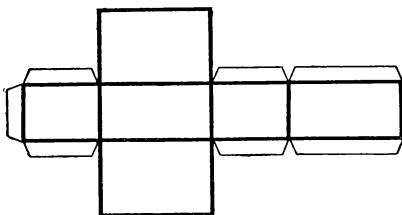


Рис. 308

ку), изображенную на рисунке 308. Развертку начертить так, чтобы параллелепипед имел следующие размеры:

	Длина	Ширина	Высота
I вариант	8 см	5 см	6 см
II вариант	10 см	6 см	4 см
III вариант	7 см	4 см	5 см
IV вариант	6 см	5 см	3 см

Изготовленные учащимися модели распределить так, чтобы у каждого из них оказалась модель другого варианта.

Ставится задача: выполнить необходимые измерения и вычислить: а) площади граней; б) объем параллелепипеда.

31. З а д а н и е. Из миллиметровой бумаги вырезать два квадрата со стороной 10 см (квадратный дециметр).

а) У первого квадрата вырезать (по углам) по одному квадратному сантиметру и сделать коробку (рис. 309). Вычислить объем этой коробки.

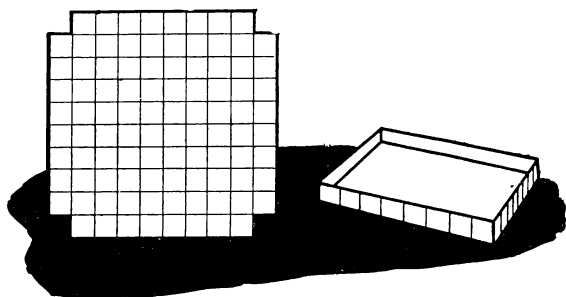


Рис. 309

б) У второго квадрата вырезать (по углам) по 4 кв. см. Сделать коробку. Вычислить объем коробки.

в) Найти объем коробки, которую можно сделать из квадратного дециметра, вырезав по 9 кв. см (по углам). Модели не готовить.

г) Не изготавливая модели, найти объем коробки, которую можно сделать из квадратного дециметра, вырезав (по углам) по 16 кв. см.

11. Виды углов

Развернутый угол

1. На рисунке 310 изображена малка. Она служит для сравнения углов. Сравнить на глаз углы (рис. 311): а) ABC и HME ; б) HME и OPK ; в) OPK и ABC .

Проверить с помощью малки.

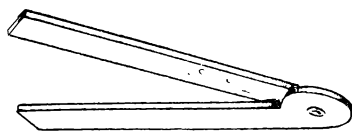


Рис. 310

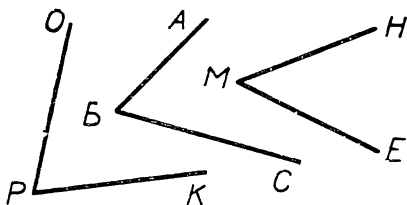


Рис. 311

2. С помощью малки в своей тетради начертить угол, равный углу ABC (рис. 311).

3. Возьмем два луча OA и OB (рис. 312, а), имеющие общее начало и одно и то же направление (покажем это на малке или на подвижной модели угла).

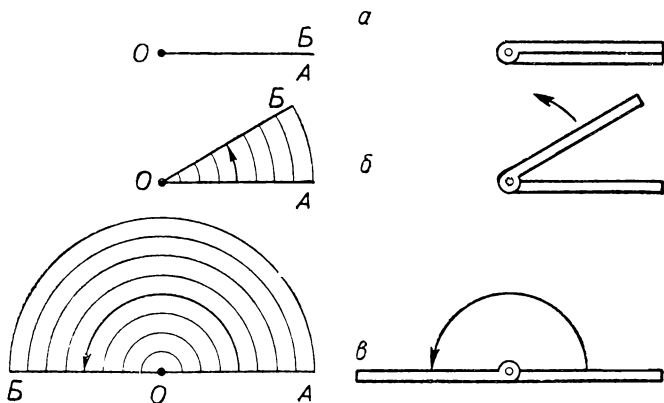


Рис. 312

Повернем луч OB против часовой стрелки. При этом движении луч OB будет «заметать» угол AOB (рис. 312, б).

Будем продолжать движение луча OB . Луч будет «за-метать» все больший и больший угол, пока не заметет всю полуплоскость (рис. 312, в).

Такой угол — всю полуплоскость — называют **развернутым углом**.

За вершину развернутого угла можно принять любую точку ребра полуплоскости.

4. Сколько развернутых углов изображено на рисунке 313?

5. Мы установили, что на рисунке 313 изображены два развернутых угла. Чтобы выделить один из них, внутри угла проводят дугу, как на рисунке 314.

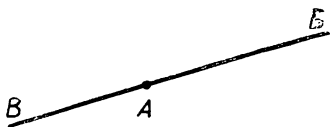


Рис. 313



Рис. 314

6. Назвать углы, отмеченные дугами на рисунке 315. Каждый угол отмечен одной дугой.

7. Назвать и отметить дугами все углы, изображенные на рисунке 316.

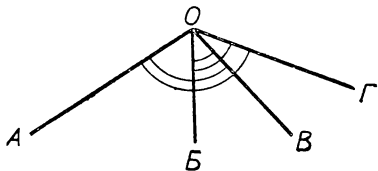


Рис. 315

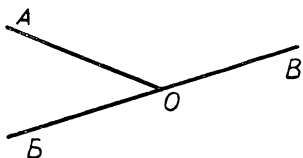


Рис. 316

П р я м о й у г л о л

8. Развернутый угол KHO разделен на две части (рис. 317). Сравнить с помощью малки углы KHT и $ОНТ$.

9. Взять вырезанный из бумаги развернутый угол, отметить вершину и разделить (путем перегибания) на две равные части.

10. Посмотрите вокруг себя. Приведите примеры углов, равных половине развернутого угла.

11. Угол, равный половине развернутого, называется **прямым углом**.

Прямой угол можно изображать (проверять) с помощью чертежного треугольника (рис. 318). Начертить в различных положениях три прямых угла.

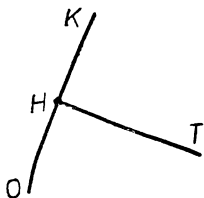


Рис. 317

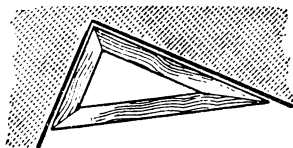


Рис. 318

12. Какой угол образуют стрелки часов в 3 часа? в 6 часов?

13. Сколько раз стрелки часов образуют прямой угол в течение одного часа, например с 10 до 11 часов?

14. Мальчик стоял лицом к северу, затем повернулся влево на прямой угол. К какой стороне горизонта повернулся мальчик лицом?

15. Я двигаюсь на восток. На какой угол и в какую сторону я должен повернуться, чтобы идти на юг?

16. Лодка двигалась на север, затем повернула на развернутый угол. В каком направлении стала двигаться лодка?

17. У треугольника $ОКМ$ (рис. 319) угол $КОМ$ прямой (проверьте это с помощью чертежного треугольника). Такой треугольник называют прямоугольным треугольником.

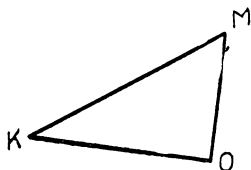


Рис. 319

18. Начертить прямоугольный треугольник, у которого стороны, составляющие прямой угол, равны: а) 2 см 7 мм и 3 см 9 мм (рис. 319); б) 45 мм и 45 мм.

Острый угол. Тупой угол

19. Угол, меньший прямого, называется острым углом. Угол, больший прямого, называется тупым углом.

С помощью чертежного треугольника выяснить, какие из углов на рисунке 320 прямые, острые, тупые.

20. Какого вида (острые, прямые или тупые) углы изображены на рисунке 321?

21. Начертите в различных положениях по два прямых, тупых и острых угла.

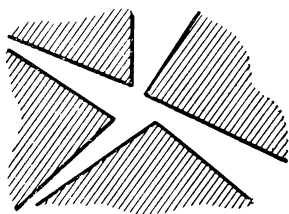


Рис. 320

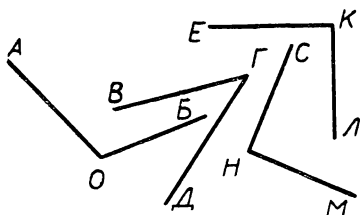


Рис. 321

22. Начертите в тетрадь отрезки AB и OD , как на рисунке 322. Продолжить отрезки так, чтобы получился: а) острый угол; б) тупой угол. Можно ли таким образом получить прямой угол?

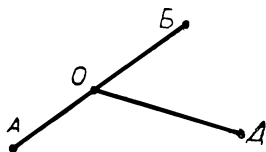


Рис. 322

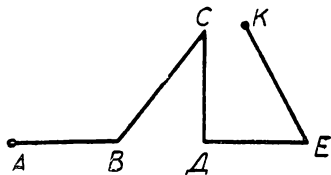


Рис. 323

23. Если мысленно продолжить, например, стороны BA и BC ломаной линии $ABCDEK$ (рис. 323), то можно получить угол ABC . Поэтому говорят, что отрезки BA и BC образуют угол ABC .

Какие углы (острый, прямой, тупой) образуют другие пары отрезков (сторон) ломаной линии?

24. Начертить четырехугольник с двумя прямыми и одним тупым углом. Какого вида будет четвертый угол?

25. Показать, расставляя руки, острый, прямой, тупой и развернутый углы.

26. Стать на свободное место и повернуться:

- вправо на прямой угол;
- влево на прямой угол;
- влево на развернутый угол;
- вправо на развернутый угол.

27. Из точки проведены два луча: горизонтальный и вертикальный. Какой угол образуют эти лучи? Показать

этот угол с помощью двух палочек (карандашей); с помощью своих рук.

28. Начертить треугольник с тупым углом. Какими будут два других угла?

29. Начертить прямой угол. Продолжить (за вершину) одну из его сторон. Какие получатся углы?

30. Начертить острый угол. Продолжить (за вершину) одну из его сторон. Какие получатся углы?

31. Начертить тупой угол. Продолжить (за вершину) одну из его сторон. Какие получатся углы?

32. Сколько углов, не считая развернутых, получается при пересечении двух прямых линий?

33. Прямые AB и BC пересекаются в точке O так, что угол AOB равен прямому. Какими будут остальные углы?

Выполнить чертеж.

34. Существует ли такой четырехугольник, который имеет равные стороны и не прямые углы? Какие углы может иметь такой четырехугольник?

35. Существует ли такой четырехугольник, который имеет равные противоположные стороны и не прямые углы?

Какие углы имеет такой четырехугольник?

12. Объем прямоугольного параллелепипеда (продолжение)

1. Найти объем (в кубических сантиметрах) прямоугольного параллелепипеда:

а) имеющего размер $10 \times 15 \times 30$ см;

б) длина которого равна 20 см, ширина — 15 см, высота — 3 дм.

2. Вычислить объем (в кубических сантиметрах) прямоугольного параллелепипеда, имеющего размер $3 \times 2 \times 1$ дм.

3. Вычислить объем (в кубических сантиметрах) куба, ребро которого равно: а) 2 дм, б) 1 дм.

4. Куб, ребро которого равно одному дециметру, называется кубическим дециметром.

В одном кубическом дециметре содержится 1000 кубических сантиметров.

$1 \text{ куб. дм} = 1000 \text{ куб. см}$
--

5. Вычислить объем (в кубических дециметрах) прямоугольного параллелепипеда, имеющего размеры:

а) $3 \times 15 \times 4$ дм, б) $25 \times 9 \times 8$ дм.

6. Найти объем (в кубических дециметрах) прямоугольного параллелепипеда, длина которого равна 40 дм, ширина — 3 м, высота — 5 дм.

7. Найти объем (в кубических дециметрах) куба, ребро которого: а) 4 м, б) 1 м.

8. Куб, ребро которого равно метру, называется кубическим метром.

В одном кубическом метре содержится 1000 кубических дециметров. Докажите это.

$1 \text{ куб. м} = 1000 \text{ куб. дм}$

9. Найти объем (в кубических метрах) прямоугольного параллелепипеда, имеющего размеры: а) $6 \times 4 \times 2$ м, б) $12 \times 8 \times 11$ м.

10. Найти объем прямоугольного параллелепипеда, имеющего размеры: а) $5 \times 4 \times 3$ см, б) $4 \times 5 \times 6$ дм, в) $6 \times 5 \times 3$ м.

11. З а д а н и е. Выполнить необходимые измерения и вычислить объем:

а) книги (в кубических сантиметрах);

б) модели прямоугольного параллелепипеда;

в) классной комнаты;

г) комнаты, в которой ты живешь.

12. Сколько кубических сантиметров содержится в одном кубическом метре?

Сколько квадратных сантиметров содержится в одном квадратном метре?

Сколько сантиметров содержится в одном метре?

13. Сколько кубических сантиметров содержится в одном кубическом дециметре?

Сколько квадратных сантиметров содержится в одном квадратном дециметре?

Сколько сантиметров содержится в одном дециметре?

14. Какую долю дециметра составляет сантиметр?

Какую долю квадратного дециметра составляет квадратный сантиметр.

Какую долю кубического дециметра составляет кубический сантиметр?

15. Вычислить (в кубических сантиметрах, кубических дециметрах или кубических метрах) объем прямоугольного параллелепипеда, имеющего размеры:

- а) $8 \times 21 \times 125$ см; г) $22 \times 75 \times 4$ дм;
 б) 9 см, 2 дм, 5 см; д) $40 \times 20 \times 30$ м;
 в) 25 дм, 370 см, 4 дм; е) 20 дм, 5 м, 6 м.

16. Из кубиков (рис. 324) сложен куб. Найти объем куба, если ребро кубика равно 2 см.

17. Из восьми кубических сантиметров складывается (различными способами) прямоугольный параллелепипед. Найти поверхность и объем прямоугольного параллелепипеда.

18. Из двух равных прямоугольных параллелепипедов с измерениями $3 \times 4 \times 5$ см можно различными способами сложить новый прямоугольный параллелепипед. Найти поверхность и объем нового прямоугольного параллелепипеда.

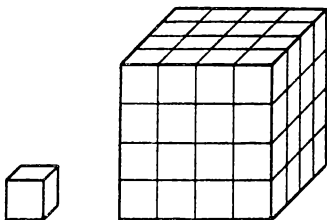


Рис. 324

13. Взаимное положение двух прямых линий

1. Раньше мы установили, что две прямые линии, лежащие в плоскости (например, начерченные на листе бумаги или на классной доске), могут **пересекаться** или **не пересекаться**. Непересекающиеся прямые линии мы называли параллельными, или взаимно параллельными прямыми.

а) На рисунке 325 изображены две прямые линии, лежащие в плоскости O . Пересекаются ли эти прямые?

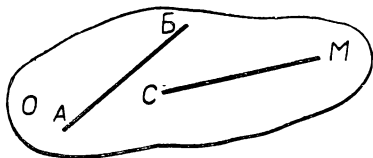


Рис. 325

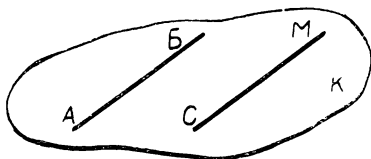


Рис. 326

б) На рисунке 326 изображены две прямые линии, лежащие в плоскости K . Что можно сказать об их взаимном положении?

2. На рисунке 327 изображены две прямые линии, одна из которых (AB) лежит в плоскости H , а другая (CD) — пересекает плоскость H в точке, лежащей на прямой AB . Пересекаются ли прямые AB и CD ?

Примечание. Прямые пересекаются, если они имеют общую точку.

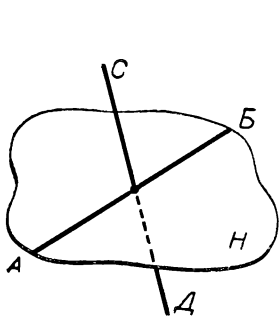


Рис. 327

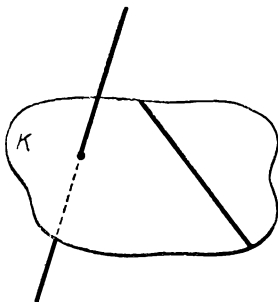


Рис. 328

3. На рисунке 328 изображены две прямые линии, одна из которых лежит в плоскости K , а другая пересекает эту плоскость.

Эти две прямые не лежат в одной плоскости и не имеют ни одной общей точки, но они не параллельны. Такие прямые называют **скрещивающимися**.

Считая ребра куба моделями прямых линий, а грани куба моделями плоскостей (рис. 329 или модель куба), назовите:

а) всевозможные пары пересекающихся прямых и плоскости граней, в которых лежат эти прямые;

б) всевозможные пары параллельных прямых и плоскости граней, в которых лежат эти параллельные прямые;

в) всевозможные пары скрещивающихся прямых.

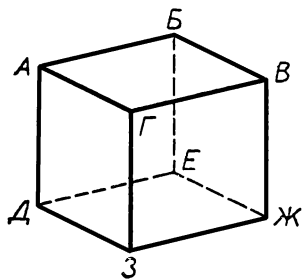


Рис. 329

Вывод. Рассматривая взаимное положение двух прямых линий в пространстве, мы установили три возможных случая:

1. Прямые имеют только одну общую точку — они **пересекаются в этой точке**.

2. Прямые не имеют ни одной общей точки, но лежат в одной и той же плоскости — **прямые параллельны**. Для двух параллельных прямых всегда можно найти плоскость, в которой они лежат.

3. Прямые не имеют ни одной общей точки и не лежат в одной и той же плоскости — **прямые скрещиваются**. Для двух скрещивающихся прямых нельзя найти плоскость, в которой они обе лежат.

4. Пусть моделями прямых линий будут служить два карандаша.

Расположить прямые линии (карандаши) так, чтобы они:

- а) пересекались;
- б) были параллельными;
- в) были скрещивающимися.

5. На рисунке 330 изображена модель треугольной пирамиды. Пользуясь рисунком (или проволоочной моделью пирамиды), назвать:

- а) всевозможные пары пересекающихся прямых и плоскости граней, которым принадлежат эти прямые;
- б) всевозможные пары скрещивающихся прямых;
- в) всевозможные пары параллельных прямых.

14. Перпендикулярные прямые

1. Дана прямая AB , на которой отмечена точка M (выполнить чертеж). Провести через точку M прямую CD , пересекающую AB . Сколько и каких углов, не считая развернутых, образовалось при пересечении AB и CD ?

2. Даны прямая MN и точка A , не лежащая на этой прямой (выполнить чертеж). Через точку A провести прямую BC , пересекающую MN . Сколько и каких углов, не считая развернутых, образовалось при пересечении прямых MN и BC ?

3. Какие углы образовались при пересечении прямых AM и BN (рис. 331)?

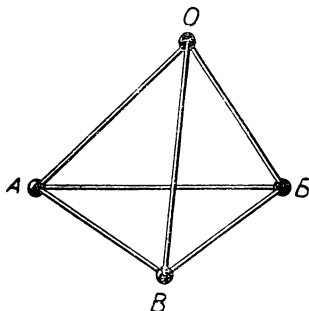


Рис. 330

4. Две прямые, при пересечении которых образуются прямые углы, называются **взаимно перпендикулярными**.

Так, прямые AM и BN (рис. 331) — взаимно перпендикулярные прямые. Показать на окружающих предметах две линии, дающие представление о взаимно перпендикулярных прямых.

5. Если две прямые взаимно перпендикулярны, то говорят, что каждая из них перпендикулярна другой. Так,

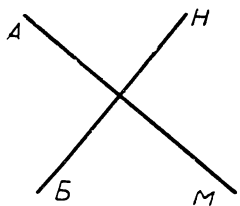


Рис. 331

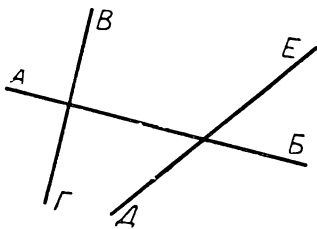


Рис. 332

BN (рис. 331) перпендикулярна AM , а AM перпендикулярна BN . Обычно применяют краткую запись: слово «перпендикулярна» заменяют значком \perp . Пишут: $BN \perp AM$ или $AM \perp BN$.

6. Используя чертежный треугольник, выяснить, какие пары прямых, изображенных на рисунке 332, являются взаимно перпендикулярными. Сделать краткую запись.

7. Найти на рисунке 333 взаимно перпендикулярные прямые. Сделать краткую запись.

8. Показать на окружающих предметах пересекающиеся горизонтальную и вертикальную прямые линии. Какие углы образованы при пересечении этих прямых? Как можно назвать эти прямые? Как можно назвать каждую из них по отношению к другой?

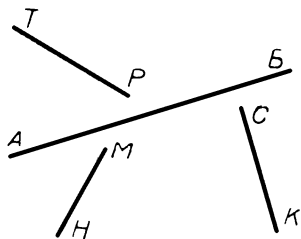


Рис. 333

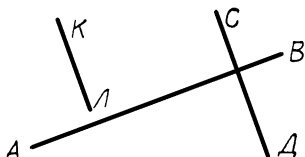


Рис. 334

9. Сколько можно провести прямых, перпендикулярных прямой AB (рис. 334)?

10. Дана прямая AB . Провести пять прямых, перпендикулярных AB .

11. Прямая AB перпендикулярна прямой CD , прямая CD перпендикулярна прямой EK . Будут ли AB и EK взаимно перпендикулярными?

12. Дана прямая AB , на которой отмечена точка M (выполнить чертеж). Провести через точку M прямую CD , перпендикулярную AB .

13. Даны точка K и прямая MN , проходящая через точку K . Провести через точку K прямую AB , перпендикулярную MN .

14. Даны точка A и прямая KC , не проходящая через точку A . Провести через A прямую MN , перпендикулярную KC .

15. Начертить прямую и отметить точку так, как показано на рисунке 335 (a , b , $в$). Провести через точку перпендикуляр к прямой.

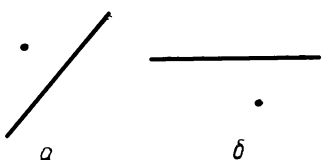


Рис. 335

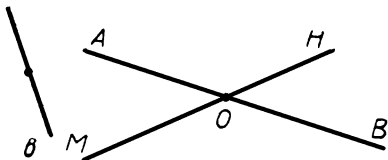


Рис. 336

16. Даны точки A , B , C , D и прямая MN , не проходящая ни через одну из этих точек. Через каждую точку провести прямую, перпендикулярную MN .

17. Прямая AB пересекает прямую MN в точке O (рис. 336). Провести через точку O прямые, перпендикулярные AB или MN . Сколько таких прямых? Сделать краткую запись.

18. Прямая HB перпендикулярна прямой AM (рис. 337). Говорят также, что луч OB перпендикулярен прямой AM или лучу OM .

19. Провести из точки A (рис. 338) луч, перпендикулярный прямой MN . Сколько можно провести таких лучей?

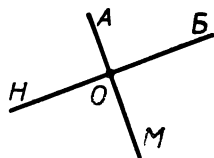


Рис. 337

20. Через точку O проведены пять прямых, пересекающих прямую AB (рис. 339). Перпендикулярна ли прямая AB какой-либо из этих прямых? Перпендикулярна ли какая-либо из этих прямых прямой AB ?

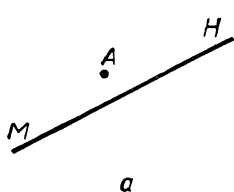


Рис. 338

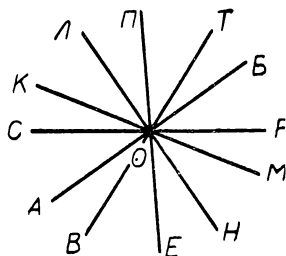
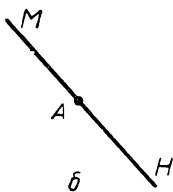


Рис. 339

21. Дана прямая MN , вне ее отмечена точка A . Провести через точку A прямую, перпендикулярную MN . Сколько таких прямых можно провести?

22. Дана прямая AB , вне ее отмечены точки M и N . Через каждую из них провести прямую, перпендикулярную AB . Будут ли эти прямые перпендикулярны между собой?

23. Начертить угол ABC . Отметить внутри угла точку O . Провести через точку O прямую, перпендикулярную лучу BA или лучу BC . Сколько можно провести таких прямых?

24. Начертить угол AOB и отметить на его стороне точку M . Провести через точку M прямую, перпендикулярную лучу OA или лучу OB .

25. Начертить угол AOB . Провести через точку O (вершина угла) прямую, перпендикулярную стороне OA или стороне OB .

26. Провести перпендикуляр к отрезку — значит провести перпендикуляр к прямой, которой принадлежит отрезок. Начертить отрезок и отметить точку так, как показано на рисунке 340. Провести через точку перпендикуляр к отрезку.

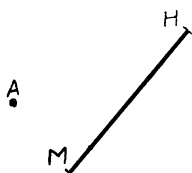


Рис. 340

27. Даны точки A, B, C, D и отрезок MN , не содержащий ни одной из этих точек. Через каждую точку провести прямую, перпендикулярную отрезку MN .

28. Начертить треугольник и отметить внутри него точку, провести через эту точку перпендикуляр к одной из сторон треугольника.

29. Начертить треугольник. Отметить внутри него точку. Провести через эту точку перпендикуляр к каждой стороне треугольника.

30. Начертить треугольник. Отметить вне этого треугольника точку. Провести через эту точку перпендикуляр к одной из сторон треугольника.

31. Начертить треугольник. Отметить вне этого треугольника точку. Провести через эту точку перпендикуляр к каждой стороне треугольника.

32. Начертить треугольник и отметить на его стороне точку. Провести через эту точку перпендикуляр к каждой стороне треугольника.

33. Дан треугольник. Провести через одну его вершину луч, перпендикулярный противоположащей стороне.

34. Дан треугольник, все углы которого острые. Провести через каждую его вершину луч, перпендикулярный противоположащей стороне треугольника.

35. Дан треугольник. Провести через одну из его вершин лучи, перпендикулярные каждой стороне треугольника.

36. Дан треугольник. Отметить середину одной из сторон треугольника. Провести через эту точку лучи, перпендикулярные каждой из двух других сторон.

37. Дан треугольник. Через середину одной из его сторон провести лучи, перпендикулярные каждой из сторон треугольника.

38. Выполнить упражнение 34 для прямоугольного треугольника.

39. Выполнить упражнение 34 для треугольника, имеющего тупой угол.

15. Расстояние от точки до прямой

1. Через точку O провели прямую, перпендикулярную прямой MN (рис. 341). На прямой MN отметили точки C , D , A , E , K , B , B . Сравнить каждый из отрезков OC , OD , OE , OK , OB , OB с отрезком OA . Сделать вывод.

2. Длина отрезка OA (рис. 341) перпендикуляра, проведенного через точку O к прямой MN , принимается за рас-

стояние от точки O до прямой MN или от прямой MN до точки O .

Говорят короче: «Расстояние от точки до прямой измеряется по перпендикуляру».

3. Прямая AB на рисунке 342 изображает дорогу, а точка D — домик. Изобразить самый короткий путь от домика до дороги.

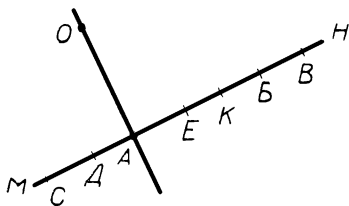


Рис. 341

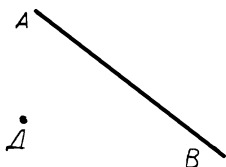


Рис. 342

4. Начертить прямую AB и вне ее отметить точки M , N , C , B . Измерить расстояния от каждой из этих точек до прямой AB .

5. Начертить прямую и отметить в разных полуплоскостях четыре точки. Измерить расстояния от каждой точки до прямой.

6. Какая из прямых (рис. 343) расположена ближе к точке A ?

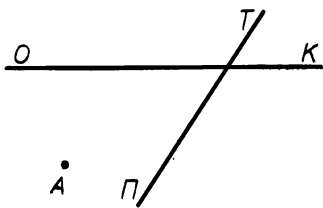


Рис. 343

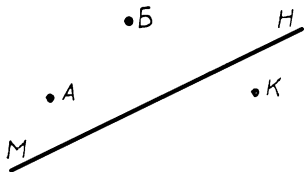


Рис. 344

7. Какая из точек (рис. 344) расположена ближе к прямой?

8. Начертить острый угол и точку внутри угла. Найти расстояние от точки до каждой из сторон угла.

9. Начертить прямоугольный треугольник и точку внутри него. Измерить расстояние от этой точки до сторон треугольника, от этой точки до вершин треугольника.

Примечание. Измерения на местности (провешивание прямых, построение прямых углов, построение участка прямоугольной формы и т. д.) в настоящей книге не описаны: они могут выполняться так, как это рекомендуют стабильные учебники¹.

16. Параллельные прямые. Расстояние между двумя параллельными прямыми²

1. На рисунке 345 изображены взаимно перпендикулярные прямые ($AB \perp MN$). Совпадут ли лучи OA и OB , если перегнуть чертеж по прямой MN ?

Прочитать, назвав пропущенное слово: «Если $AB \perp MN$, то при перегибании чертежа по прямой MN лучи OA и OB ...».

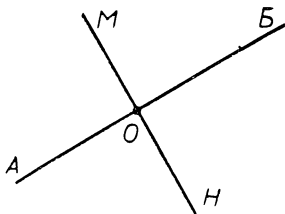


Рис. 345

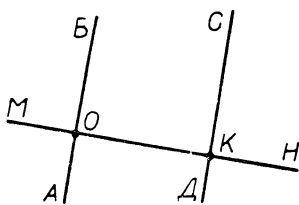


Рис. 346

Назвать лучи, которые совпадут при перегибании чертежа по прямой AB .

2. Начертим прямую MN и отметим две точки O и K на ней (рис. 346). Проведем через эти точки прямые линии AB и DC , перпендикулярные прямой MN .

Запишем кратко: $AB \perp MN$, $DC \perp MN$.

Пересекутся ли прямые AB и DC ?

Многим может показаться, что прямые AB и DC не пересекаются, а некоторым — что эти две прямые пересекаются.

Согласимся, например, с теми, кто думает, что AB и DC пересекаются и точка пересечения находится, например, в верхней полуплоскости, т. е. пересекутся лучи OB и KC . Но тогда должна быть еще одна точка пересечения этих

¹ А. С. Пчелко и Г. Б. Поляк, Арифметика для IV класса, Учпедгиз, 1963.

² Материал изучался не во всех экспериментальных классах.

прямых, расположенная в нижней полуплоскости, т. е. пересекутся и лучи OA и KD . Почему?

Перегибем (мысленно) чертеж по прямой MN . Тогда луч OA совпадет с лучом OB , луч KD — с лучом KS ; точка пересечения лучей OA и KD совпадет с точкой пересечения лучей OB и KS , значит, прямые AB и DC имеют точку пересечения и в нижней полуплоскости.

Через две точки можно провести только одну прямую, а нам удалось провести две прямые?! Этого не может быть. Поэтому те, кто предполагал, что AB и DC пересекаются, ошиблись.

Прямые AB и DC не пересекаются и лежат в одной и той же плоскости, значит, они параллельны.

Мы установили, что две прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны между собой.

3. Этот факт можно подтвердить и другими рассуждениями (доказательством).

Будем прямую AB , проведенную перпендикулярно прямой MN , сдвигать в направлении прямой MN так, чтобы они все время оставались взаимно перпендикулярными.

Это можно сделать, например, с помощью чертежного треугольника; треугольник нужно двигать так, чтобы одна его сторона все время принадлежала прямой MN (рис. 347).

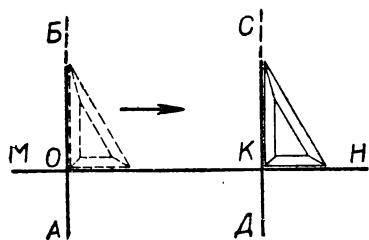


Рис. 347

Пусть это движение продолжается до тех пор, пока, например, вершина прямого угла треугольника не окажется в точке K .

При таком движении каждая точка прямой AB сдвигается на одно и то же расстояние, равное (в нашем случае) длине отрезка OK . На прямой AB не остается ни одной неподвижной точки.

А это значит, что прямая DC не имеет с прямой B ни одной общей точки. Эти прямые не пересекаются — они параллельны.

4. С помощью рассуждений можно сделать и такой вывод: прямая, перпендикулярная к одной из двух параллельных прямых, перпендикулярна и к другой прямой.

5. Расстояние между двумя параллельными прямыми равно длине отрезка, перпендикулярного к этим прямым, когда концы отрезка лежат на данных прямых. В упражнении 3 расстояние между прямыми AB и DC измеряется отрезком OK .

6. Начертить две параллельные прямые. Измерить расстояние между ними.

7. Даны прямая AB и точка O вне ее. Провести (с помощью чертежного треугольника и линейки) через точку O прямую MN , параллельную прямой AB .

8. Начертить две параллельные прямые на расстоянии: а) 3 см друг от друга; б) 23 мм друг от друга.

9. Дана прямая MN . Построить прямую, параллельную данной, на расстоянии 2 см от нее. Сколько таких прямых?

10. Построить 5 параллельных прямых, расположенных на расстоянии 1 см друг от друга.

11. Проведем на плоскости 2 параллельные прямые (рис. 348) $AB \parallel DC$. Часть плоскости, заключенную между двумя параллельными прямыми, называют **полосой**. Сами прямые называют ребрами полосы.

12. Две параллельные прямые делят плоскость на три части: полосу и две полуплоскости.

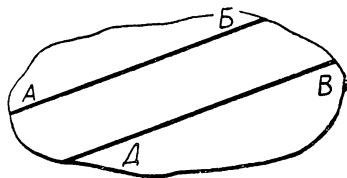


Рис. 348

Примечание. Интересно сравнить:

Деление прямой на части	Деление плоскости на части
1. Одна точка делит прямую на два луча (две полупрямые)	I. Одна прямая делит плоскость на две полуплоскости
2. Две точки делят прямую на три части: отрезок и два луча	II. Две параллельные прямые делят плоскость на три части: полосу и две полуплоскости

13. Точка O лежит внутри полосы (рис. 349), точка B лежит вне полосы. Как расположены (относительно полосы) точки M , K , D ?

14. На рисунке 350 отметить:

а) точку A , принадлежащую полосе;

б) точку B вне полосы;

в) точку D так, чтобы она лежала вне полосы и вне той полуплоскости, которой принадлежит точка B .

15. Шириной полосы называют расстояние между ее ребрами — параллельными прямыми, ограничивающими полосу.

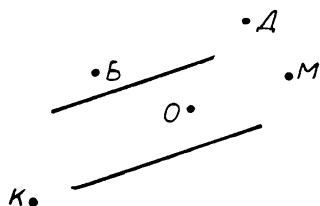


Рис. 349

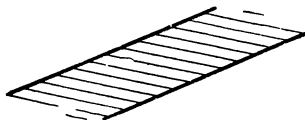


Рис. 350

Начертить полосу шириной 37 мм.

16. На рисунке 351 изображены две полосы (I и II). Отметить на рисунке:

а) точку A , принадлежащую I полосе и не принадлежащую II полосе;

б) точку B вне I и вне II полос;

в) точку $Г$ вне I полосы, но внутри II полосы;

г) точку O , принадлежащую I и II полосам.

17. Если ребро одной полосы пересекает ребро другой полосы, то полосы пересекаются. Начертите две пересекающиеся полосы. Заштрихуйте общую часть двух полос. Как называется заштрихованная фигура?

18. Две полосы разной ширины пересекаются так, что ребро одной полосы перпендикулярно ребру другой.

Начертите две такие полосы. Заштрихуйте их общую часть. Как называется заштрихованная фигура?

19. Две полосы одинаковой ширины пересекаются так же, как и в предыдущей задаче. Какую форму будет иметь их общая часть?

20. Ребра двух полос одинаковой ширины пересекаются под прямым углом. Какую форму имеет их общая часть?

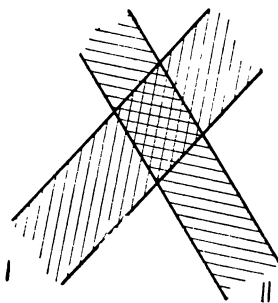


Рис. 351

17. Прилежащие углы. Смежные углы

1. Возьмем два угла (модели углов из бумаги) и расположим их на одной плоскости. Приложим эти углы друг к другу так, чтобы у них:

- а) совпали вершины;
- б) совпали две какие-нибудь стороны и, кроме этого, не было общих точек.

Такие углы называются **прилежащими** (рис. 352).

Третий угол, получившийся при этом, называют **суммой** двух данных углов.

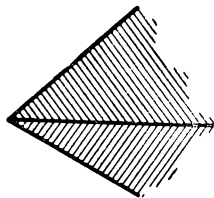


Рис. 352

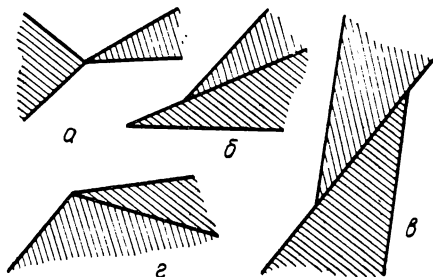


Рис. 353

2. Можно ли углы, изображенные на рисунке 353, назвать прилежащими?

3. Приготовьте три острых угла из бумаги. Поместите эти три угла в одной плоскости (положите на стол). Приложите эти углы так, чтобы их можно было назвать прилежащими.

4. Углы COA и AOB (рис. 354) прилежащие. Угол COB является суммой углов COA и AOB . Это кратко можно записать так: $\angle COA + \angle AOB = \angle COB$.

5. Рассмотрите рисунок 355.

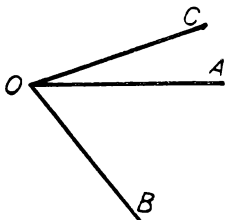


Рис. 354

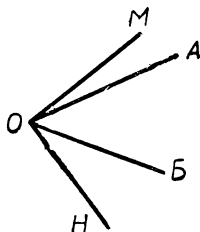


Рис. 355

а) Суммой каких углов является угол $МОН$? Запишите кратко.

б) Закончить запись: $\angle AOB + \angle BON = \angle \dots$.

в) Закончить запись: $\angle MOB = \angle MOA + \angle \dots$.

г) Закончить запись: $\angle MON = \angle MOB + \angle \dots$.

6. Возьмем два неравных угла.

Наложим один из них на другой так, чтобы у них:

а) совпали вершины;

б) совпали две какие-нибудь стороны;

в) совпали некоторые внутренние точки.

Несовпавшая часть большего угла будет разностью данных углов.

7. Возьмите два бумажных угла. Наложите один из них на другой так, как это описано в предыдущей задаче.

Укажите угол, равный разности данных углов.

8. Угол COA (см. рис. 354) является разностью углов COB и AOB .

Это кратко можно записать так: $\angle COB - \angle AOB = \angle COA$.

Закончить запись: $\angle COB - \angle COA = \angle \dots$.

9. Рассмотрите рисунок 355.

а) Какой угол нужно вычесть из угла $МОН$, чтобы получить угол AOB ?

б) Закончить запись: $\angle MON - \angle BON = \angle \dots$.

в) $\angle MON - \angle \dots = \angle MOA$.

10. Можно заметить, что для суммы углов выполняются известные нам законы сложения, например переместительный и сочетательный законы.

11. Луч, проведенный из вершины угла, делит его на две части — на два угла. Например, луч OA делит $\angle MON$ на два угла: $\angle MOA$ и $\angle AON$ (рис. 356).

12. Если луч, проведенный из вершины угла, делит угол пополам (на два равных угла), то этот луч называют **биссектрисой угла**.

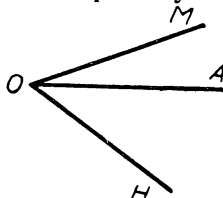


Рис. 356

Взять модель угла, изготовленного из бумаги. Получить (путем перегибания) биссектрису этого угла.

13. Угол $МОН$ (рис. 357) двумя лучами разделен на три равные части: $\angle MOA = \angle AOB = \angle BON$.

а) Является ли луч OA биссектрисой угла $МОВ$? Почему?

б) Биссектрисой какого угла является луч OB ? Почему?

в) Какую долю угла MON составляет угол AOB ?

г) Какую долю угла MON составляет угол AON ?

14. Два прилежащих угла, составляющие в сумме развернутый угол (полуплоскость), называются **смежными**.

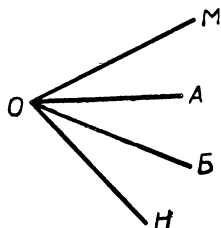


Рис. 357

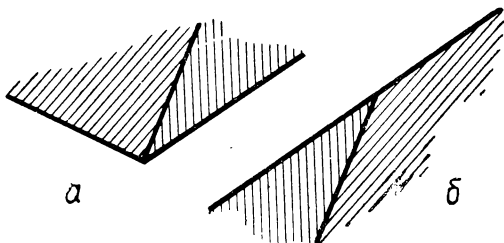


Рис. 358

Какую из пар углов, изображенных на рисунке 358, можно назвать смежными? Почему?

15. а) Один из смежных углов острый. Какого вида другой угол?

б) Один из смежных углов прямой. Каков другой угол?

16. На окружающих предметах укажите примеры прилежащих углов; смежных углов.

17. Точка, взятая на прямой линии, делит эту прямую на два луча. Такие два луча иногда называют противоположными.

Для того чтобы два луча были противоположными, нужно, чтобы они составляли прямую линию и ... (закончить предложение, назвав недостающие слова).

18. Из данной точки O провести противоположные лучи. Сколько таких пар лучей можно провести?

19. Легко заметить, что две стороны смежных углов являются **противоположными** лучами, а две другие стороны **совпадают**, являются **общей стороной**.

Прочитать, называя пропущенные и недостающие слова, новое определение: «Два угла, у которых одна сторона ..., а другие стороны являются ... лучами, называются ...».

18. Измерение углов. Градус. Транспортир

1. Разделим (путем перегибания) бумажную модель угла на 8 равных частей.

Разрежем (по одной из линий сгиба) угол так, чтобы один из полученных углов составил $\frac{1}{8}$ долю данного угла. Сколько долей составляет другой угол?

2. До сих пор углы мы измеряли (сравнивали) при помощи прямого угла. Мы могли ответить на вопрос, больше или меньше прямого угла интересующий нас угол.

Для более точного измерения углов поступают так. Делят прямой угол на 90 равных углов. Один из таких углов или $\frac{1}{90}$ прямого угла принимают за единицу измерения. Эту единицу измерения углов называют градусом и обозначают значком «о» (кружочком). Например, « 1° » означает «один градус».

Угол, равный $\frac{1}{90}$ прямого угла, называется градусом.

На рисунке 359 угол величиной в 1° (один градус) закрашен.

Записать кратко: а) 25 градусов, б) 120 градусов.

Прочитать записи: а) 17° , б) 97° , в) 177° .

3. а) Сколько градусов содержит прямой угол?

б) Сколько градусов содержит развернутый угол?

в) Каким числом градусов может быть выражен острый угол? тупой угол?

4. По записи определить, какие из углов острые, какие — тупые.

Указать наибольший, наименьший углы.

а) $\angle A = 47^\circ$, $\angle B = 172^\circ$, $\angle E = 91^\circ$, $\angle H = 89^\circ$.

б) $\angle 1 = 16^\circ$, $\angle 2 = 115^\circ$, $\angle 3 = 100^\circ$, $\angle 4 = 71^\circ$.

в) $\angle AOB = 180^\circ$, $\angle MKC = 41^\circ$, $\angle COE = 179^\circ$, $\angle ABC = 80^\circ$.

5. Из вершины прямого угла AOB проведен луч OK так, что $\angle AOK$ содержит 25° . Чему равен угол KOB ?

Это можно записать так: $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle AOK = 25^\circ$. Найти $\angle KOB$.

6. $\angle AOB = 60^\circ$. Проведена биссектриса OK . Чему равен $\angle AOK$?

7. Для измерения углов (в градусах) есть специальный прибор — **транспортир** (рис. 360).

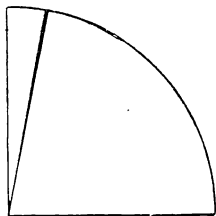


Рис. 359

Транспортир представляет собой развернутый угол, разделенный на 180 равных частей — градусов (рис. 360).

Для удобства берут круг. Центр круга — вершина развернутого угла.

Штрихи, образующие шкалу транспортира, — часть лучей, делящих развернутый угол на 180 частей.

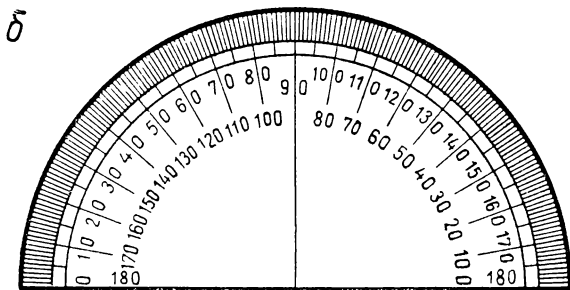
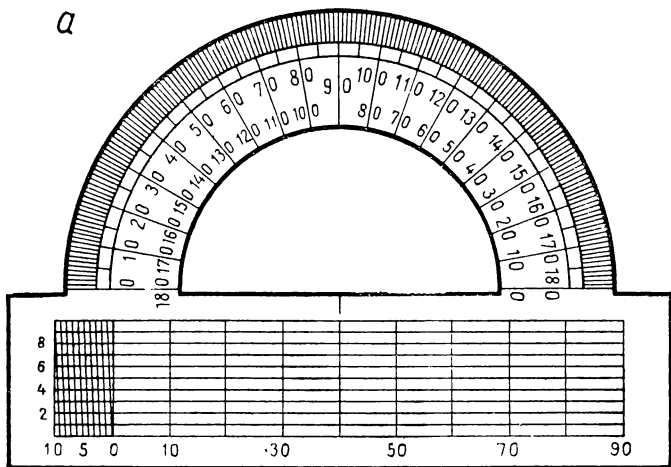


Рис. 360

8. На рисунке 361 показано, как нужно прикладывать транспортир, чтобы измерить (заштрихованный) угол.

9. Измерить углы чертежных треугольников. Какой величины бывают углы у чертежных треугольников?

10. Измерить углы треугольника, изображенного на рисунке 271.

11. Определить на глаз величину каждого угла четырехугольника (см. рис. 277). Какой из углов наибольший? наименьший?

12. Начертите (постройте) с помощью транспортира угол, равный 43° , с вершиной в заданной точке O .

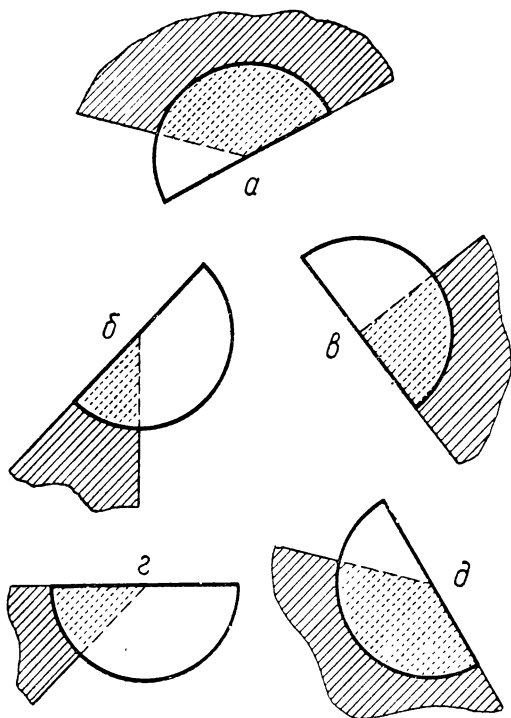


Рис. 361

Решение задачи (рис. 362).

Центр транспортира совместите с точкой O .

Поставьте точки у начальной отметки шкалы (точка A) и у отметки « 43° » (точка B).

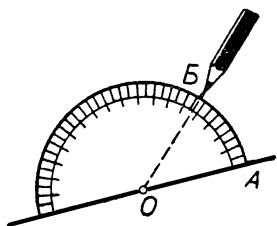


Рис. 362



Рис. 363

Проведите лучи OA и OB ; $\angle AOB = 43^\circ$.

13. а) Начертите в тетради луч AO так, как на рисунке 363. Постройте угол 55° с вершиной в точке O и стороной OA .

б) Начертите с помощью транспортира прямой угол.

в) Постройте с помощью транспортира угол 60° так, чтобы одна из его сторон была горизонтальной.

г) Начертите с помощью транспортира угол 30° так, чтобы одна из его сторон была вертикальной.

14. Циферблат часов (часовая шкала) разделен на 12 частей (12 часов).

а) Скольким градусам соответствует одно часовое деление циферблата?

Каждое часовое деление разделено на 5 равных частей (на 5 минутных делений).

б) Всего в часовой шкале $5 \cdot 12 = 60$ минутных делений.

Скольким градусам соответствует одно минутное деление циферблата часов?

15. Какой угол (рис. 364) составляют минутная и часовая стрелки в 4 часа дня? Вычислить этот угол. Проверить ваши расчеты непосредственным измерением.

16. Вычислить угол, который составляют минутная и часовая стрелки в 13 часов; в 17 часов; в 18 часов; в 23 часа 30 минут; в 12 часов; в 15 часов.

17. На сколько градусов повернется минутная стрелка за 1 минуту? за 8 минут? за 12 минут? за 15 минут? за 25 минут? за полчаса?

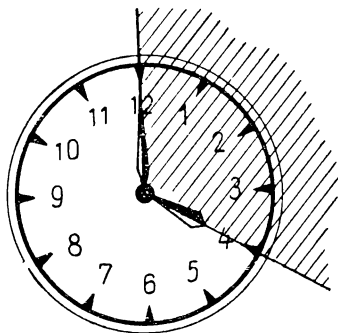


Рис. 364

18. Если один из смежных углов равен 45° , то другой угол будет равен $180 - 45^\circ$, т. е. 135° .

Вычислить один из смежных углов, если другой угол равен:

а) 31° ; б) 172° ; в) 90° ; г) 60° .

19. Известно, что один из смежных углов в 2 раза больше другого. Найти эти углы. Выполнить чертеж.

20. Один из смежных углов на 20° меньше другого. Найти эти углы.

21. Один из смежных углов на 34° больше другого. Найти эти углы. Построить чертеж.

22. Углы $\angle AON$ и $\angle NOB$ смежные.

$\angle AON$ в 3 раза меньше угла $\angle NOB$. Найти эти углы. Построить чертеж.

19. Вертикальные углы

1. На прямой MN отметим точку O (рис. 365) и будем поворачивать прямую около этой точки. При повороте прямая «заметет» два угла. Такие углы называются **вертикальными**.

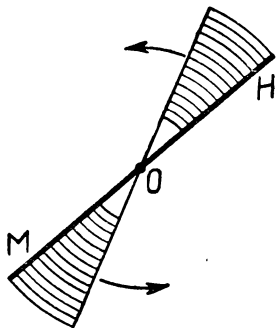


Рис. 365

2. Вертикальные углы получаются при пересечении двух прямых линий. На рисунке 366 изображены две пары вертикальных углов. Назовите их.

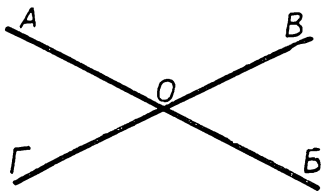


Рис. 366

3. Если взять угол и продолжить (за вершину) каждую из его сторон, то мы получим еще несколько углов; один из новых углов будет вертикальным данному.

Выполнить построение и указать угол, вертикальный данному.

Можно сказать: «Два угла называются вертикальными,

если стороны одного составляют продолжение сторон другого».

4. Начертить угол KOC . Начертить луч OM , противоположный лучу OK ; луч ON , противоположный лучу OC ; углы MON и KOC вертикальные. Прочитать, называя пропущенные слова: «Два угла называются..., если их стороны — противоположные лучи».

5. Укажите (назовите) на рисунке смежные углы, вертикальные углы (рис. 367 а, б).

6. $\angle AOC = 45^\circ$ (рис. 368).

а) Назвать смежные углы, вертикальные углы.

б) Сколько градусов содержат остальные углы, изображенные на рисунке 368?

7. Дан угол 60° . Построить вертикальный ему угол и вычислить его.

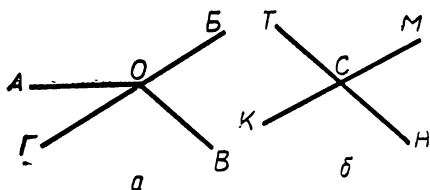


Рис. 367

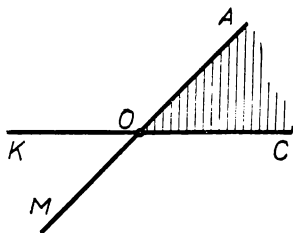


Рис. 368

8. Докажем, что вертикальные углы равны между собой. Например, $\angle 3 = \angle 1$ (рис. 369). $\angle 1$ и $\angle 2$ смежные. Если $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, то $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1$.

$\angle 2$ и $\angle 3$ смежные. Поэтому $\angle 3 = 180^\circ - \angle 2$, или $\angle 3 = 180^\circ - (180^\circ - \angle 1) = 180^\circ - 180^\circ + \angle 1 = \angle 1$. $\angle 1$ и $\angle 3$ вертикальные и равны между собой.

9. В треугольнике ABV проведен отрезок VL (L — середина стороны AB) и отрезок AK (K — середина стороны BV).

Начертим такой треугольник. Точку пересечения отрезков VL и AK обозначим буквой O .

Рассмотрите свой чертеж и назовите:

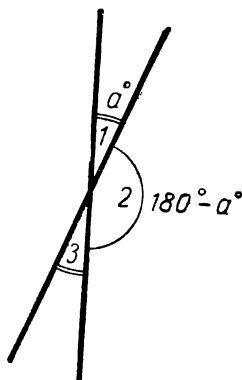


Рис. 369

а) вертикальные углы;

б) смежные углы.

Сколько пар вертикальных углов, сколько пар смежных углов вы заметили?

20. Примерный словарь и перечень навыков, которыми должны овладеть учащиеся IV класса

По сравнению с III классом объем используемого учащимися словаря увеличивается незначительно. В частности, увеличение происходит в связи с введением в этом классе совершенно новых для учащихся понятий. Из них можно отметить:

1. Термины, применяемые в связи с вычислением объема прямоугольного параллелепипеда: основание, высота параллелепипеда; площадь основания, кубический сантиметр, кубический дециметр, кубический метр.

2. Термины, применяемые в связи с расширением понятия **угол**: развернутый угол, прилежащие углы, смежные углы, вертикальные углы; сумма углов, разность углов, биссектриса угла, противоположные лучи.

3. Термины, применяемые в связи с понятием перпендикулярных прямых: прямые взаимно перпендикулярны; прямая... перпендикулярна прямой, прямая... перпендикулярна отрезку ... (лучу ...), через данную точку к данной прямой провести (проведен) перпендикуляр; расстояние от точки до прямой измеряется по перпендикуляру.

4. Термины, применяемые в связи с понятием параллельных прямых: прямая..., параллельная прямой...; прямые параллельны между собой (друг другу); расстояние между параллельными прямыми. Полоса, ребра полосы, ширина полосы.

5. Термины, применяемые в связи с измерением углов: градус, транспортир, центр транспортира, шкала транспортира, деление шкалы, начало отсчета и т. д.

Следует, однако, сказать, что если в количественном отношении (по объему) словарь вырастает незначительно, то в качественном отношении (в отношении применения запаса терминов) эти изменения весьма заметны. Это связано прежде всего с систематической работой над введением определений геометрических понятий и с повышением требований к учащимся в отношении использования этих опре-

делений. Речь, конечно, идет не о заучивании определений с целью получить ответ на вопрос: «Что называется...?» Например, учащиеся не должны помнить наизусть определения понятий «отрезок», «луч», но сформулировать ответ на вопрос: «Чем отличается луч от отрезка?» — они должны. В IV классе учащийся проводит простейшие рассуждения — доказательства, при этом особенно сильно заметно качественное изменение использования словаря.

Таким образом, заметно изменяется характер применения учащимися усвоенных терминов. Если в I — III классах устанавливаемые экспериментальным путем свойства только описывались учащимися, то в IV классе уже происходит логическое упорядочение свойств фигур и самих фигур. Учащимися уясняется роль определений и выполняются простейшие рассуждения (доказательства), позволяющие получать (открывать) новые свойства, и не только экспериментальным путем.

Число практических навыков и умений, приобретаемых учащимися в IV классе, увеличивается незначительно. Главное внимание сосредоточивается на совершенствовании тех навыков, которые учащиеся приобрели ранее.

Это совершенствование направлено на повышение точности выполнения построений и измерений с помощью циркуля, линейки, треугольника и транспортира.

Совершенно новыми для учащихся четвертых классов являются навыки, связанные с измерением объема прямоугольного параллелепипеда и измерением углов. Усиливается работа над формированием навыков **объяснения учащимися** работы (процесса), выполняемой ими при решении задач, формируются навыки выполнения простейших доказательств.

ГЛАВА VI

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К УЧЕБНЫМ МАТЕРИАЛАМ ДЛЯ I—IV КЛАССОВ

1. Методические указания к учебным материалам для I класса (к главе II)

Группы упражнений и расположение упражнений внутри каждой группы даны почти в той последовательности, в какой они могут быть преподнесены учащимся. Отсутствие в «Учебных материалах» упражнений по арифметике несколько затрудняет понимание предлагаемой системы и роли каждого раздела.

В пункте 1 уточняются отношения, выраженные словами «одинаковые» — «различные»; «больше» — «меньше». Каждый из приводимых с этой целью примеров должен четко выявлять основной признак, по которому выясняются эти отношения. Говоря о том, какие из сравниваемых предметов «одинаковые» или какой из них «больше», необходимо подбирать такие предметы, для которых «признак сравнения» хорошо заметен и может быть легко выделен учащимся. Например, легко сравнивать два шара различного диаметра и различного цвета, но трудно (на первых порах) — шары различного диаметра и одинакового цвета. Учащиеся в этом случае часто говорят: «Шары одинаковые».

При выполнении подобных упражнений учитель должен подчеркивать, что при сравнении вещей нас интересует не материал, из которого вещи сделаны, не цвет вещи, а их другие качества: размеры, взаимное расположение элементов, форма.

Начиная с упражнения 13, ведется работа по уточнению терминологии, связанной с отношениями взаимного распо-

ложения предметов (выше, ниже, левее, правее, над, под, между и т. п.). Четкие представления учащихся, соответствующие правильному употреблению этих терминов, занимают значительное место в процессе формирования пространственных представлений.

В пункте 2 собраны упражнения, расширяющие и уточняющие представления учащихся о фигурах (многоугольниках).

При выполнении учащимися моделей фигур из палочек (спичек) и пластилина обращается внимание на число элементов фигуры (например, на число сторон или вершин). Фигура становится моделью числа. Треугольник — модель числа 3 (если рассматривать множество его сторон или вершин), пятиугольник — числа 5 и т. д. Натуральное число может моделироваться множеством геометрических фигур. Например, число 2 — два треугольника и т. п.

С первых же шагов обучения нужно обращать внимание не только на правильные многоугольники. Следует применять вариативность¹ как в отношении расположения многоугольников, так и их вида. Чаше оперировать с многоугольниками общего вида.

В процессе моделирования, например, треугольника не следует избегать случая, при котором из трех взятых палочек «не получается» треугольник. Учащиеся должны иметь представление, что при некоторых соотношениях длин сторон фигуры ее модель построить нельзя. В этом учащихся убеждают практические попытки. Следует с учащимися выяснить причину этого, но не добиваться завершения работы в виде обобщений, выраженных «законченными» словесными формулировками.

В пункте 3 приводятся упражнения, связанные с моделированием многоугольников из бумаги (вырезание). Многие упражнения можно выполнять на уроках ручного труда. Следует обратить внимание на упражнение 8, в котором заложена идея сравнения фигур наложением. На верхнем листочке пачки из 3—4 листов бумаги намечаются вершины фигуры. Производится вырезание (одновременно) 3—4 одинаковых фигур.

В пункте 4, помимо приобретения и развития первоначальных навыков использования чертежной линейки, уточ-

¹ В. И. Зыкова, Очерки психологии усвоения начальных геометрических знаний, Учпедгиз, 1955.

няются и расширяются представления учащихся о прямой линии. А именно прямая линия — результат движения точки (острия карандаша) по плоскости (лист бумаги). Прямая линия бесконечна, и ее изображение условно (отрезок, которым она изображается): оно зависит от размеров листа бумаги и самой линейки.

Выясняется, что через одну точку можно провести много прямых линий (сколько угодно), а через две точки — только одну.

В связи с вычерчиванием прямых линий рассматривается отношение взаимного расположения двух прямых линий; пересечение, непересечение. Нужно полагать, что большинство упражнений по вырезыванию и вычерчиванию следует выполнять на уроках ручного труда.

В пункте 5 совершенствуются навыки применения линейки. Учащиеся знакомятся с использованием циркуля для вычерчивания кругов. Круги закрашиваются (подчеркивается, что круг не есть линия). Для вычерчивания фигур используется клетчатая бумага. Клетки позволяют лучше ориентироваться при разметке элементов фигуры. Рисунки в упражнениях 16—19 выполняются учащимися на основе синтеза уже знакомых им видов многоугольников.

Упражнения 2, 3, 5, 6 ценны с точки зрения развития пространственных представлений и геометрической интуиции. Овладение учащимися I класса навыками использования циркуля требует времени и внимания. Эту работу следует практиковать на уроках ручного труда.

В пункте 6 проводится работа по ознакомлению учащихся с отрезком прямой линии и его изображением. Важно, чтобы все учащиеся усвоили условности, отличающие при изображении прямую линию от отрезка (у последнего концы отмечены точками или штрихами).

Учащиеся должны усвоить, что стороны многоугольников — отрезки, уметь «видеть» отрезки на окружающих предметах. В связи с выполнением упражнений этого пункта учащиеся должны ясно представить отличие отрезка прямой от прямой линии, хотя и не обязательно формулировать эти отличия в виде высказываний (так называемых «правил»).

В пункте 7 проводится работа по формированию понятия «длина отрезка» и навыков измерения отрезков. Начинать эту работу следует в процессе изучения первого десятка. Особое внимание учитель уделяет ознакомлению учащихся

ся с сравнением отрезков наложением одного из них на другой. Здесь должны быть даны учащимся первоначальные представления о том, что равные отрезки при наложении совпадают всеми своими точками. Принцип наложения демонстрируется учащимся непосредственно, например сравнение длины палок или карандашей — наложением одного из них на другой и т. п. Ни в коем случае не следует (здесь) добиваться от учащихся заучивания словесной формулировки какого бы то ни было правила, устанавливающего это отношение отрезков.

Критерием качества усвоения должен служить навык в наложении отрезков непосредственно или с помощью нитки, полоски бумаги. После этого можно приступить к ознакомлению учащихся с единицами измерения и способами измерения длины отрезков, расстояния между двумя точками. Уже здесь необходимо начинать формирование навыков определения длины отрезка на глаз. Сравнение отрезков следует начинать еще до формирования навыков их измерений. Измерение длины отрезков целесообразно сначала выполнять в сантиметрах, определяя длину «целочисленных» отрезков в 1, 2, 3, 4 и т. д. сантиметров (по мере изучения чисел первого десятка).

В дальнейшем последовательно учащиеся знакомятся с дециметром (соответствует «десятку» единиц), метром («сотня» единиц — сантиметров) и т. д.

Таким образом, система единиц «мер длины» привлекается в качестве содержательной и яркой иллюстрации структуры десятичной системы счисления¹.

Упражнения 35—41 посвящены изучению вопроса о делении отрезка на две части, в том числе и на равные части. Следует показать приемы нахождения середины полоски, кусочка нитки на глаз с последующей проверкой (непосредственно перегибанием) середины отрезка.

Учащиеся должны систематически практиковаться в измерении отрезков. Значительное место для такой работы должно быть отведено на уроках ручного труда. Учащиеся должны понимать в результате такого опыта, что число — результат не только счета конкретных предметов, но и результат измерения.

¹ Нам представляется, что дальнейшая разработка этого вопроса может серьезно повлиять на изменение традиционной системы ознакомления первоклассников с числами и счетом.

В пункте 8 речь идет об уточнении значений терминов «внутри», «вне», «противоположные». Поэтому совершенно необходимы упражнения, при выполнении которых учащиеся могли бы от жизненных примеров (где отношения, выражаемые этими терминами, выступают наиболее ярко и наглядно) переходить к более абстрактным ситуациям. Совершенно очевидно, что эта терминология должна употребляться на уроках физкультуры, ритмики и других. Упражнения 7—19 помогают ввести понятие о форме предмета или его частей.

Показывая учащимся предметы разнообразной формы, не следует форсировать работу по запоминанию названий (особенно геометрических тел). На первых порах будет вполне достаточно, если ученик вместо фразы «Барабан имеет форму цилиндра» укажет на плакате (таблица II) изображение цилиндра или покажет модель, сказав: «Барабан имеет вот такую форму». Само собой разумеется, что основная работа по изучению формы вещей должна вестись на уроках рисования и труда.

Упражнения, собранные в этом пункте, рассматриваются и изучаются в течение всего I класса и далее. С этой целью полезно иметь в классе плакаты (см. таблицы I и II) и геометрические модели (набор: шары, призмы, пирамиды; набор: бумажные или картонные круги, многоугольники). Учащиеся должны использовать эти материалы при выполнении всех упражнений (сравнивать предмет с его геометрической моделью, с чертежом), находить правильное название. Исключительное значение при этом имеет самостоятельное знакомство учащихся с геометрическими объектами. С этой целью должны использоваться разнообразные дидактические материалы и наглядные пособия.

2. Методические указания к учебным материалам для II класса (к главе III)

В пунктах 1 и 2 вводятся буквенные обозначения точек, отрезков, прямых линий и других фигур. Для этого нами используются заглавные буквы русского алфавита. Однако не исключена возможность применения заглавных букв латинского алфавита. Это определяется самим учителем. В таких случаях следует изготовить таблицу, в которой дается написание и произношение некоторых (для начала) букв латинского алфавита (A, B, C, D, E, N, K, M, O, X, Y).

При выполнении упражнений таблицу вывешивают перед учащимися. Необходимость введения буквенных обозначений может быть мотивирована отсутствием «имени» у точек, отрезков. Буквы заменяют «имя» данного геометрического объекта. Обращаясь к одному мальчику, мы говорим «Петя», к другому — «Ваня». Рассматривая один треугольник, говорим «АВВ», другой — «ОКС».

Здесь впервые разъясняется смысл выражений: «дана точка», «дана прямая линия» и т. д.

В связи с применением буквенных обозначений удобно повторить основные сведения, касающиеся отношений взаимного расположения точек, отрезков, прямых линий, фигур (многоугольников) и их элементов. Определенное внимание следует уделить формированию представлений об отрезке как о множестве точек. Это можно выполнить постепенно, ставя перед учащимися, например, такие вопросы: «Отметь на отрезке какую-нибудь точку»; «Отметь на отрезке две (три, четыре, пять и т. д.) точки»; «Сколько точек можно отметить на отрезке?» Достижению указанной цели содействуют упражнения 2, 7 и им подобные.

В упражнениях 8—11 (п. 2) учащиеся знакомятся с понятиями «длина прямоугольника», «ширина прямоугольника».

Дальнейшее уточнение представлений о прямой линии проводится в пункте 3. В упражнениях 1—3 моделью прямой линии является линия сгиба листа бумаги. Здесь же рассматриваются сечения фигур прямой линией. В частности, упражнение 6 готовит учащихся к правильному пониманию ими вопроса о делении плоскости на части (прямыми линиями).

В пункте 4 показываются приемы применения циркуля для сравнения отрезков и циркуля с масштабной линейкой — для измерения длины отрезков и расстояния между двумя точками. Необходимость выполнения такой работы мотивируется учащимся, например, потребностями практики (не всегда расстояние между двумя точками можно измерить непосредственно с помощью масштабной линейки). Использование циркуля-измерителя для сравнения отрезков позволяет практически усвоить принцип наложения, важную роль играет в обучении построения отрезка, равного данному отрезку.

В пункте 5 продолжается работа по уточнению понятий «середина отрезка», «деление отрезка на равные части».

Нахождение середины и деление отрезка на несколько равных частей выполняется с помощью масштабной линейки (измерение — получение числа, деление числа — измерение) и циркуля. Деление отрезка на равные части рассматривается в связи с выполнением обратной задачи — увеличения отрезка в несколько раз (в два, в три раза). Большое внимание следует уделить сравнению отрезков без применения масштабной линейки. Последняя в этом пункте задача решается путем последовательного откладывания на большей стороне отрезка, равного меньшей стороне прямоугольника.

В пункте 6 рассматриваются задачи, связанные с первым этапом формирования понятия «луч».

Учащиеся должны усвоить, что луч (полупрямая) получается в результате деления данной прямой на две части. Луч имеет начало. При изображении луча на чертеже необходимо следить за тем, чтобы начальная точка луча была обозначена кружочком или штрихом (точкой).

В пункте 7 изучаются отношения взаимного расположения точки и прямой линии, а также принадлежности отрезка к данной прямой (упр. 6, 7). Терминология «лежит на ...», «не лежит на ...», «лежит по разные стороны от ...», «лежит по одну и ту же сторону от ...» и т. п. здесь выступает уже не по отношению к конкретным вещам (как это было ранее), а по отношению к геометрическим объектам. При решении, например, задачи 15 необходимо обратить внимание учащихся, что положение точки O определяется единственным образом. В то время как точка K может занимать различные положения, удовлетворяющие условию задачи, для ответа на вопрос учащемуся достаточно построить несколько (две-три) таких точек.

В пункте 8 рассматривается частный случай взаимного расположения конечного множества точек, случай взаимного расположения тройки точек (относительно каждой из них), принадлежащих прямой линии. Здесь даются представления об употреблении элементов конечного множества (трех точек). Уже знакомые учащимся термины «Лежать (находиться) между» и другие применяются здесь не по отношению к конкретным вещам, а по отношению к более абстрактным, чем эти вещи, — геометрическим объектам — точкам. Некоторые упражнения носят здесь и измерительный характер; например, следует построить точку, не просто «лежащую между двумя данными

точками», а на определенном от них расстоянии и т. п. Такая постановка задачи имеет в виду рассмотрение всех возможных случаев решения, постепенно приучает детей выполнять исчерпывающий анализ ситуации на основе метода проб.

В пункте 9 формируются представления о центре круга, радиусе, диаметре. Учащиеся применяют эти термины; однако критерием усвоения этих элементов учащимися является умение показать центр круга, его радиус или диаметр, но ни в коем случае (на этом этапе обучения) не словесная формулировка определения. По сравнению с I классом можно повысить требования к качеству изображения кругов, вычерчиваемых с помощью циркуля. Упражнения в измерении радиусов и диаметров кругов, а также в вычерчивании кругов заданного радиуса могут выполняться на уроках ручного труда.

Непосредственно за этими упражнениями в пункте 10 полученные сведения о круге находят свое применение в связи с дальнейшим ознакомлением с элементами геометрических тел: цилиндра, конуса (в том числе усеченного). Причем геометрические тела здесь не просто наблюдаются, а над ними выполняются измерительные операции — измерения диаметров оснований. Таким образом цилиндр, конус выступают здесь как объекты для измерений. Весьма полезно тщательное рассмотрение упражнений 7, 8. По сравнению с I классом здесь уже можно несколько повысить требования к выполнению учащимися упражнений, добиваясь от учащихся, например, таких ответов: «стакан имеет форму цилиндра», «дно стакана имеет форму круга» и т. п.

В пункте 11 ведется работа по уточнению представлений учащихся о четырехугольнике. В частности, на основе широкого применения измерений длины элементов (сторон) четырехугольников, а также и сравнения их с помощью циркуля выявляются (подчеркиваются) некоторые свойства прямоугольника, квадрата.

Выясняется попарное равенство противоположных сторон, попарное равенство расстояний (диагоналей) между противоположными вершинами (термин «противоположные» еще не сообщается). Здесь учащимся сообщается название еще одного четырехугольника — ромба. Изучается способ построения ромба (по клеточкам). Возможно проведение работы по моделированию («складыванию») ромба из двух равных равнобедренных треугольников, а также и выпол-

нение обратной задачи. Учащиеся, например, вычерчивая (по клеточкам) прямоугольники и квадраты, убеждаются (с помощью измерений), что эти фигуры имеют точку, которая равноудалена от всех вершин. Строя диагонали этих четырехугольников, они отыскивают такую точку. Термин «диагональ» можно учащимся не сообщать.

В пункте 12 продолжается изучение отношения взаимного расположения прямой линии, отрезка и луча, вновь подчеркиваются существенные признаки каждого из названных понятий.

Установление факта пересечения или непересечения отрезков и лучей, отрезков и прямых, прямых и лучей выполняется учащимися умозрительно, в воображении, а не путем непосредственного «дочерчивания» до пересечения. Понимание учащимися этих упражнений обеспечит формирование достаточно ярких представлений о «конечности» отрезков и бесконечности прямых линий, поможет уточнить их свойства. Такие упражнения содействуют ускорению формирования пространственных представлений и геометрических понятий «отрезок», «прямая», «луч».

В пункте 13 выясняется геометрический смысл термина «противоположные» на примерах-упражнениях, продолжающих работу, начатую в пункте 11.

В пункте 14 рассматривается одно из важных отношений геометрических фигур — принадлежность. После выполнения ряда упражнений у учащихся должно выработаться понятие о принадлежности или непринадлежности точек одной фигуры — другой; выясняется взаимное положение точки, многоугольника, круга; прямой, многоугольника, круга; вообще двух фигур (например, треугольника и круга). Эти упражнения служат целям подготовки учащихся к усвоению важных теоретико-множественных понятий (отношений множеств и их элементов и т. п.)¹.

Первоначальные представления о множестве, элементе множества, принадлежности и непринадлежности, упорядоченности элементов множества и т. п. даются вначале при рассмотрении конечных предметных множеств. Во II классе делаются первые шаги в овладении терминологией. В частности, термины «множество», «элемент множества» должны употребляться в речи учителя в подходящих для

¹ А. И. Маркушевич, Об очередных задачах преподавания математики в школе, «Математика в школе», 1962, № 2, стр. 3—5.

этого случаях. Например, в предложении «стадо коров» можно слово «стадо» заменить словом «множество» и т.п.

Опыт показал, что эта терминология очень быстро и незаметно для самих учащихся проникает в их активный словарь, они начинают использовать эти термины. Однако учитель должен понимать, что усвоение терминологии (в данном случае) не является главной целью.

Большое значение имеют упражнения 12—16, которые направлены на формирование навыков расчленения фигуры, мысленное (воображение) получение новых фигур в процессе выяснения их взаимного расположения на плоскости.

В пункте 15 собраны упражнения, подготавливающие введение понятия **периметр многоугольника**. На примере упражнения 6 учащимся следует продемонстрировать спрямление ломаной линии путем построения (с помощью циркуля) отрезка, равного сумме (периметру) ее сторон. Хотя длина отрезков, используемых в упражнениях этого пункта, выражена в целых сантиметрах, следует рекомендовать (в зависимости от знакомства учащихся с другими единицами измерения длины) применять и остальные единицы измерения.

В пункте 16 проводится работа по уточнению представлений о геометрических телах (пирамидах, призмах) в процессе изготовления моделей из палочек и пластилина.

Внимание учащихся привлекается прежде всего к изучению формы граней пирамиды и граней призмы. Ответ на заданный в упражнении 4 вопрос требует от учащихся не только активной конструкторской деятельности, но и активизации процесса пространственного воображения. Система таких упражнений способствует закреплению представлений.¹

Упражнения 4 и 6 специально рассчитаны на стимулирование развития пространственных представлений учащихся. Для ответа на вопрос упражнения 6 нужно выполнить воображаемое построение модели куба. Учащимся, не справляющимся с этим заданием, следует выполнить реальные построения модели куба. Например, модель квадрата (одной грани куба) дополнить одним ребром (двумя, тремя

¹ Е. Н. Кабанова - Меллер, Психология формирования знаний и навыков у школьников, изд. АПН РСФСР, 1962, стр. 91.

или даже четырьмя ребрами), но не доводить построение реальной модели до конца.

В результате выполнения упражнений 6 и 7 учащиеся должны получить достаточно четкие представления о кубе, такие, чтобы ответ на вопрос о числе вершин и ребер куба мог бы быть решен учащимися даже в отсутствие модели куба.

В пункте 17 даются примеры применения сведений о фигурах и их вычерчивания и моделирования для построения орнаментов, изготовления простейших игрушек. Поэтому многие из упражнений этого пункта могут выполняться на уроках ручного труда. В упражнениях 6—9 учащиеся получают первоначальные представления о развертках боковой поверхности призмы, цилиндра, конуса. Эти представления даются систематическим путем. Формируются первоначальные представления перехода от развертки к модели геометрического тела. От учителя на уроках рисования или ручного труда (равно как и на всех других уроках) требуется непрерывное внимание к развитию речи учащихся, внимание, обеспечивающее систематическое употребление в собственной речи научной математической терминологии. Уже только это, как показал эксперимент, заметно сказывается на усвоении учащимися геометрических знаний.

3. Методические указания к учебным материалам для III класса (к главе IV)

В упражнениях 2, 3, 4 пункта 1 снова возвращаемся к изучению прямой линии. Здесь обобщаются накопленные представления о прямой линии. Ставим вопрос о способах выделения из множества тех линий, которые являются прямыми. В данном случае учащимися выполняется проверка «прямизны» линий с помощью перегибания листа бумаги или натянутой нитью. Линии, не все точки которых совпадают, например, с натянутой нитью или с линией перегиба листа бумаги, не являются прямыми. Конкретные наблюдения (упражнение 5) позволяют дать представления о кривых линиях, замкнутых и незамкнутых. Устанавливается, что границы известных учащимся многоугольников есть **замкнутые ломаные линии**. Замкнутой кривой линией является граница круга — окружность. Здесь впервые используется этот термин.

Упражнения 8—10 носят не только тренировочный характер (расширяют и уточняют сведения об окружности); с их помощью вводятся новые понятия и отношения, например, такие, как взаимное расположение двух окружностей, отрезка и окружности, прямой и окружности, понятие дуги окружности. Значительное место здесь занимает выяснение метрических соотношений, например, рассматриваемых в упражнениях 11, 12, 13, 14, 15. Выполнение этих упражнений содействует формированию измерительных навыков.

В пункте 2 вначале на примерах из жизни, затем в классной работе с рисунком выясняется важное свойство отрезка прямой линии (кратчайшее расстояние между двумя точками). Уточняется смысл выражения, уже давно знакомого учащимся: «расстояние между двумя точками». Уже здесь формируются общие представления о расстоянии между двумя точками, о том, что такое расстояние. Здесь можно рассматривать примеры определения расстояний по прямой линии как на плоскости, так и в пространстве. Например, определить (на глаз) расстояния между двумя электрическими лампочками в классе. Можно говорить учащимся и об определении расстояния по поверхности земли и др.¹.

Выполнение тренировочных упражнений по измерению расстояний между двумя точками включает повторение сведений о ранее изученных фигурах, элементах фигур и их отношениях.

В III классе учащиеся могут быть ознакомлены с упрощениями в применении буквенных обозначений. До этого обычно для обозначения двух фигур — прямой и точки на этой прямой — они применяли три буквы. Теперь они могут это сделать с помощью двух букв. Переход к новому использованию буквенных обозначений интересно выполнять с помощью постановки задач, которые не только активизируют мыслительную деятельность, но и направлены в сторону формирования пространственных представлений. Приведем примеры таких упражнений.

Задача. Изобразили и обозначили буквами две фигуры: точку и прямую. Как расположены точка и прямая, если при их обозначении можно использовать только две буквы? Выполнить чертеж.

Задача. Изобразили и обозначили буквами шесть

¹ Учителю начальной школы полезно ознакомиться с брошюрой Ю. А. Шрейдера «Что такое расстояние», Физматгиз, М., 1963.

фигур: три точки и три прямые. Как расположены точки и прямые, если при их обозначении использовали только три буквы? Выполнить чертеж.

Как показал наш эксперимент, в III классе вполне возможно (а необходимость в этом возникает значительно раньше) провести достаточно строгие рассуждения по поводу равенства и неравенства отрезков. Рассуждения при сравнении двух отрезков иллюстрируются с помощью циркуля-измерителя (если учащиеся имеют некоторый опыт его применения). Можно также изобразить один из сравниваемых отрезков на прозрачной бумаге (кальке). (Применение кальки позволяет выполнять непосредственно «наложение» одного отрезка на другой.) Приведем одно из возможных рассуждений. Сравним отрезки AB и CD (отрезок AB на кальке).

Наложим отрезок AB на отрезок CD так, чтобы точка A совпала с точкой C . Если отрезки совпадут всеми своими точками, значит, они равны: $AB=CD$.

Если точка B попадет между точками C и D , то отрезок AB будет короче (меньше) отрезка CD :

$$AB < CD.$$

Если точка B не попадет на отрезок CD , то отрезок AB будет длиннее (больше) отрезка CD :

$$AB > CD.$$

Естественно, что от учащихся III класса не требуется запоминания (дословно) этого рассуждения. Ученик должен уметь, выполняя практическое действие, сопровождать это словесными пояснениями.

Работа по формированию понятия «периметр многоугольника» была начата во II классе. Уже там учащиеся научились находить периметры треугольников, четырехугольников как сумму длин отрезков.

В пункте 3 мы снова возвращаемся к этому понятию. Решение вопроса о нахождении периметра многоугольника здесь выполняется двумя способами:

1. Измерение длины каждой из сторон многоугольника с последующим нахождением суммы длин.

2. Спрявление контура многоугольника (построение отрезка, равного сумме отрезков — сторон).

Устанавливается эквивалентность результатов при определении периметра как суммы чисел и как суммы отрезков (упражнение 18).

Особого внимания учителя потребует введение термина «периметр».

В пункте 4 даются упражнения, несколько систематизирующие и выявляющие представления учащихся об углах, вводится терминология. Необходимость в такой работе определяется потребностями практики учащихся. В школьном обиходе (на уроках рисования, ручного труда и т. п.) термины «угол», «вершина угла», «стороны угла» и т. д. употребляются часто.

Представления об углах уточняются при помощи шарнирной модели угла (малки) и при наблюдении окружающих предметов. Устанавливается, что величина угла зависит от «поворота луча — стороны угла»; уже здесь выполняются упражнения по сравнению углов (5, 6, 7). Представления о прямом угле здесь даются как об одном из углов прямоугольника. Наблюдения и практическая работа по сравнению углов позволяют установить, что углы квадрата также прямые; что чертежный треугольник имеет прямой угол. Для обозначения углов (на этом этапе) употребляется одна буква или цифра (ставится у вершины). Вводятся термины «острый», «тупой» углы. Значительное место отводится практическому определению сравнительной величины углов (по сравнению с прямым углом). Это делается с помощью чертежного треугольника. Однако добиваться более высокого уровня обобщения понятия «угол» здесь не следует. Речь должна идти главным образом о совершенствовании практических навыков, накоплении представлений, овладении соответствующим словарем. Высказанные соображения могут быть частично мотивированы тем, что, с одной стороны, необходимость проведения этой работы оправдана еще незначительными потребностями школьной практики учащихся в овладении этими понятиями и, с другой стороны, отсутствием у учащихся многих представлений, без которых нельзя формировать научное понятие угла.

В пункте 5 проводится работа, в связи с которой вводятся упражнения, характеризующие взаимное положение прямых на плоскости. Раннее введение в обиход учащихся и правильное использование ими выражений «параллельные прямые», «параллельные отрезки» значительно упро-

щает объяснение учителем многих вопросов, возникающих на уроках рисования, ручного труда и др. Интуиция подсказывает учащимся, что существуют непересекающиеся прямые. Эти прямые мы называем «параллельными» (ведь употребляем же мы в I классе термины «горизонтальная», «вертикальная» — чем они проще?).

Вполне строго определяется понятие «параллельные отрезки» (отрезки, принадлежащие параллельным прямым). Представление о параллельных прямых уточняется примерами (решаемыми в воображении).

В частности, если мысленно продолжить две противоположные стороны прямоугольника, то получится бесконечная полоса, границы которой — непересекающиеся прямые линии, т. е. параллельные прямые.

Упражнения 6, 7, 8 дают возможность на конкретных примерах показать учащимся приемы построения параллельных прямых.

В пункте 6 учащиеся практикуются в построении прямоугольников и квадратов с помощью циркуля и линейки (на бумаге без клеток). Внимание учащихся обращается на применение уже известных им свойств этих фигур (все углы прямые, противоположные стороны попарно равны и т. д.). Здесь же вводятся новые термины — «основание» и «высота» прямоугольника.

В пункте 7 на основе наблюдений и эксперимента устанавливаются некоторые свойства диагоналей прямоугольника, квадрата (представление о диагонали четырехугольника у учащихся уже есть, см. пункт 11 главы III). Вводится термин «диагональ».

Интерес вызывают весьма полезные с точки зрения математического развития учащихся упражнения, в которых определяется число диагоналей многоугольников, рассмотрение формы фигур, на которые диагональ (или диагонали) делит многоугольник, подсчет числа областей (фигур), получаемых при этом.

В пункте 8 изучение понятия **площадь прямоугольника** начинается с упражнений, при помощи которых обнаруживается наиболее рациональный способ подсчета «числа клеточек», содержащихся в прямоугольнике, квадрате. Вводится понятие **квадратный сантиметр**.

В упражнениях 9—12 учащиеся вычисляют площадь, выраженную в квадратных сантиметрах. Не следует форсировать усвоение этого понятия. Прежде чем переходить

к решению упражнения 15, следует основательно (в течение 1—2 недель) закрепить предшествующий материал.

Лишь после некоторого перерыва целесообразно продолжить работу по введению других единиц измерения площадей. Вводится понятие **квадратный дециметр**. Вычисляется площадь прямоугольников, выраженная в квадратных дециметрах. После вычисления площади этих же прямоугольников в квадратных сантиметрах, устанавливается зависимость между этими двумя единицами площади (площадь квадратного дециметра вычисляется в квадратных сантиметрах).

Наблюдения учащихся, проводимые под руководством учителя, должны привести к пониманию необходимости введения таких единиц измерения площадей, как квадратный метр, ар, гектар. Причем переход к новой единице и установление отношений между единицами измерения требует рассредоточения обучения этим вопросам во времени.

В пункте 9 рассматриваются упражнения, в которых отношения взаимного расположения фигур, принадлежащих одной и той же плоскости, используются как примеры, способствующие формированию и уточнению геометрических понятий. С другой стороны, система упражнений, подобранных в пункте 9, имеет в виду организацию целенаправленной работы по формированию и развитию теоретико-множественных представлений учащихся. Отношения множеств и их элементов (общая часть пересекающихся фигур, принадлежность точки и т. д.) моделируются на геометрических объектах. При этом используется уже известная учащимся терминология: «принадлежность», «непринадлежность», лежать «внутри», «вне» и т. д.

В пункте 10 рассматриваются примеры использования изученных фигур для иллюстрации долей величины. Получение отчетливых представлений о доле величины послужит хорошей базой формирования понятия дроби. Однако и эту работу следует использовать с целью развития геометрических представлений. В этом отношении особый интерес представляют упражнения типа 8, 10.

Другим примером применения хорошо известных учащимся геометрических объектов и их отношений является геометрическая иллюстрация «деления с остатком». Упражнения, посвященные этому вопросу, даны в пункте 11.

Упражнения пункта 12 рассматривают вопрос о взаимном положении точки и угла. Эти упражнения помогают

уточнить представления учащихся о стороне угла как о луче, о вершине угла (точка), о самом угле как о части плоскости. Упражнения помогают учащимся усвоить смысловую сторону отношений «лежать вне», «лежать внутри» в применении к понятию «угол».

В пункте 13 на конкретных примерах, связанных с выполнением наблюдений, сравнений, непосредственных измерений и построений, учащиеся подводятся к осмыслению таких фактов-догадок, как:

1) не существует треугольника с двумя тупыми (с двумя прямыми) углами;

2) углы, образованные диагоналями квадрата, прямые и т. п.

И здесь, например, при выполнении упражнения 4 должно активизироваться воображение учащихся, их экспериментально-конструктивная деятельность.

Представления об **осевой симметрии** (с которой учащиеся неоднократно сталкиваются в своей деятельности, начиная с I класса, и на которую обращают их внимание на уроках рисования, ручного труда) систематизируются в пункте 14. Упражнения пункта 14 выполняются на уроках арифметики или в домашних условиях. Однако здесь они представлены весьма ограниченно. В нашем эксперименте большое число упражнений, связанных с уточнением представлений об осевой симметрии, выполнялось на уроках ручного труда. В этом отношении весьма содержательны и интересны опыты вырезывания из бумаги «салфеток», «снежинок», «елочек», «человеческих фигурок», «бабочек», деталей для бумажных цветов и т. п. В нашей книге эти упражнения не даны, так как они достаточно известны учителям¹, важно лишь в процессе выполнения этих распространенных поделок не забывать подчеркивать их «геометрию», употреблять научную геометрическую терминологию.

Целью предлагаемой здесь системы упражнений не является доведение (форсирование) учащихся до обобщения (на уровне словесного определения, формулировки) понятия «осевая симметрия». Главная цель этой работы — формирование четких представлений о симметрии как свойстве некоторых плоских фигур или как о возможном расположении ряда фигур на плоскости, в результате которого

¹ Например, по книге «Своими руками», изд. «Молодая гвардия», 1958, и многим другим книгам аналогичного назначения.

возникает отношение между этими фигурами, носящее название «осевая симметрия». На первых порах работы с учащимися учителям следует тщательно отбирать примеры симметрии из окружающей обстановки. Лучше говорить, например, не о симметрии шкафа вообще, а о симметрии его **передней стенки**, не о симметрии бабочки, а о симметрии ее плоского изображения, это целесообразно в связи с тем, что разговор о симметрии в пространстве (симметрия относительно плоскости) в явном виде здесь начинать преждевременно.

В пункте 15 продолжается ознакомление учащихся со свойствами геометрических тел. По внешнему виду при непосредственном сравнении различных моделей из множества призм выделяются прямоугольные параллелепипеды. Наблюдения учащихся, проводимые под руководством учителя или самостоятельно, помогают обнаружить предметы, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда. Учащиеся изготавливают модель параллелепипеда. Уточняются сведения о его элементах, числе вершин, числе ребер, соотношении длин его ребер. Дается представление о гранях, выясняется их число, их форма. Упражнения вида 12—19 позволяют учащимся высказать гипотезу, что 12 ребер прямоугольного параллелепипеда можно разбить на три группы отрезков (в каждой из которых отрезки равны между собой). Аналогичная работа, относящаяся к уточнению понятия «куб», ведется в упражнениях 13—18. Постановка вопроса (упражнение 18) готовит учащихся к пониманию того, что куб — частный случай прямоугольного параллелепипеда.

В пункте 16 учащиеся впервые знакомятся с терминами «кривая поверхность», «плоская поверхность» — «плоскость», получают необходимый для правильного истолкования этих терминов запас конкретных представлений. Существенным моментом при рассмотрении упражнения 2 является понимание учащимися «бесконечности» (неограниченности) плоскости.

Исключительно важно при этом, чтобы учащиеся отвлеклись от механических качеств поверхностей реальных тел (гладкость, шероховатость и т. п.), при формировании первоначальных представлений о плоскости или кривой поверхности. В этом же пункте учащиеся знакомятся с понятиями **полуплоскость**, **ребро полуплоскости**. Упражнения 7—13 помогают формировать представления учащихся

о вновь введенных понятиях и одновременно несколько уточнить представления о луче, прямой линии, отрезке. И в этом случае, помимо использования чертежей, целесообразно прибегнуть к моделям (упражнения 10—13).

В пункте 17 учащиеся знакомятся с вычерчиванием орнаментов при помощи только циркуля, при помощи циркуля и линейки. Им показывается важный для практики прием деления окружности на 6 (3) равных частей, что дает возможность выполнять построения правильного шестиугольника (термин «правильный» учащимся сообщать не обязательно). Учащиеся получают представления о вписанных многоугольниках (термин «вписанный» сообщается учащимся). По желанию учителя многие упражнения этого пункта могут выполняться учащимися на уроках ручного труда (например, в связи с изготовлением елочных игрушек, закладок для книг, аппликаций и т. п.).

В упражнениях 11 и 12 проводится работа по выполнению учащимися бумажных моделей многоугольников. Они знакомятся с развертками куба, прямоугольного параллелепипеда.

Большое значение для развития пространственного воображения учащихся имеют вопросы, отобранные в упражнении 12.

Если учащиеся затрудняются ответить на эти вопросы без сравнения развертки с готовой моделью тела, то следует прибегнуть к такому сравнению, т. е. использовать модель.

Как в I и во II классах, так и в III классе продолжается и развивается методическая линия использования геометрической фигуры в качестве модели числа. Как убедительно показал эксперимент, учащимся III класса вполне доступна идея изображения натуральных чисел точками луча. В III классе вводится и далее непрерывно используется «числовой луч». К этой работе учащиеся подготовлены всей своей предшествующей деятельностью (мы имеем в виду учащихся экспериментальных классов): они овладели масштабной шкалой измерительной линейки, умеют строить отрезки заданной длины, владеют понятием «луч». Прежде чем перейти к изучению числового луча, целесообразно ознакомить учащихся с построением диаграммы, т. е. с изображением чисел прямоугольниками или отрезками. Учащиеся довольно быстро овладевают навыками построения простейших «столбчатых» диаграмм на клетча-

той бумаге и получают представления о масштабе (без его словесного определения).

Они говорят так: «Если одну клеточку принять за единицу, то столбик (прямоугольник) в пять клеточек будет изображать число 5». После некоторой практики все учащиеся легко выполняют задачи такого вида: «Столбик высотой в 5 клеточек изображает число пионеров школы, которых у нас 250. Столбиком какой высоты можно изобразить число октябрят, которых у нас 200?» Затем переходят от столбчатых диаграмм к построению диаграмм «в отрезках». Этому предшествует выполнение учащимися следующих задач:

З а д а ч а I. Отрезок AB (на рисунке отрезок длиной «в 2 клетки») принят за число 1. Какие числа изображены остальными отрезками (на рисунке отрезки «в 10 клеток», «в 8 клеток», «в 4 клетки»)?

З а д а ч а II. Изобразить числа 3, 7, 11 отрезками, приняв за 1 отрезок в 1 клетку (масштаб: 1 — 1 клетка).

После того как учащиеся научились изображать числа отрезками, можно предлагать им упражнения, в которых все отрезки располагаются на луче так, чтобы один конец каждого отрезка совпадал с началом луча, а над другим концом каждого отрезка были бы написаны изображаемые ими числа. В этом случае целесообразно рассмотрение практических примеров. В частности, верстовые столбы (точки) на шоссе или железных дорогах являются концами отрезков, начала которых расположены в пункте (точка) отправления и т. п.¹.

4. Методические указания к учебным материалам для IV класса (к главе V)

В пункте 1 собраны упражнения повторительного характера. Однако всей работе должна придаваться при этом общематематическая направленность. Например, при выяснении вопроса: «На какие части две точки, принадлежащие прямой линии, делят эту прямую» — следует обращать внимание на выделение возможного числа «частей». Учащиеся хорошо знают, что точка делит прямую на два луча;

¹ К. И. Нешков, А. М. Пышкало, Самостоятельные работы по арифметике для V класса (дидактический материал), изд. «Просвещение», 1964, стр. ...

после некоторой работы они замечают, что две точки, принадлежащие прямой, образуют не только два луча и отрезок, но... четыре луча. Выполнение задачи: «На прямой отмечены четыре точки. Сколько образовалось лучей?» (Восемь.) — и распространение вопроса приведенной задачи для 5, 10, ..., 100 точек даст возможность установить, что число лучей равно удвоенному числу точек.

Решение задачи: «Сколько двухзначных чисел можно составить, используя лишь цифры 2, 5, 1 и 7, при условии, что в каждом числе не должно быть одинаковых цифр?» — должно связываться учащимися с решением задачи: «На прямой отметили точки *A*, *B*, *B* и *Г*. Сколько отрезков образовалось на прямой? Решить задачу, не выполняя чертежа».

Для выполнения упражнений пункта 1 специальных уроков не отводится. Упражнения этого пункта служат целям повторения и систематизации уже изученных учащимися сведений. Выполнение упражнений (отдельными группами) можно проводить на уроках, посвященных изучению темы «Десятичная система счисления» первого раздела экспериментального курса математики IV класса «Натуральные числа»¹.

В пункте 2 собраны образцы упражнений, способствующих обобщению представлений учащихся о взаимном расположении фигур, но уже не на плоскости, а в пространстве. Основные пространственные отношения взаимного положения точки и плоскости рассматриваются на модели (проволочной) куба или прямоугольного параллелепипеда. Следует широко привлекать и окружающие учащихся конкретные вещи (классная комната, стены, пол, потолок). Работа с чертежом проводится несколько позже, когда все учащиеся свободно определяют отношение взаимного положения вершин и плоскости граней на модели прямоугольного параллелепипеда, пирамиды или другого многогранника.

Тщательного рассмотрения заслуживает упражнение 4. Следует помочь учащимся мыслить о плоскости пола или стены не только как о прямоугольнике, который они видят. Учащиеся должны представлять их простирающимися бесконечно за пределами комнаты.

Следует заметить, что результаты опытного обучения

¹ К. И. Н е ш к о в, Математика. Учебные материалы для IV класса, ч. I, изд. АПН РСФСР, 1963 (на правах рукописи).

показали, что предлагаемая нами система изучения геометрического материала может быть использована (во многих своих частях) несколько раньше, чем это представлено в настоящей книге. В настоящее время проверяется разработанный нами вариант программы, при котором значительная часть геометрического материала из IV класса перенесена в III класс¹. Как показывают предварительные данные, учащиеся без напряжения овладевают этим материалом.

В пункте 3 также почти все упражнения имеют своей целью закрепить систему знаний, связанных с понятием «периметр многоугольника». Упражнения этого пункта целесообразно связать с изучением темы «Сложение» (§ 4)². При этом геометрические операции (построение отрезка, равного периметру многоугольника, и т. п.), являются хорошей иллюстрацией. Выделять специальные уроки для выполнения упражнений этого пункта нет необходимости. Значительную часть упражнений, например, таких, как 1, 2, 3 и др., учащиеся могут выполнять самостоятельно.

Упражнения пункта 4 могут быть использованы как геометрическая иллюстрация при изучении темы «Вычитание» (§ 5 учебных материалов К. И. Нешкова). Термины «сложение отрезков», «вычитание отрезков» использовать не следует.

Упражнения пункта 5 выполняются учащимися в связи с составлением выражений (формул), а также и в связи с изучением уравнений (§ 6, 7— «Выражения», «Решение уравнений»).

В пункте 6 устанавливаются пространственные отношения взаимного положения прямой и плоскости. Используя модели, учащиеся исследуют возможные случаи взаимного положения прямой и плоскости; принадлежность, пересечение и непересечение (параллельность прямой и плоскости). В последнем случае можно обойтись без введения терминологии «прямая параллельна плоскости». Все внимание учителя должно быть сосредоточено на достижении каждым учащимся четких представлений возможных случаев расположения. Главным критерием усвоения служит умение

¹ См. К. И. Нешков и А. М. Пышкало, Математика. Экспериментальные учебные материалы для III класса, ч. I, изд. «Знание», 1964 (на правах рукописи).

² См. К. И. Нешков, Математика. Учебные материалы для IV класса, ч. I, изд. АПН РСФСР, 1963 (на правах рукописи).

воспроизвести на модели (карандаши, лист бумаги) или на окружающих предметах соответствующую ситуацию.

В традиционном курсе геометрии учащиеся впервые сталкиваются с рассматриваемым вопросом на восьмом году обучения (?!), причем это рассмотрение выполняется на модели прямоугольного параллелепипеда или куба.

Эксперимент показывает, что знания учащихся четвертых классов, уровень их пространственных представлений, относящихся к обсуждаемому здесь вопросу, заметно превосходит (по глубине и четкости представлений) знания учащихся нынешних восьмых классов.

Упражнения пункта 7 не являются совсем новыми для учащихся IV класса. Они могут быть использованы как отдельные задания учащихся почти на любом уровне и рассредоточены по всему учебному материалу.

В пункте 8 существенно уточняются представления учащихся об угле. Угол определяется как часть полуплоскости. Заучивание определения здесь не предполагается. Однако особого внимания учителя потребует правильное использование учащимися введенной терминологии: «полуплоскость», «ребро полуплоскости».

Правильное выполнение учащимися упражнения 6 является лучшим свидетельством того, что определение понятия угла учащимися усвоено (хотя и не заучено).

В этом же пункте (упражнение 18) дается определение понятия «равные углы». Этому предшествует определенная работа, в процессе которой модели углов сравниваются наложением. Заучивания упомянутого определения от учащихся не требуется. Критерием усвоения этого понятия является установление равенства (или неравенства) углов непосредственным наложением — экспериментально. Достижению этой цели служат упражнения 21, 22, 23. Уточнению понятия «внутренний угол многоугольника» служат упражнения 25, 26.

Для начала изучения темы «Углы, сравнение углов» следует отвести минимум два урока.

В пункте 9 собраны образцы различных задач, при решении которых необходимо поставить выражение (формулу). Эти задачи решаются в связи с дальнейшей работой по изучению арифметических действий.

Пункт 10 посвящен изучению темы «Объем прямоугольного параллелепипеда». Это изучение целесообразно начать в связи с темой «Умножение натуральных чисел» (§ 2).

Началу изучения этой темы следует посвятить полностью 3—4 урока, в течение которых учащимися будет найден рациональный способ подсчета (вычисления) числа кубиков, заполняющих данный параллелепипед (упражнения 9—31).

Упражнения 1—8 служат уточнению имеющихся у учащихся сведений о прямоугольном параллелепипеде и кубе. В упражнениях 5—6 даются определения основания прямоугольного параллелепипеда и его трех измерений (длина, ширина, высота). Учитель может быть доволен результатом обучения, если учащиеся на модели (в каждом отдельном случае) могут показать перечисленные объекты.

Как и в отношении измерения площади, при изучении измерения объема не следует одновременно знакомить учащихся сразу со всеми используемыми на практике единицами и соотношениями между ними. При правильном подходе к изучению этих вопросов итогом работы должно служить самостоятельное составление учащимися таблицы единиц измерения объема.

Тема «Виды углов» изучается в связи с темой «Деление натуральных чисел» (в этом не следует искать какой-либо органической связи). В пункте 11 учащиеся знакомятся с видами углов. Совершенно новым для учащихся будет понятие «развернутый угол». Если подойти к введению этого понятия используя представление об угле как о части полуплоскости, которая «заметается» вращающимся лучом (подобно тому, как мы это можем наблюдать при работе «дворника» — стеклоочистителя автомобиля), то вывод о том, что «вся полуплоскость является также углом», легко воспринимается всеми учащимися.

В упражнении 11 дается определение прямого угла (угол, равный половине развернутого). Опытным путем (непосредственной проверкой с помощью угольника) устанавливается эквивалентность прежних и новых представлений о прямом угле на примере получения модели развернутого, а затем и прямого угла из кусочка бумаги (лучше «неопределенной формы»). Изучению этой темы целесообразно посвятить 2—3 специальных урока.

Следует обратить особое внимание на упражнение 23, в котором определяется понятие угла, составленного двумя отрезками.

Интерес представляют рассуждения учащихся при реше-

нии ими отдельных задач. Приведем пример такого рассуждения ученика IV класса школы № 16, вызванного к доске для объяснения решения задачи 33:

«Мне известно, что один из четырех углов, полученных при пересечении двух прямых линий, прямой. Если это так, то и остальные три угла также должны быть прямыми. **Первый угол** (указывает на один из углов, номерует углы последовательно 1, 2, 3, 4) и **второй**, соседний с ним, угол, составляют вместе полуплоскость. Первый угол прямой, значит, он равен половине развернутого... значит, второй угол является другой половиной развернутого угла. Вторым углом поэтому прямой. Так же можно рассказать и о 3-м угле и о 4-м угле. 3-й и 4-й углы тоже прямые. Здесь на чертеже только прямые углы... и еще развернутые углы» (Показывает их.) Для сравнения этот же вопрос был поставлен учащимися VII класса. Ни один из них не дал сколько-нибудь убедительного обоснования решения задачи 33, хотя на протяжении более чем одного года «доказывали теоремы».

В пункте 12 продолжается изучение измерения объема прямоугольного параллелепипеда. Здесь даются определения (не сразу, а последовательно) кубического дециметра, кубического метра. Последовательно отыскивается зависимость между этими единицами. Следует обратить особое внимание на упражнения 1, 13, 14. Четкие ответы учащихся при выполнении этих упражнений свидетельствуют о хорошем качестве усвоения важной части метрической системы мер.

При выполнении очень полезных упражнений 7 и 18 следует учащимся, испытывающим трудности, предоставить возможность применения модели.

В пункте 13 сосредоточены упражнения, продолжающие формирование представлений учащихся о пространственном расположении двух фигур. Эти упражнения необходимо использовать постепенно. Результатом работы должны явиться четкие представления учащихся о возможных случаях взаимного расположения двух прямых в пространстве. Критерием усвоения в данном случае является умение показать каждый из этих случаев на модели многогранника или на окружающих предметах. После усвоения учащимися рассматриваемого в пункте 13 материала становится возможной работа по **определению понятия** «параллельные прямые».

В пункте 14 дается определение взаимно перпендикулярных прямых (прямые, образующие прямые углы) и рассматриваются упражнения, способствующие усвоению определения. На примерах построения этих прямых выясняются такие положения, как возможность проведения через данную точку к данной прямой единственного перпендикуляра. И здесь следует добиваться в первую очередь не усвоения словесной формулировки определения, а ясных представлений и точного понимания применяемой терминологии. Это понимание выясняется прежде всего при оценке результатов практической деятельности учащихся.

Учитель должен быть вполне удовлетворен в том случае, когда учащийся на окружающих предметах, моделях, на чертеже умеет показать то, о чем его спрашивает учитель. В упражнениях этого пункта ведется подготовка к обоснованию таких фактов, как «две прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны между собой». Ведется серьезная подготовка к введению понятий «высота треугольника», «расстояние от точки до прямой», «расстояние между двумя параллельными прямыми». С этой целью, например, дается определение понятия прямой, перпендикулярной к отрезку (упражнение 26).

Изучению перпендикулярности прямых линий следует отвести (вначале) 1—2 специальных урока. Работу же по решению задач можно продолжать и на других уроках, и дома.

По мере усвоения содержания и формирования практических навыков следует повышать требования в отношении правильного использования учащимися обозначений, символики, терминологии.

В пункте 15 вводится новое для учащихся понятие — «расстояние от точки до прямой». Успешное усвоение этого понятия находится в прямой зависимости от того, насколько свободно учащиеся решают задачу: через данную точку к данной прямой провести перпендикуляр. Опытным путем устанавливается факт, что самым коротким (наименьшим, кратчайшим) расстоянием от данной точки до прямой будет длина отрезка перпендикуляра, проведенного через эту точку к данной прямой. Учащиеся не обязаны знать словесной формулировки определения, но выражать ее хотя бы в такой форме: «Расстояние от точки до прямой измеряется по перпендикуляру» — они должны.

В пункте 16 рассматриваются три важных факта: 1) параллельность двух прямых, перпендикулярных к одной и той же третьей прямой;

2) измерение расстояния между двумя параллельными прямыми;

3) ознакомление с понятием полосы.

Здесь предпринимается попытка проведения рассуждений (доказательства).

Задача построения параллельных прямых, которую учащиеся уже решали в III классе, здесь получает уточнение в связи с определением понятия «расстояние между двумя параллельными прямыми».

Учителю нужно обратить внимание на упражнение 9 (следует подвести учащихся к пониманию того, что эта задача имеет два решения. В упражнениях 11—20 проводится работа по введению определения и усвоению понятия полосы.

Большое значение имеет аналогия, проведенная в задаче 12. В дальнейшем эта аналогия может быть продолжена по отношению к пространству (деление пространства плоскостью на два полупространства и т. д.). Здесь же полезно поставить и решить задачи о разбиении прямоугольного параллелепипеда одной, двумя, тремя и т. д. плоскостями, параллельными его граням, о числе его частей в зависимости от числа плоскостей, о форме получаемых многогранников и т. п.

Задачи 14, 16, 17 могут быть использованы как упражнения, связанные с развитием теоретико-множественных понятий (отношение принадлежности, пересечение множеств). С другой стороны, эти же задачи содействуют упорядочению свойств четырехугольников (параллелограммов), являющихся общей частью двух пересекающихся полос.

Для организации начала работы по пункту 13 целесообразно выделить 1—2 специальных урока и продолжить работу в процессе и в связи с изучением текущего материала¹.

В пункте 17 учащиеся знакомятся с определениями понятий прилежащих и смежных углов, а также с понятиями «сумма углов», «разность углов», «доля угла». Здесь же вводится термин **биссектриса угла**. Содержащиеся в этом пункте упражнения служат для формирования этих понятий.

¹ К. И. Н е ш к о в, Математика. Учебные материалы для IV класса, ч. II, изд. АПН РСФСР, 1963 (на правах рукописи).

В процессе формирования понятия «смежные углы» целесообразно использовать понятие «противоположные лучи». Последнее может быть введено непосредственно в связи с изучением смежных углов или раньше.

Прежде чем приступить к ознакомлению учащихся с вертикальными углами, в пункте 18 вводится понятие «градус», изучается устройство и приемы использования транспорта для измерения и построения углов.

Введение понятия об угловом градусе, как нам это представляется, не следует связывать с понятием градуса дуги. Рекомендуемый нами подход при ознакомлении учащихся с градусом как единицей измерения углов не вызывает затруднений у учащихся четвертых классов. Данные специально проведенных сравнительных контрольных работ убеждают в том, что по глубине усвоения и прочности навыков измерения и построения углов с помощью транспорта учащиеся четвертых экспериментальных классов не уступают учащимся шестых классов восьмилетней школы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Начальный этап опытного обучения геометрии (в I — IV классах), в котором использовались и проверялись наши предложения и учебные материалы, завершен в 1963/64 учебном году. Результаты этой работы частично обобщены и позволяют высказать предварительные суждения и выводы, касающиеся оценки эффективности предлагаемой системы изучения геометрического материала в начальных классах школы.

Эксперименты психологов (Л. В. Занкова¹, Д. Б. Эльконина и В. В. Давыдова², П. Я. Гальперина и Н. Ф. Талызиной³ и др.), убедительно показали, что познавательные возможности младших школьников шире, чем это считалось до сих пор.

Данные, полученные в ходе нашего эксперимента, полностью подтверждают это в отношении усвоения учащимися геометрических понятий, развития пространственных представлений, общего развития детей.

Мы опасались, что увеличение числа задач, направленных на формирование геометрических представлений и понятий, проведенное нами (частично) за счет уменьшения числа типовых арифметических задач и упражнений, может отрицательно сказаться на уровне и качестве навыков ре-

¹ «Вопросы психологии учебной деятельности младших школьников», изд. АПН РСФСР, 1962, под редакцией Д. Б. Эльконина, В. В. Давыдова.

² «Развитие учащихся в процессе обучения (I—II классы)», изд. АПН РСФСР, 1963, под редакцией Л. В. Занкова.

³ П. Я. Г а л ь п е р и н, Н. Ф. Т а л ы з и н а, Формирование начальных геометрических понятий на основе организованного действия учащихся, «Вопросы психологии», 1957, № 6.

шения задач и вычислительных навыках. Однако этого не произошло. Учащиеся экспериментальных классов если и не превосходили учащихся массовой школы в отношении качества усвоения вычислительных навыков, то заметно отличались (в лучшую сторону) от последних в отношении навыков решения задач.

Не пострадало при этом и дело логического развития учащихся. Более того, решение разнообразных (и особенно геометрических) задач способствовало повышению интереса учащихся к изучению математики. А ориентация процесса обучения на сознательное изучение ими учебного материала при значительном ослаблении нагрузки на их память, ориентация на развитие мышления учащихся без подавления интуиции и здравого смысла дали возможность усвоить больше материала и на более высоком, чем обычно, теоретическом уровне.

Начиная опытное обучение, мы предполагали, что II уровень геометрического развития (см. стр. 7) будет достигнут всеми учащимися к концу четвертого или к середине пятого года обучения. Полученные экспериментальные данные позволяют говорить о более раннем достижении указанного уровня.

Остановимся подробнее на характеристике качества геометрических знаний учащихся I — IV экспериментальных классов.

Следует отметить, что очень скоро (к концу первого года эксперимента) мы уже были лишены возможности сравнивать учащихся экспериментальных классов с соответствующими контрольными классами той же параллели. Так, например, IV экспериментальные классы мы вынуждены были сравнивать (по различным вопросам) с V — VIII классами.

Поясним это на примере контрольной работы, выполненной учащимися в марте 1964 г.¹

Текст работы в трех вариантах был отпечатан на отдельных бланках. Все задания выполнялись учащимися непосредственно на этих бланках. На выполнение работы отводилось до 25 минут.

¹ Работа предлагалась в четвертых классах школ № 444, 16, 315, 52 г. Москвы, школы № 7 г. Курска, Кардымовской школы Смоленской области и др.

1. З а д а ч а. Провести через точку M прямую, перпендикулярную прямой AB .

П р и м е ч а н и е. На бланке давался готовый чертеж. Точка M — вне прямой. Ее положение относительно отрезка, изображавшего прямую AB , выбиралось так, чтобы искомый перпендикуляр не пересекал этот отрезок.

2. З а д а ч а. Начертить угол $МОК$ и точку A внутри угла. Измерить расстояние от точки A до каждой из сторон угла и до вершины угла.

П р и м е ч а н и е. В каждом из вариантов давалось указание, какой из углов следует строить: острый, прямой или тупой.

3. В о п р о с. На сколько частей две прямые линии могут разделить плоскость?

П р и м е ч а н и е. В варианте 2В речь шла о трех прямых линиях.

Приведем данные количественного и качественного анализа результатов контрольной работы

	Число учащихся	Верных решений		Верных решений с недочетом		Неверных решений		Неначатых и неоконченных решений	
		число	%	число	%	число	%	число	%
I задача . . .	241	209	87	—	—	32	13	—	—
II задача . . .	241	201	86	—	—	30	10	10	4
III задача . . .	241	100	41	110	46	—	—	31	13

Характеризуя качество выполнения отдельных заданий, отметим, что около 30% учащихся, решивших I задачу, выполнили построение перпендикуляра, не продолжая отрезка, изображающего прямую AB . Около 40% учащихся, верно решивших III задачу, рассмотрели все возможные случаи разбиения плоскости на области.

Сравнение приведенных данных с данными массовой проверки геометрических знаний учащихся шестых классов явно в пользу четвертых классов как в количественном, так и в качественном отношении. Характерно, например, что только 10% учащихся шестых классов (было взято три класса — около 100 учащихся) смогли справиться

ся с решением III задачи! Факт, ярко подчеркивающий качество усвоения учащимися экспериментальных классов геометрических знаний.

Выдвигаемые в настоящей книге предложения, относящиеся к изменению содержания геометрического материала и характера его изучения в младших классах школы, предполагают коренную ломку современной программы¹. Они исходят из важного положения — создания единого курса начальной математики. Введение такого курса диктуется не только мотивами, связанными с преодолением недостатков традиционного курса геометрии. Почти в такой же мере оно связано и с преодолением известных трудностей, неизбежно возникающих в начале изучения курса алгебры в шестых классах.

Результаты эксперимента убеждают в том, что предлагаемые нами шаги являются необходимыми, но недостаточными, так как они далеко не исчерпывают возможности школы. Однако и эти шаги связаны с серьезной перестройкой работы учителя начальных классов школы. Перестройка должна заключаться не только в овладении учителем теоретическими и практическими сведениями, связанными с новым содержанием геометрического материала, но и в существенном пересмотре сложившихся взглядов на роль и место начального курса математики в общей системе математических знаний, которыми вооружаются выпускники восьмилетней школы и на то место, которое в этой системе занимают геометрические знания младших школьников.

Быстрое и более интенсивное вооружение учащихся большим числом геометрических фактов, имеющих широкие приложения в их повседневной практике, не только (с необходимостью) влечет за собой обогащение и развитие математической речи и мышления детей, но и в значительной мере освобождает от решения этой задачи в старших классах. Это в свою очередь дает возможность построить более экономный и содержательный (по сравнению с традиционным) школьный курс геометрии.

Список использованной литературы не прилагается, так как ссылки на таковую делались непосредственно в тексте.

¹ «Программа восьмилетней школы. Начальные классы», Учпедгиз, 1961,

О Г Л А В Л Е Н И Е

От автора	3
---------------------	---

Г л а в а I

Основные проблемы преподавания геометрии в восьмилетней школе

1. Систематический и пропедевтический курсы геометрии	5
2. Уровни геометрического развития	6
3. Традиционная система преподавания геометрии и ее недостатки.	9
4. В каком состоянии находится решение основных проблем традиционного курса геометрии	14
5. Необходимые изменения в системе изучения геометрии и положения, лежащие в основе этих изменений	18
6. Некоторые виды дидактических материалов и форм работы, активизирующих процесс геометрического развития . .	25
7. Краткая характеристика перспективы развития предлагаемой системы обучения геометрии	40
8. Учебные материалы по геометрии для I—IV классов	41

Г л а в а II

Система изучения геометрического материала в I классе

1. Сравнение величин. Взаимное расположение предметов	44
2. Фигуры (многоугольники)	48
3. Вырезание фигур из клетчатой бумаги	51
4. Вычерчивание прямых линий и фигур с помощью линейки	53
5. Вычерчивание линий и фигур с помощью линейки и циркуля	55
6. Отрезок прямой линии	60
7. Сравнение отрезков, измерение длины отрезков	62
8. Изучение формы предметов, взаимное расположение предметов	69
9. Примерный словарь (запас слов и выражений), которым должны овладеть учащиеся I класса при изучении геометрии	74

10. Примерный перечень практических навыков и умений, которые приобретают учащиеся I класса	76
11. Список учебно-наглядных пособий, используемых в связи с изучением геометрического материала в I классе	77

Г л а в а I I I

Система изучения геометрического материала во II классе

1. Обозначение точек, отрезков, прямых	79
2. Многоугольники	81
3. Моделирование прямых линий перегибанием листа бумаги	83
4. Сравнение отрезков с помощью циркуля. Измерение отрезков	84
5. Деление отрезка на равные части. Середина отрезка	87
6. Луч	88
7. Взаимное положение точки и прямой линии	90
8. Взаимное положение точек на прямой линии	93
9. Круг. Центр круга. Радиус. Диаметр	95
10. Использование сведений о круге для дальнейшего знакомства с цилиндром и конусом	98
11. Четырехугольники	—
12. Взаимное положение прямой линии и отрезка, луча и отрезка	100
13. Взаимное положение элементов многоугольника	101
14. Взаимное положение фигур	102
15. Спряmlение ломаных линий. Первоначальные сведения о периметре ломаной	105
16. Моделирование из палочек и пластилина. Расширение сведений о геометрических телах	—
17. Вычерчивание фигур с помощью циркуля и линейки	107
18. Примерный словарь, которым должны овладеть учащиеся II класса	110
19. Примерный перечень практических умений и навыков, которые приобретают учащиеся II класса	112
20. Список учебно-наглядных пособий, используемых при изучении геометрического материала во II классе	114

Г л а в а I V

Система изучения геометрического материала в III классе

1. Линии прямые и кривые. Ломаная. Окружность	115
2. Измерение длины отрезков. Расстояние между двумя точками	118
3. Периметр многоугольника.	120
4. Углы. Прямой угол. Острый, тупой углы	122
5. Параллельность прямых, отрезков	126
6. Построение прямоугольников и квадратов	128
7. Диагонали четырехугольника	130
8. Измерение площади прямоугольника	131
9. Упражнения, уточняющие представления учащихся о множествах, отношениях множеств и их элементов	137

10. Использование фигур для иллюстрации долей величины	139
11. Геометрическая иллюстрация деления с остатком . . .	141
12. Взаимное положение угла и точки	—
13. Фигуры и их углы.	142
14. Первоначальные представления об осевой симметрии фигур	143
15. Прямоугольный параллелепипед. Куб.	145
16. Кривая поверхность. Плоскость. Полуплоскость . . .	148
17. Вычерчивание фигур с помощью циркуля и линейки. Моделирование из бумаги	150
18. Примерный словарь, которым должны овладеть учащиеся III класса	154
19. Примерный перечень умений и навыков, которыми долж- ны овладеть учащиеся III класса.	156
20. Список учебно-наглядных пособий для III класса . .	158

Г л а в а V

Система изучения геометрического материала в IV классе

1. Прямая линия. Луч. Отрезок	159
2. Взаимное положение точки и плоскости	161
3. Сумма отрезков. Периметр фигуры	163
4. Вычитание отрезков	164
5. Задачи (составление выражений, уравнений)	165
6. Взаимное положение прямой и плоскости	166
7. Использование геометрических фигур для иллюстрации долей величины	167
8. Угол. Сравнение углов	169
9. Задачи	173
10. Объем прямоугольного параллелепипеда	174
11. Виды углов	181
12. Объем прямоугольного параллелепипеда (продолжение)	185
13. Взаимное положение двух прямых линий	187
14. Перпендикулярные прямые	189
15. Расстояние от точки до прямой	193
16. Параллельные прямые. Расстояние между двумя парал- лельными прямыми	195
17. Прилежащие углы. Смежные углы	199
18. Измерение углов. Градус. Транспортир	202
19. Вертикальные углы.	206
20. Примерный словарь и перечень навыков, которыми дол- жны овладеть учащиеся IV класса	208

Г л а в а VI

Методические указания к учебным материалам для I—IV классов

1. Методические указания к учебным материалам для I класса	210
2. Методические указания к учебным материалам для II класса	214
3. Методические указания к учебным материалам для III класса	220
4. Методические указания к учебным материалам для IV класса	229
<i>Заключение</i>	233

43 коп.

F r e m u s