

16+

Иван *Futurologic* Петров

*Личные записки о двух интересных гипотезах:
в потаённом мире степеней и чисел, в тени Великой
теоремы Ферма*

*Содержание данной публикации предназначено для читателей, увлекающихся
математическими абстракциями и философскими размышлениями.
Рекомендуется для возраста 16+.*

2025

Иван Futurologic Петров владеет всеми авторскими правами на эту публикацию. Настоящее произведение защищено авторским правом и распространяется под лицензией CC BY-NC-ND (Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives) или аналогичной по сути. Это означает, что вы можете свободно делиться этим произведением в некоммерческих целях, при условии указания авторства, но не имеете права вносить изменения или адаптировать его. Любое использование, выходящее за рамки данной лицензии, требует предварительного письменного (нотариально заверенного) согласия автора.

Материал, представленный в данной публикации, является результатом творческого труда автора и отражает его личную точку зрения. Автор пришел к описанным идеям самостоятельно, не претендуя на полную оригинальность. Публикация не ставит перед собой научных или просветительских целей, а представляет собой **частную аналитическую работу**. Автор выражает уважение к трудам других авторов и не стремится оспаривать первенство их идей. На момент публикации автору не известны аналогичные работы, описывающие рассматриваемые идеи подобным образом. Содержание публикации формировалось исключительно за счет творческой и интеллектуальной деятельности автора, опираясь только на его личные знания в данной области. Таким образом, автор самостоятельно создал данную публикацию, включая описание и представление идеи. Он выражает готовность уважительно относиться к интеллектуальной собственности других авторов, и в случае обнаружения аналогичных материалов, ранее опубликованных или зарегистрированных другими авторами, все права и приоритеты остаются за ними.

Автор данной публикации не призывает к каким-либо действиям и не стремится оскорбить чувства читателей. Цель материала заключается в выражении личного мнения без намерения вызвать недопонимание или негативные эмоции. Любые совпадения с реальными лицами, именами, понятиями, терминами, событиями, названиями, торговыми марками, брендами, а также с созвучными словами из других языков и публикаций являются случайными, и автор не несет ответственности за возможные недоразумения.

Автор данного материала не несет ответственности за возможные опечатки, неточности, ошибки или неправильную интерпретацию содержания. Вся предоставленная информация представлена "как есть", и читатель самостоятельно несет ответственность за оценку и использование представленных данных.

Автор данной публикации не несет ответственности за возможные последствия использования электронного файла публикации, ознакомления с материалом и его применения на практике. Ответственность за интерпретацию, использование и возможные последствия лежит исключительно на читателе. Автор также не несет ответственности перед читателем или третьими лицами за действия, основанные на содержании данного материала.

Авторский текст данной публикации был откорректирован с использованием искусственного интеллекта. Роль искусственного интеллекта ограничивается лишь вспомогательной функцией — проверкой и исправлением пунктуационных, стилистических и грамматических ошибок. ChatGPT (GPT-3, крупномасштабная модель генерации языка от OpenAI) был частично использован для проверки текста и улучшения стиля написания этой редакционной статьи. Автор рассмотрел все правки, отредактировал предложенные ChatGPT фразы по своему усмотрению, проверил их и принимает на себя окончательную ответственность за содержание данной публикации.

Вступление

Математика — удивительная наука, полная тайн и открытий. Среди её задач особенно выделяются те, которые касаются степеней и целых чисел. Эти исследования восходят к древности, но до сих пор продолжают удивлять нас своими неожиданными результатами. Предложенные в этой работе гипотезы имеют косвенную связь с Великой теоремой Ферма — одним из самых известных достижений математической мысли. Однако они представляют собой самостоятельные задачи, которые могут быть интересны как профессиональным математикам, так и любителям чисел.

Следует отметить, что я не могу с полной уверенностью утверждать новизну этих гипотез. Поверхностный поиск не выявил их подробного рассмотрения в известных источниках, но это вовсе не исключает того, что они уже изучались ранее. Тем не менее, эти гипотезы кажутся мне достаточно интересными, чтобы их можно было вынести на обсуждение, пусть даже в качестве личных математических размышлений.

Также стоит подчеркнуть, что хотя я проверил гипотезы как мог, *я не имею полной уверенности в их истинности*. Возможно, эти гипотезы вовсе неверны, и они потребуют дополнительных уточнений или опровержений. Приведенные доказательства, предложенные в рамках данной работы, не претендуют на полноту, строгость или оригинальность. Скорее, они представляют собой шаг в сторону поиска возможных решений или, как минимум, попытку нащупать путь к пониманию природы этих задач. Верю, что представленные идеи могут вдохновить таких же увлеченных исследователей, как я, на дальнейшие открытия в математике, будь то разработка более точных доказательств, расширение гипотез или поиск их применения в смежных областях.

Что касается практической ценности, то гипотезы, связанные с равенствами степеней, нередко находят применение в теории чисел, криптографии, комбинаторике и других областях математики. Их изучение может пролить свет на фундаментальные свойства чисел, которые ещё не до конца исследованы.

Возможно, эта работа станет маленьким кирпичиком в огромной стене математических знаний, а возможно, останется лишь интересной заметкой. Но, как известно, каждое путешествие начинается с первого шага. Надеюсь, что этот шаг вдохновит других исследователей продолжить путь.

Гипотеза 1:

Для любого целого $n > 2$ и при условии, что a, b, c — различные натуральные числа, уравнение:

$$x = \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}$$

не имеет решений в натуральных числах.

Доказательство:

Пусть уравнение:

$$x = \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n},$$

где $a, b, c \in \mathbb{N}$, $a \neq b \neq c$ и $n > 2$, имеет решение $x \in \mathbb{N}$. Тогда выполняется равенство:

$$x^n = a^n + b^n + c^n.$$

Предположим, что $a > b > c > 0$. Тогда:

$$a^n < a^n + b^n + c^n < 3a^n.$$

Пояснение: верхняя граница $3a^n$ выбрана поскольку $b < a$ и $c < a$, их n -е степени, b^n и c^n , меньше a^n : $b^n < a^n$ и $c^n < a^n$.

Следовательно, x^n находится в пределах:

$$a^n < x^n < 3a^n,$$

а само число x удовлетворяет:

$$a < x < a * \sqrt[n]{3}.$$

Так как $x \in \mathbb{N}$, то x может быть либо равно a , либо $a+1$ (так как $\sqrt[n]{3} < 2$ для $n > 2$).

Рассмотрим случай $x = a + k$, где $k \geq 1$. Подставим $x = a + k$ в уравнение:

$$(a+k)^n = a^n + b^n + c^n.$$

Раскроем левую часть по **биному Ньютона**:

$$a^n + n * a^{n-1} * k + \frac{n(n-1)}{2 * a^{n-2} * k^2 + \dots + k^n} = a^n + b^n + c^n.$$

Сократим a^n с обеих сторон:

$$n * a^{n-1} * k + \frac{n(n-1)}{2 * a^{n-2} * k^2 + \dots + k^n} = b^n + c^n.$$

Оценим порядок роста каждой из сторон. В левой части, для больших n , доминирует первое слагаемое:

$$n * a^{n-1} * k.$$

Правая часть, напротив, меньше чем $2 * a^n$, так как $b^n + c^n < 2 * a^n$.

Очевидно, что:

$$n * a^{n-1} * k > b^n + c^n,$$

так как a^{n-1} растёт быстрее, чем b^n или c^n .

Если $k > 1$, то добавляются члены более высокого порядка, такие как k^n , что делает левую часть ещё больше.

Таким образом, мы приходим к противоречию. Следовательно, предположение о существовании $x \in \mathbb{N}$ **ложно**.

Вывод: уравнение

$$x = \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}$$

не имеет решений в натуральных числах для $n > 2$.

Гипотеза 2:

Для любых различных натуральных чисел a, b, c, d и целого $n > 2$ уравнение:

$$a^n + b^n = c^n + d^n$$

не имеет решений в натуральных числах.

Доказательство:

Предположим, что решение существует, тогда:

$$a^n = c^n + d^n - b^n,$$

где $a > b > c > d > 0$ (если это не так, можно всегда переставить их, чтобы соблюдалось такое условие).

Проанализируем рост сторон уравнения:

Левая часть: a^n ,

Правая часть: $c^n + d^n - b^n$.

Заметим, что $c < a, d < a, b < a$, поэтому:

$$c^n, d^n, b^n < a^n.$$

Правая часть может быть оценена:

$$c^n + d^n - b^n < c^n + d^n.$$

Следовательно,

$$a^n > c^n + d^n.$$

Для больших $n > 2$ разрыв в росте между a^n и c^n, d^n становится экспоненциальным.

Противоречие:

Выразим правую часть через коэффициенты:

$$c = k * a, d = m * a, b = l * a,$$

где $k, m, l < 1$.

Тогда правая часть становится:

$$c^n + d^n - b^n = a^n * (k^n + m^n - l^n).$$

Так как k^n, m^n, l^n стремятся к 0, при $n \rightarrow \infty$,

поэтому:

$$c^n + d^n - b^n \rightarrow 0.$$

Однако левая часть: $a^n > 0$,

что приводит к противоречию.

Вывод:

Уравнение $a^n = c^n + d^n - b^n$, а следовательно и уравнение $a^n + b^n = c^n + d^n$ не имеет решений в натуральных числах при $n > 2$.